Ir J.G.C. Hofsteede, Ir P.J. Kramer dan Soemargono

ILMU MEKANIKA TEKNIK B

AKAAN
TIMUR
. 1

PRADNYA PARAMITA

PRADNYA PARAMITA
PENERBIT BUKU BERMUTU

JAKARTA
'80

Ir J.G.C. Hofsteede, Ir P.J. Kramer dan Harun Nawawi

Pelajaran tentang pasal-pasal

ILMU MEKANIKA TEKNIK

BAHAGIAN B

DASAR-DASAR ILMU MEKANIKA TERPAKAI

Cetakan keempat

PERBAIKAN BUKU RUSAK
T. A.
1998 / 1999

PRADNYA PARAMITA
Jl. Kebon Sirih 46 — JAKARTA
1980

43.411/r/pw/86

HAK PENGARANG DILINDUNGI UNDANG-UNDANG

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEP. PDAN&B
Jl. Walikota Mustajab. 68
SURABAYA

Proyek Pengembangan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1986 / 1987

KATA PENDAHULUAN PADA NASKAH ASLI

Pelajaran-pelajaran ini mengenai beberapa pasal ilmu mekanika teori (a.l. ilmu statik) dan selanjutnya terutama ilmu mekanika terpakai, dan diterbitkan dalam empat bagian.

Dalam bagian A dibicarakan beberapa pasal statika yang penting; bagian B mengenai permulaan-permulaan ilmu kekuatan dan memuat pelajaran-pelajaran tentang tarikan, tekanan, ingsutan (afschuiving), tumpuan (stuik), puntiran dan tekukan.

Bagian-bagian C dan D membicarakan perluasan hal-hal dari bagian B, pelajaran-pelajaran tentang hal-hal yang tidak tertentu menurut statika dan garis pengaruh-pengaruh.

Karena bagian-bagian A dan B disediakan untuk tahun pertama dan sebagian dari tahun kedua sekolah-sekolah teknik menengah, maka ilmu pasti tinggi tidak dipakai padanya. Pun dalam bagian-bagian C dan D di mana ilmu pasti tinggi dipergunakan, selalu di sampingnya diberikan uraian-uraian yang semudah-mudahnya.

Dipandang dari sudut mengajar, pun juga karena pengaruh *"berat sendiri"* dalam perhitungan-perhitungan kekuatan kebanyakan sangat kecil, tidak dianggap perlu untuk ikut memperhitungkan *"berat sendiri"* itu.

Daftar-daftar profil tidak dimuatkan dalam buku ini, karena sebaiknya tempatnya ialah di kalender-kalender dan buku-buku petunjuk. Untuk itu kami menganjurkan Vademekum agenda-M.T.S. dan Vademekum-Bernouli.

Buku ini ditulis dalam bentuk pelajaran-pelajaran, walaupun bukanlah maksud kami supaya setiap pelajaran diselesaikan dalam 50 menit. Lebih-lebih kami mengusahakan supaya dalam tiap-tiap pelajaran diberikan pembulatan yang selengkap-lengkapnya.

Sebagian besar perhitungan-perhitungan dikerjakan dengan mistar hitung, sedangkan berbagai-bagai hasil dibulatkan. Untuk perhitungan-perhitungan semacam ini kami pergunakan tanda ~ (kira-kira). Tanda ini juga dipergunakan untuk menunjukkan hasil-hasil yang didapat dengan cara grafik. Simbol-simbol untuk kebesaran-kebesaran ilmu mekanika terpakai kami ambil dari lembar satuan N 354.

Maret 1952.

BERITA PENERBIT

pada cet. ke-3 (EYD)

Karena kesukaran teknis, maka pencetakan ulang buku : ILMU MEKANIKA TEKNIK oleh Ir. J.G.C. Hofsteede dkk. baru kini dapat terlaksana.

Meskipun pada dasarnya sama dengan cetakan terdahulu, kami percaya, bahwa buku ini, yang terdiri dari bahagian A,B,C,D, (masing-masing bahagian merupakan satu buku) dapat memenuhi keperluan para pemakai, terutama siswa-siswa Sekolah Teknik Menengah dan yang sederajat.

Jakarta, Juli 1976 — Penerbit.

BERITA PENERBIT

pada cetakan ke-4

Isi cetakan ini sama dengan cetakan terdahulu.

Semoga tetap bermanfaat bagi pemakainya.

Jakarta, Maret 1980 — Penerbit.

ISI

Pelajaran ke-1 Pengantar . . . 9
§ 1 Gaya-gaya tegang 9
§ 2 Tegangan-tegangan 11
§ 3 Tarikan dan tekanan 13
§ 4 Hukum Hooke 13
§ 5 Modulus kekenyalan 15
§ 6 Soal-soal terurai 16
§ 7 Soal-soal 17

Pelajaran ke-2 Percobaan-percobaan bahan 19
§ 8 Percobaan tarik 19
§ 9 Batang tarikan 19
§ 10 Bangku-bangku tarik 20
§ 11 Diagram gaya perpanjangan 22
§ 12 Diagram tegangan regangan (diagram σ-ε) 23
§ 13 Regangan 27
§ 14 Kontraksi 28
§ 15 Kekerasan 29
§ 16 Pemakaian diagram σ-ε . . 30
§ 17 Hukum WÖHLER 30
§ 18 Tegangan yang diizinkan, koefisien keamanan 31
§ 19 Soal-soal 32

Pelajaran ke-3 Perhitungan kekuatan pada beban tarik dan tekan 34
§ 20 Rumus-rumus, contoh-contoh 34
§ 21 Soal-soal 36
§ 22 Hukum BACH dan SCHÜLE 39
§ 23 Tegangan-tegangan temperatur 39
§ 24 Batang-batang terdiri atas 2 macam bahan 41
§ 25 Perhitungan silinder-silinder berdinding tipis 43
§ 26 Soal-soal 46
§ 27 Kontraksi melintang 48

Pelajaran ke-4 Putus geser. Tumpuan 50
§ 28 Rumus untuk perhitungan putus geser 50
§ 29 Pemakaian rumus 51
§ 30 Tegangan-tegangan geser pada batang yang mendapat beban tarik dan beban tekan yang murni 52
§ 31 Tegangan-tegangan geser pada bidang-bidang yang letaknya tegak lurus satu sama lain 54
§ 32 Hubungan antara tegangan geser dan perubahan bentuk yang bersangkutan 56
§ 33 Hubungan antara μ, E dan G 57
§ 34 Perhitungan putus geser pada kampuh-kampuh yang dilas 60
§ 35 Tumpuan 63
§ 36 Nomogram untuk perhitungan pada tumpuan dan geseran 65
§ 37 Soal-soal 67

Pelajaran ke-5 Lengkungan . . 72
§ 38 Uraian rumus lengkungan 72
§ 39 Garis netral melalui titik berat penampang normal . . 75
§ 40 Uraian pembagian tegangan menurut NAVIER dari hipotesa BERNOULLI dan hukum HOOKE 75
§ 41 Peringatan-peringatan : momen lengkung, gaya melintang 76

Pelajaran ke-6 Momen-momen kelembaman lukisan-lukisan datar 79
§ 42 Pendahuluan 79
§ 43 Momen kelembaman linier 79
§ 44 Perhitungan dua buah momen kelembaman linier sebuah segi panjang 79
§ 45 Hubungan antara momen-momen kelembaman terhadap dua sumbu yang sejajar. Dalil penggeseran . . . 82

Pelajaran ke-7 Contoh-contoh. 85
§ 46 Contoh-contoh 85
§ 47 Soal-soal 86
§ 48 Contoh-contoh (sambungan) 88
§ 49 Soal-soal 93

Pelajaran ke-8 Momen-momen kelembaman jajaran dan segitiga 99
§ 50 Contoh-contoh 99
§ 51 Soal-soal 100

Pelajaran ke-9 Momen kelembaman poler. Hubungan antara momen kelembaman poler dan momen kelembaman linier. Momen-momen kelembaman lingkaran dan elips . . . 102
§ 52 Momen kelembaman poler 102
§ 53 $I_p = I_y + I_x$ 102
§ 54 Momen kelembaman poler sebuah lingkaran 103
§ 55 Momen kelembaman lingkaran terhadap sebuah garis tengah 104
§ 56 Momen kelembaman sebuah ellips 104
§ 57 Contoh-contoh 105
§ 58 Soal-soal 107

Pelajaran ke-10 Perhitungan balok-balok dengan beban lengkung 109
§ 59 Pendahuluan 109
§ 60 Balok-balok, yang pada satu ujungnya dijepit 110
§ 61 Soal-soal 126

Pelajaran ke-11 Perhitungan balok-balok pada lengkungan, dengan dua buah titik tunjang dengan beban-beban setempat 128
§ 62 Contoh-contoh 128
§ 63 Soal-soal 139

Pelajaran ke-12 Hubungan antara momen lengkung M_x dengan lukisan gaya melintang 140
§ 64 Uraian 140
§ 65 Contoh-contoh 143
§ 66 Soal-soal 151

Pelajaran ke-13 Perhitungan balok-balok pada lengkungan, dengan dua buah titik tunjang dengan beban terbagi 154
§ 67 Contoh-contoh 154
§ 68 Hubungan antara M_x dan lukisan gaya melintang . . 156
§ 69 Contoh-contoh (lanjutan) . . 156
§ 70 Soal-soal 169
§ 71 Balok dengan beban segitiga 173
§ 72 Soal-soal 178
§ 73 Soal-soal; ulangan dan perluasan 180

Pelajaran ke-14 Perhitungan secara grafik untuk balok-balok dengan beban lengkung dan beban geser 189
§ 74 Pendahuluan 189
§ 75 Contoh-contoh 192
§ 76 Contoh-contoh (lanjutan) . 199
§ 77 Soal-soal 203

Pelajaran ke-15 Perhitungan secara grafik dari momen kelembaman linier suatu lukisan datar 206
§ 78—79, Uraian konstruksi . . . 206
§ 80 Contoh-contoh 209
§ 81 Soal-soal 211

Pelajaran ke-16 Puntiran atau torsi 212
§ 82 Penetapan 212
§ 83 Uraian rumus puntiran . . . 212
§ 84 Contoh-contoh 216
§ 85 Perubahan bentuk batang-batang silindris pada puntiran. Sudut puntiran 220
§ 86 Diagram $\frac{N}{n} d$ 228
§ 87 Nomogram ikatan untuk perhitungan garis tengah sebuah poros menurut lembaran normal No 6 229
§ 88 Soal-soal 232

Pelajaran ke-17 Tekukan. Rumus-rumus Euler 237
§ 89 Pendahuluan 237
§ 90 Rumus-rumus EULER . . . 238
§ 91 Contoh-contoh 240
§ 92 Soal-soal 241
§ 93 Ketetapan tekuk, tegangan tekuk pada bahaya tekuk . 243
§ 94 Berlakunya rumus-rumus EULER 244
§ 95 Rumus EULER yang dijabarkan 246

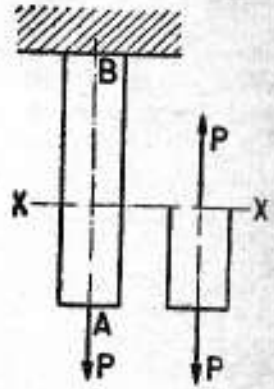
Pelajaran ke-18 Perhitungan pada tekukan menurut von Tetmayer 249
§ 96 Rumus-rumus von TETMAYER 249
§ 97 Contoh-contoh 250
§ 98 Pemakaian rumus von TETMAYER dalam beberapa hal istimewa 253
§ 99 Soal-soal 256

Pelajaran ke-19 Perhitungan pada tekukan menurut lembaran-lembaran normal N 793, N 794, dan N 1008 258
§ 100 Pendahuluan 258
§ 101 Contoh-contoh 261
§ 102 Rumus-rumus 266
§ 103 Soal-soal 266
§ 104 Cara- ω 270
§ 105 Cara- ω berhubung dengan lembaran normal N 793 . . 273
§ 106 Soal-soal 274

Pelajaran ke-20 Nomogram-nomogram untuk perhitungan pada tekukan 276
§ 107 Rencana suatu nomogram ikatan 276
§ 108 Contoh-contoh 279
§ 109 Soal-soal 279
§ 110 Ringkasan tentang hal-hal yang terpenting mengenai tekukan 280
Tambahan 281

§ 1 Gaya-gaya tegang

Jika sebuah benda ada dalam keadaan diam, atau mempunyai gerak beraturan dan lurus, maka semua gaya luar yang bekerja pada benda itu, harus ada dalam keadaan setimbang satu sama lain. Kalau kita memandang sebagian daripada benda itu, maka untuk gaya-gaya luar yang bekerja pada bagian itu, halnya adalah sama seperti yang tersebut di atas. Pada gaya-gaya luar ini harus juga kita perhitungkan gaya-gaya yang dikerjakan oleh bagian lain benda pada bagian benda yang pertama itu.



Gamb. 1 *Gamb. 1a*

Gaya-gaya yang dikerjakan oleh bagian-bagian itu satu terhadap lainnya, kita namakan gaya-gaya tegang. Guna menetapkan pikiran-pikiran, kita ambil sebuah batang lurus [1]) yang digantungkan pada ujung atas, dan pada ujung bawah digantungkan muatan P. Lihat gambar 1 dan gambar 1*a*.

Bayangkanlah batang itu dipotong menurut sebuah penampang normal [2]), maka dapatlah kita lihat dengan mudah, bahwa pada bagian bawah batang itu harus bekerja dua gaya, ialah muatan P dan gaya tegang, yang dikerjakan oleh bagian atas batang itu terhadap bagian bawah. Dari syarat-syarat kesetimbangan ternyata (jika berat sendiri bagian batang itu kita abaikan), maka *gaya tegang* itu harus sama dan berlawanan arah dengan P.

Karena itu gaya tegang ini letaknya tegak lurus pada penampang X dan disebut gaya (tegang) normal. Hal ini adalah sama juga, jika

[1]) Batang ialah sebuah benda yang dapat kita anggap sebagai terbuat karena gerakan sebuah benda datar yang titik beratnya selamanya tinggal tetap pada suatu garis tertentu, sedangkan bidang benda itu selamanya letaknya tegak lurus pada garis itu. Bagian ruang yang dijalani oleh benda datar itu, namanya batang. Tempat kedudukan titik-titik dengan mana titik berat benda yang bergerak selanjutnya bertepatan, namanya sumbu batang. Jika kita mengatakan batang (lurus) maka umumnya kita maksudkan sebuah batang berbentuk prisma yang lurus, ialah sebuah batang dengan sumbu lurus dan penampang-penampang normal yang sebangun dan sesikap.

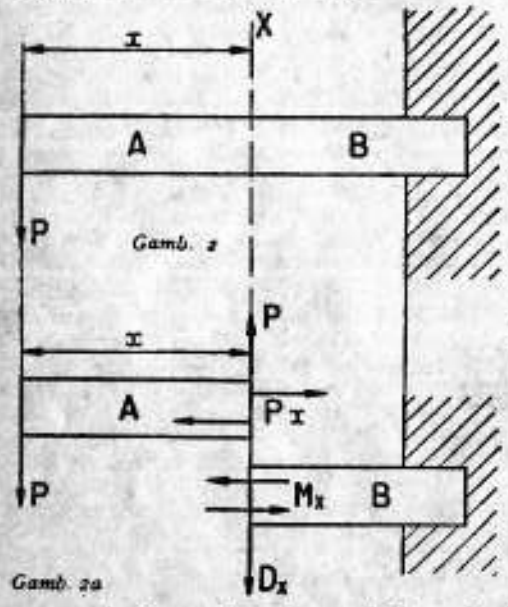
[2]) Dengan penampang normal sebuah batang kita artikan, lukisan yang kita dapat, jika batang itu dipotong oleh sebuah bidang yang letaknya tegak lurus pada sumbu batang.
Pada pelajaran-pelajaran selanjutnya, kita akan banyak sekali mempergunakan perkataan singkatan „penampang", yaitu yang kita maksudkan sebuah penampang normal.

batang itu kita tahan dari bawah dan bagian atasnya diberi muatan menurut garis sumbu.

Teranglah sudah bahwa sekarang kita tidak boleh memindahkan sebuah gaya dalam arahnya sendiri. Sebab, jika P menangkap di A, lihat gambar 1, maka dalam batang AB itu terdapat gaya-gaya tegang, tetapi sebaliknya, jika P bekerja di B, maka dalam batang AB itu tidak akan terdapat gaya-gaya tegang.

Jika kita perhatikan gaya-gaya tegang dan perubahan-perubahan bentuk yang berhubungan dengan itu, maka gaya-gaya itu *tidak* boleh kita pindahkan dalam arahnya sendiri. Di sini terdapatlah perbedaan yang sangat penting antara mekanika terpakai dan mekanika teori. Dalam mekanika teori, sebagaimana telah kita lihat dahulu, sebuah gaya dapat kita pindahkan sepanjang garis kerjanya, sedangkan dalam mekanika terpakai tidak.

Lihatlah sekarang gambar 2. Gambar ini melukiskan sebuah batang mendatar, yang ujung kanannya dijepit dan pada ujung kirinya terdapat sebuah gaya tegak P. Andaikan batang itu dibagi dalam dua bagian, menurut penampang normal X.



Gamb. 2

Gamb. 2a

Pada bagian A [1]) bekerja gaya P dan gaya-gaya dari bagian B, yang dikerjakan pada bagian A. Dari kesetimbangan pada jurusan tegak, ternyata bahwa bagian B mengakibatkan pada bagian A gaya sebesar P pada penampang X, lihat gambar 2*a*. Kedua gaya P itu, bersama-sama merupakan sebuah kopel dengan momen Px. Kopel ini harus dibuat setimbang oleh kopel, yang dilakukan oleh B pada A Momen kopel ini ialah Px.

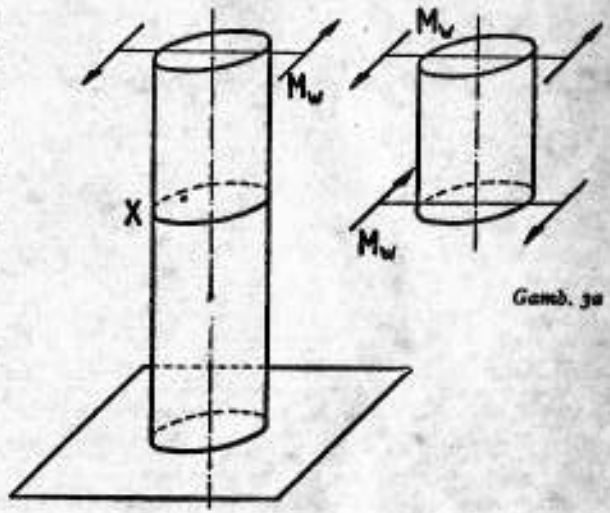
Menurut hukum aksi = reaksi, maka bagian A harus memberi gaya Dx sebesar P dan sebuah kopel dengan momen Mx sebesar Dx pada bagian B. Gaya Dx ini, kita namakan gaya melintang. Kopel itu kita namakan kopel melengkung. Momen kopel ini, kita namakan momen melengkung. Dalam pelajaran no 10 dan selanjutnya, hal ini akan kita bicarakan lagi.

[1]) Berat bagian A kita abaikan.

Pada gambar 3 terdapat gambar sebuah batang, ujung satunya dijepit, dan ujung lainnya dibebani sebuah kopel, di mana sumbu kopelnya terletak sejajar atau berimpitan dengan sumbu batang. Menurut syarat kesetimbangan, maka setiap dari penampang-penampang normal yang berturut-turutan harus juga memindahkan sebuah kopel, yang besarnya sama dengan kopel yang telah ada. Lihat gambar 3*a*.
Momen kopel ini, kita beri nama *momen puntiran* ($M\omega$).

§ 2 Tegangan-tegangan

Gaya-gaya tegang, yang telah kita bicarakan dalam pasal yang lampau, mempunyai hubungan dengan perubahan - perubahan bentuk. Hubungan antara kedua ini akan kita tinjau dalam pelajaran ini.



Gamb. 3a

Gamb. 3

Kita mengangap hipotese sudah diketahui ialah, bahwa benda-benda itu terdiri atas molekul-molekul, yang letaknya pada jarak kecil yang tidak terlihat satu terhadap lainnya dan bahwa molekul-molekul itu ditahan pada tempatnya masing-masing oleh gaya-gaya molekuler.

Jika pengaruh-pengaruh dari luar mengubah bentuk benda itu, maka gaya-gaya molekuler di dalamnya akan menahannya, dan akan mencoba memperbaiki kembali, jika beban-beban tadi sudah hilang seluruhnya atau untuk sebagian, untuk mendapatkan bentuk aslinya yang semula. Apakah benda itu akan memperoleh kembali bentuknya yang asli, itu adalah tergantung pada caranya atau macamnya beban dan juga pada macamnya bahan yang dipakai untuk membikin benda itu.

Dalam keadaan ideal, maka benda itu akan mendapatkan kembali bentuk aslinya. Benda yang semacam ini, adalah benda yang kenyal-

sempurna (volkomen elastisch). Semakin didekati keadaan ideal, semakin kenyal benda-benda itu.

Dari apa yang telah dibicarakan tadi, kita mendapat kesimpulan, bahwa sifat kekenyalan itu, harus kita cari pada gaya-gaya molekuler. Dengan begitu dapatlah kita membayangkan pada contoh kita, bahwa gaya-gaya yang dikerjakan oleh molekul-molekul di bagian atas dari X (lihat gambar 1*a*) terhadap yang di bagian bawah, mempunyai gaya normal dalam P, sebagai resultante.

Resultante ini berlawanan dengan gaya luar P, jadi dalam keadaan setimbang dengan gaya luar P ini.

Dari ini dapat disimpulkan, bahwa gaya-gaya dalam ini harus dianggap sebagai gaya-gaya yang terbagi. Kalau kita anggap, bahwa luas F dari penampang normal X terdiri atas sejumlah besar unsur-unsur kecil $\triangle F$ [1]), maka satu unsur akan memindahkan bagian kecil $\triangle P$ dari gaya tegang normal P. Hasil bagi $\frac{\triangle P}{\triangle F}$, kita namakan tegangan normal rata-rata untuk unsur luas $\triangle F$, atau pendek kata, tegangan rata-rata untuk $\triangle F$. Jika $\triangle P$, bagaimanapun kecilnya $\triangle F$ kita ambil, pada tiap-tiap tempat dari X adalah sama besarnya, maka kita katakan, bahwa gaya normal P itu terbagi rata atas penampang X [2]). Jadi kita katakan, hasil bagi $\frac{\triangle P}{\triangle F}$ adalah tegangan pada titik sembarang dari X. Dalam hal ini maka gaya, yang memindahkan n bagian-bagian $\triangle F$ yang sama besarnya adalah n. $\triangle P$. Jika n bagian-bagian $\triangle F$ ini dapat mengisi penampang seluruhnya, maka n. $\triangle F = F$ dan n. $\triangle P = P$

Jadi sekarang tegangan pada titik sembarangan itu, menjadi :

$\frac{\triangle P}{\triangle F} = \frac{\text{n}.\triangle P}{\text{n}.\triangle F} = \frac{P}{F}$ tegangan rata-rata untuk penampang seluruhnya.

Jadi, kita sekarang telah mendapatkan hal-hal sebagai berikut : jika kita mempunyai sebuah gaya normal dalam sebesar P, yang kita bagi teratur pada luas penampang normal sebesar F, maka tegangan normal pada sebuah titik sembarang, adalah sama dengan $\frac{P}{F}$. Jika tegangan ini, kita nyatakan dengan huruf σ [3]), maka kita dapat :

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

[1]) Baca Delta F.

[2]) Hal ini dapat terjadi, jika perubahan-perubahan panjang, yang mempunyai sangkut paut dengan P, (searah dengan sumbu batang) pada tiap titik dari X, sama besarnya.

[3]) Baca : sigma.

Jika P diucapkan dalam kg dan F dalam cm^2, maka tegangan dinyatakan dalam kg/cm^2.

Pada umumnya, sebuah tegangan kita nyatakan dalam satuan-satuan gaya tiap-tiap satuan luas. Perlu kita terangkan di sini, bahwa sebuah tegangan, sebagaimana juga halnya dengan sebuah gaya, dapat kita gambarkan sebagai vektor. Arah, arti arah dan tempat vektor itu sesuai dengan tegangan, dan jumlah satuan-satuan panjang vektor, menggambarkan besarnya tegangan tadi.

Apa yang telah kita katakan tentang tegangan-tegangan normal, kebanyakan dapat pula kita laksanakan untuk tegangan-tegangan geser, lengkung, puntir, tekuk dan lain-lain tegangan lagi. Tentang hal ini, akan kita bicarakan nanti.

§ 3 Tarikan dan tekanan

Tarikan dan tekanan di sini dapat kita bicarakan dengan sekaligus. Perbedaannya dapatlah kita nyatakan dengan sebuah tanda.

Ketentuan. Kita katakan, bahwa sebuah benda berbentuk prisma (misalnya sebuah batang lurus) dibebani murni pada tarikan atau tekanan, jika pada penampang-penampang normal hanya bekerja gaya-gaya tegang normal.

Hal ini dapat terjadi, jika sebuah batang lurus dibebani oleh dua gaya yang berlawanan, yang bekerja menurut sumbu batang itu. Jika gaya-gaya luar itu, yang mengakibatkan batang tadi dalam keadaan setimbang, bekerja berlawanan keluar, maka batang itu mengalami beban tarikan; tetapi, jika gaya-gaya luar itu bekerja berlawanan ke dalam, maka batang itu mengalami beban tekanan. Perubahan-perubahan bentuk yang bersangkutan, adalah regangan dan pemampatan. Pemampatan ini, dapatlah kita anggap sebagai regangan negatif.

§ 4 Hukum Hooke

Dari percobaan-percobaan yang bersangkutan dengan perubahan bentuk sebuah batang lurus, yang dibebani murni pada tarikan atau tekanan dengan beberapa ketentuan yang akan kita bicarakan nanti, ternyatalah hal-hal sebagai berikut dengan sedikit pengecualian :

1. jika sebuah batang lurus, berturut-turut dibebani dengan gaya-gaya sebesar P, $2P$, $3P$ dan nP, dan perubahan-perubahan pada panjangnya l karena akibat P, adalah sebesar $\triangle l$ maka perubahan-perubahan tadi, adalah berturut-turut $\triangle l$ 2. $\triangle l$, 3. $\triangle l$, dan n. $\triangle l$,
2. sejumlah batang dari bahan yang sama, dengan penampang-penampang normal yang sama besarnya, dan panjangnya berturut-turut l, $2l$, $3l$, dan nl, akan mendapat perubahan-perubahan pan-

jang, karena gaya-gaya yang sama besarnya, yang mempunyai perbandingan 1 : 2 : 3 : n.

3. jika gaya-gaya yang sama besarnya bekerja pada sejumlah batang, yang berbeda hanya dalam besarnya penampang-penampang normalnya saja, maka, jika penampang-penampang normalnya berturut-turut F, $2F$, $3F$, nF, perubahan-perubahan panjangnya adalah Δl, $\frac{1}{2}\Delta l$, $\frac{1}{3}\Delta l$ dan $\frac{1}{n}\Delta l$;
4. perubahan-perubahan panjang batang-batang dari bahan yang sama, dengan bentuk-bentuk dan ukuran-ukuran yang sama, yang diakibatkan oleh gaya-gaya yang sama, adalah sama semuanya.

Batang-batang dari bahan yang tidak sama, dengan bentuk-bentuk dan ukuran-ukuran yang sama, akan mengalami perubahan-perubahan panjang yang tidak sama.

Dari apa yang telah kita bicarakan tadi, ternyata, bahwa batang yang mempunyai beban tarikan dan beban tekanan, perubahan panjangnya sebesar Δl itu, adalah:

1. berbanding seharga dengan tenaga beban P;
2. berbanding seharga dengan panjang batang l;
3. berbanding balik dengan luas F dan penampang normal;
4. tergantung pada macamnya bahan.

Dalam bentuk rumus, kita dapatlah:

$$\Delta l = C \frac{Pl}{F} \qquad (2)$$

Pada abad ke 17, HOOKE sudah pernah menguraikan tentang ini. Karena itu, maka rumus (2) kita namakan **rumus Hooke**. Koefisen C adalah konstante bahan, dan ini kita namakan *koefisen kekenyalan*.

Jika P kita hitung dalam kg, dan luas F dalam cm², maka C kita hitung dalam cm²/kg, sebab, dari $\Delta l = C\frac{Pl}{F}$ terdapatlah $C = \frac{F}{P}\frac{\Delta l}{l}$. $\frac{\Delta l}{l}$ adalah sebuah angka tidak bernama, sehingga $C = \frac{F \text{ (dlm cm}^2\text{)}}{P \text{ (dlm kg)}} \times$ sebuah angka tak bernama.

Ambillah dari rumus (2), P = 1 kg, l = 1 cm dan F = 1 cm², maka kita mendapatkan besarnya C dalam cm²/kg sama banyak, seperti *banyaknya* cm perubahan panjang dari sebuah batang dengan panjang 1 cm dan penampang normal dari 1 cm², yang diakibatkan oleh gaya sebesar 1 kg. Untuk Bd 37, suatu macam baja yang tertentu, C misalnya adalah sama dengan $\frac{1}{2.100.000}$ cm²/kg.

§ 5 Modulus kekenyalan

Di dalam kalangan teknik, biasanya kita tidak memakai tetapan C, akan tetapi, harga kebalikannya, yalah $\frac{1}{C}$. Harga kebalikan ini, kita namakan *modulus kekenyalan* (dari Young), dan dinyatakan dengan huruf E. Dengan dipakainya E, maka rumus (2) menjadi :

$$\Delta l = \frac{Pl}{FE} \qquad (3)$$

Teranglah sudah, bahwa modulus kekenyalan E ini, dapat kita hitung dalam kg/cm² [1], karena, dari

$$\Delta l = \frac{Pl}{FE}, \text{ terdapatlah: } E = \frac{P}{\Delta l}\cdot\frac{l}{F}$$

$\frac{l}{\Delta l}$ adalah sebuah angka tak bernama, jadi $E = \frac{P \text{ (dalam kg)}}{F \text{ (dalam cm}^2\text{)}} \times$ sebuah angka tak bernama. Jadi E dapat kita hitung dalam kg/cm². Untuk Bj. 57, maka E misalnya, sama dengan 2.100.000 kg/cm².

Perubahan panjang tiap-tiap satuan panjang, adalah $\frac{\Delta l}{l}$. Bentuk ini biasanya kita namakan perubahanpanjangjenis yang kita nyatakan dengan huruf ε [2]. Dengan rumus (3) dengan mudah kita mendapatkan:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{FE} = \frac{1}{E}\cdot\frac{P}{F}.$$

Di sini, $\frac{P}{F}$ adalah tegangan normal σ, jadi kita mendapat:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Dari $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ atau $\varepsilon = \sigma : E$, ternyata, bahwa modulus kekenyalan E dapat kita anggap sebagai tegangan karakteristik, yang kita pakai untuk membandingkan perpanjangan jenis, dengan tegangan normal σ yang bersangkutan. Pada bahan-bahan yang mengikuti hukum Hooke

---

[1] Pada umumnya E kita nyatakan dengan satuan-satuan gaya tiap satuan luas. E mempunyai dimensi dari sebuah tegangan.

[2] Baca : epsilon.

ε sama dengan perbandingan antara tegangan normal σ yang bersangkutan dengan ε dengan modulus kekenyalan E [1]).

Peringatan. Rumus (4) tidak hanya berlaku untuk batang-batang lurus, akan tetapi umumnya berlaku untuk tiap-tiap titik sembarang dari sebuah luas datar. Tiliklah sebuah unsur $\triangle F$ di mana bekerja sebuah gaya normal unsur $\triangle P$, maka nilai batas $\frac{\triangle P}{\triangle F}$, jika $\triangle F$ mendekati nol, adalah tegangan normal σ

$$\left(\sigma = \lim \frac{\triangle P}{\triangle F} = \frac{dP}{dF}\right)$$

Hubungan antara σ dan regang jenis ε, yang bersangkutan dengan σ, dapat kita tentukan dengan rumus:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}.$$

§ 6 Soal-soal terurai

Soal 1. Hitunglah tegangan normal dalam sebuah batang, yang dimuati dengan gaya normal sebesar 82,32 ton, jika penampang normalnya $F = 117{,}6$ cm².

Cara menghitung. Menurut rumus $\sigma = \frac{P}{F}$ jadi

$$\sigma = \frac{82.320}{117{,}6} = 700 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 2. Sebuah batang tarikan dari sebuah pekerjaan konstruksi, terdiri atas dua profil [30. Panjang batang = 215 cm.

Tenaga tarik adalah sentris (letaknya sepanjang sumbu batang), dan besarnya = 85.300 kg. Hitunglah perpanjangannya, jika besar E = 2.100.000 kg/cm²

Cara menghitung. Menurut rumus (3):

$$\triangle l = \frac{Pl}{FE}$$

[1]) Untuk bahan-bahan yang mengikuti hukum Hooke, maka $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$. Karena itu dikatakan juga bahwa untuk bahan-bahan ini modulus kekenyalan adalah perbandingan tetap antara tegangan normal σ dan perpanjangan jenis ε yang terdapat padanya. Dengan ini dimaksudkan bahwa bilangan tak bernama yang menunjukkan besarnya E dalam kg/cm², adalah sama besarnya dengan perbandingan bilangan tak berulang yang menunjukkan besarnya σ dalam kg/cm² terhadap perpanjangan jenis ε yang terdapat padanya.

dan menurut tabel-tabel profil, $F = 2.58{,}8 = 117{,}6$ cm².

Dengan ini, kita mendapat : $\triangle l \frac{85.300.215}{117{,}6.2.100.000} \sim 0{,}074$ cm.

Soal 3. Sebuah batang dari pekerjaan konstruksi, terdiri atas 2 baja siku-siku 100.00.10, dan panjangnya = 192 cm. Batang ini mendapat beban tekanan, sebesar 21,5 t. Pemampatannya yang dihitung adalah 0,05 cm. Berapa besarkah nilai E ?

Cara menghitung. Menurut tabel-tabel profil, besar $F = 2.19{,}2 = 38{,}4$ cm².

Selanjutnya menurut rumus (3), terdapat $E = \frac{Pl}{\triangle lF}$ sehingga

$$E = \frac{21.500.192}{0{,}05.38{,}4} = 2.150.000 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 7 Soal-soal

1. Sebuah batang dengan bentuk siku-siku, mempunyai penampang normal = 1 cm dan 1,5 cm. Besar gaya beban tarik 1,8 t. Hitunglah tegangan normal dalam kg/cm² dan dalam kg/mm².
2. Sebuah batang pendek dari sebuah pekerjaan vak, terdiri atas dua ∠ 65.75.8. Besar gaya beban tekan adalah 20 t. Hitunglah tegangan tekan pada penampang normal, dalam kg/cm².
3. Sebuah kawat kabel baja dari sebuah alat pengangkut, terdiri atas 6 puntalan dan sebuah jantung rami.

Menurut lembaran normal N 294, kabel ini mempunyai muatan pecah sebesar 9,4 t, jika kabel itu terdiri atas 6. 19 = 114 pintalan kawat dengan garis tengah sebesar 0,9 mm. Hitunglah tegangan patah kabel itu dalam kg/mm².

4. Sebuah kolom pendek, terdiri atas dua profil [-24, dibebani dengan beban tekan sebesar 100 t. Hitunglah tegangan tekan dalam kg/cm².
5. Sebuah batang bulat mempunyai garis tengah 15 cm dan dibebani oleh gaya tarik sebesar 80 t. Hitunglah besarnya tegangan normal.
6. Sebuah kawat baja bulat tebalnya 4 mm dan panjangnya 429 cm. Gaya beban tarik adalah 100 kg. Jumlah perpanjangan adalah 1,6 mm. Hitunglah besarnya E. Berapa besarkah tegangan tarik dalam sebuah penampang normal ?
7. Sebuah kawat tembaga bulat, panjangnya = 2 m. Luas penampang normal = 0,4 cm². Kawat itu mendapat beban tarik, dan

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEP. PDAN K
Jl. Walikota Mustajab, 68
SURABAYA
Proyek Pengembangan Perpustakaan
Jawa Timur
1986 / 1987

besarnya gaya adalah 100 kg. Perpanjangan kawat = 0,50 mm. Hitunglah modulus kekenyalan E dalam kg/cm².

8. Sebuah konstruksi baja mempunyai sebuah batang tarik, yang terdiri atas dua profil [26. Panjang batang = 2 m.

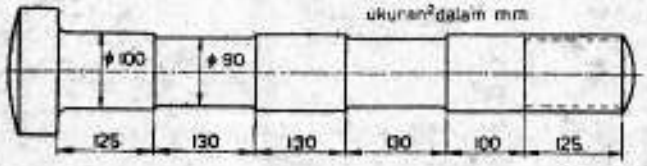
Gaya beban tarik = 7 t. Besar E = 2.150.000 kg/cm².

Hitunglah berapa besarkah perubahan panjang kawat tadi. Berapa besarkah regang jenisnya ? Apakah ini sebuah angka yang bernama, ataukah angka yang tidak bernama ?

9. Sebuah batang dari pekerjaan konstruksi, panjangnya = 120 cm, terdiri atas dua baja siku-siku, ∠ 100.100.10. Batang mendapat beban tekan karena sebuah gaya dan 20 t. Hitunglah besar pemampatan, jika E adalah = 2.150.000 kg/cm². Berapa besarkah regangan jenisnya ?

10. Hitunglah perpanjangan sebuah baut, yang ada di kepala utama sebuah batang penggerak mesin kapal, lihat gambar 4, jika diketahui tenaga tarik = 40 t, E = 2.150.000 kg/cm².

Perhatian. Dalam menghitung Δl maka bahagian di mana terdapat uliran, dapat kita abaikan.



Gamb. 4

§ 8 Percobaan tarik

Untuk dapat mempertimbangkan sifat-sifat bahan, terutama yang mengenai beban tarik, atau beban tekan, maka dalam praktek dan pada penyelidikan-penyelidikan bahan secara pengetahuan kita banyak sekali mempergunakan „percobaan tarik".

Walaupun sebetulnya uraian yang jelas tentang percobaan-percobaan tarik itu, termasuk dalam pelajaran ilmu bahan-bahan, tetapi tidak ada buruknya untuk diuraikan di sini.

Pada percobaan-percobaan ini, kita mempergunakan sebuah bangku tarik, di mana batang bahan yang akan dicoba itu dapat dipasang. Pada bangku tarik, batang tadi kita berikan beban tarik. Dengan perantaraan alat-alat pengukur, maka dapatlah kita sekarang menentukan besar daya tarik itu, pun pula besar perubahan panjang yang bersangkutan. Dalam praktek, biasanya kita hanya terbatas pada cara menentukan beban yang terbesar dan regangan yang terbesar.

Tentang percobaan tarik dan hal-hal yang bersangkutan dengan itu, akan kita uraikan dalam pasal berikut.

§ 9 Batang tarikan

Batang-batang tarikan ini biasanya mempunyai ukuran-ukuran yang dinormalisir, lihat lembaran normal N 712. Menurut lembaran normal ini, kita mempunyai dua macam batang tarikan, yalah, yang pendek dan yang panjang. Penampang normalnya biasanya berbentuk lingkaran atau berbentuk lain (biasanya berbentuk siku-siku).

Pada batang tarikan yang pendek dan bulat, ukuran panjang yang dinormalisir l, adalah lima kali besar garis tengah d dari penampang normal, pada batang tarikan yang bulat dan panjang, maka $l = 10d$ [1]. Dalam kebanyakan hal, kita mengambil d = 20 mm; ukuran panjang batang itu, menjadi 200 mm, dan ukuran batang yang pendek 100 mm. Panjang ukuran ditunjukkan dengan jalan membuat 2 tanda titik (dengan ujung senter) pada batang tadi, dengan sangat hati-hati.

Kita memakai batang yang pendek, jika bahan itu mahal, dan dalam hal jika jumlahnya bahan itu sedikit. Jikalau batang itu mempunyai penampang normal siku-siku (sebagaimana halnya pada pemeriksaan pelat kawah uap, di mana kulit canainya pada kedua belah sisi harus tetap baik) atau mempunyai bentuk yang lain, dengan luas F, maka kita dapat menghitung garis tengah d sebuah lingkaran yang mempunyai luas yang sama seperti penampang normal tersebut tadi. Ukuran panjang menjadi sepuluh atau lima kali besar garis te-

[1] Di semua negara, perbandingan antara l terhadap d tidak sama.

ngah d. Ukuran panjang ini, dapat juga kita nyatakan dalam F. Luas dari lingkaran adalah sama dengan $\frac{\pi}{4}d^2$. Kalau ini kita samakan dengan F, maka $\frac{\pi}{4}d^2 = F$ kita mendapat $d\sqrt{\frac{4}{\pi}F}$.

Panjang ukuran untuk batang tarikan yang panjang dengan penampang normal yang tidak berbentuk lingkaran, adalah:

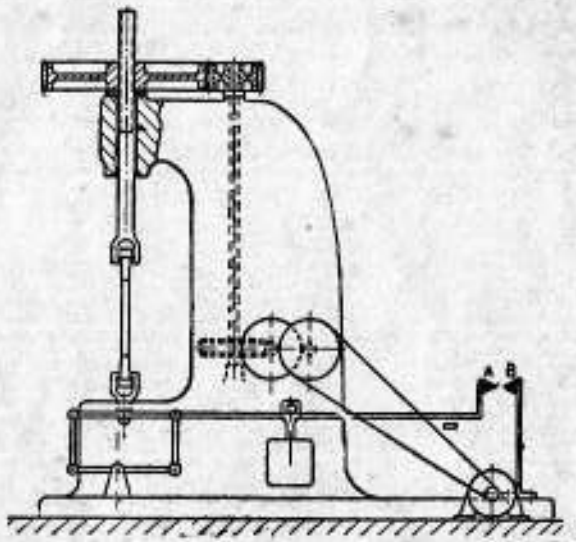
$$l = 10\sqrt{\frac{4}{\pi}F} = 11{,}3\sqrt{F}. \qquad (5a).$$

Untuk batang yang pendek adalah:

$$l = 5{,}65\sqrt{F} \qquad (5b)$$

Apa yang tertulis di atas tadi, dapat kita ringkaskan sbb. :

Biasanya, garis tengah batang-batang tarikan bulat normal kita ambil sama dengan 20 mm dan ukuran panjang $l = 200$ mm atau 100 mm. Untuk batang-batang bulat yang lainnya, diambil $l = 10d$ atau $l = 5d$. Pada batang-batang tarikan lainnya, dengan F sebagai luas penampang normal, kita mengambil ukuran panjangnya sama dengan $l = 11{,}3\sqrt{F}$ atau $l = 5{,}65\sqrt{F}$.

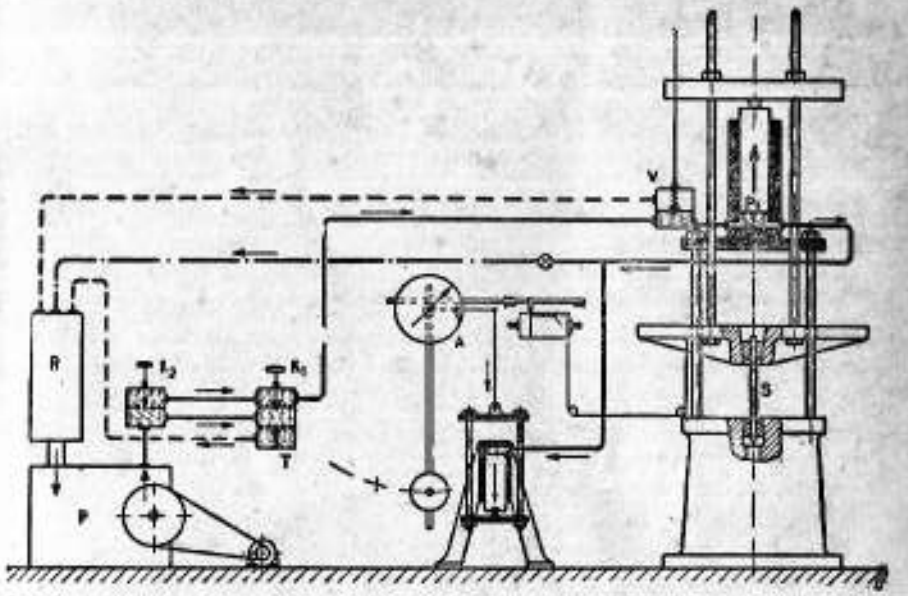


Gamb. 5a

Dengan jalan begini, maka pada semua batang tarikan, kita mendapat „perbandingan" yang sama, antara ukuran panjang dan luas penampang normal. Sesudah ini, akan kita lihat, mengapa kita tidak mengambil ukuran panjang yang sembarangan.

§ 10 Bangku-bangku tarik

Kita mempunyai dua macam *bangku tarik*, ialah, bangku tarik mekanis, dan bangku tarik hidrolis. Gambar 5*a* adalah gambar sebuah



Gamb 5b

mesin tarik mekanis. Jika motor mesin mulai berjalan, maka roda berulir mulai berjalan pula. Dengan perantaraan sumbu roda berulir dan roda-roda gigi yang berada di bagian atas mesin, maka poros tegak, di mana ujung atas batang tarikan dipasangkan, akan terputar ke atas.

Ujung bawah batang tarikan disambungkan dengan susunan batang-batang, tempat digantungkan sebuah berat beban yang dapat bergerak. Gaya, yang dilakukan oleh susunan batang terhadap batang tarikan, jika titik-titik A dan B berhadapan tepat satu sama lainnya, akan setimbang dengan gaya, yang dilakukan oleh poros tegak terhadap batang tarikan tadi; hal ini dapat kita tentukan dari kedudukan berat beban tadi.

Gambar 5*b* memperlihatkan kepada kita gambaran bagan sebuah mesin tarik hidrolis. Pompa P memompa dan menekan minyak dari tempat menyimpan minyak R ke bawah plunyer P*l*. Karena plunyer ini, maka batang tarikan S mengalami tarikan. Besar gaya tarik kita tentukan dengan perantaraan alat penunjuk gaya hidrolis. Alat ini sebelumnya ditera terlebih dahulu.

Untuk mencegah tekanan dalam pesawat yang terlalu tinggi, maka kita pasangkan sebuah tingkap keamanan V dan sebuah tingkap jalan balik T. Juga tingkap V akan terdorong ke atas jika kedudukan P*l* adalah terlalu tinggi. Minyak, yang terlalu banyak disalurkan, dapat

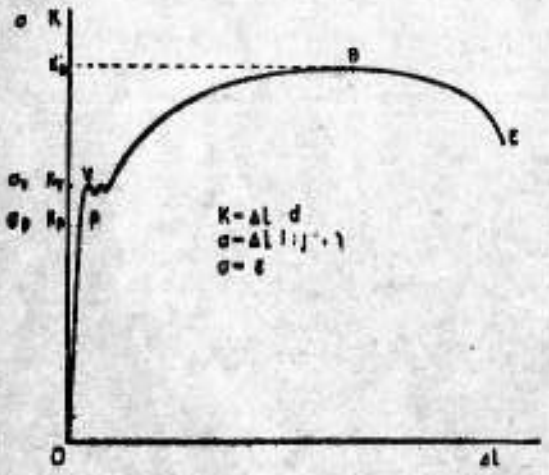
disalurkan kembali melalui tingkap keamanan dan tingkap jalan balik dan melalui pipa-pipa jalan balik kembali ke tempat penyimpan minyak. Untuk dapat memindahkan plunyer P*l* dengan cepat, maka kita mempergunakan tingkap K_1, yang mempunyai lubang saluran yang besar.

Pada percobaan tarik, di mana plunyer harus bergerak dengan perlahan-lahan, maka kita mempergunakan tingkap K_2 yang mempunyai lubang saluran kecil.

Pada kedua macam mesin selalu terdapat peralatan untuk menentukan besar gaya tarik. Peralatan untuk menentukan perubahan panjang tidak selalu dipasang. Pada kebanyakan mesin hubungan antara gaya tarik dan perpanjangan dapat dicatat pada sebuah teromol diagram.

§ 11 Diagram gaya perpanjangan

Sebagaimana kita telah mengetahuinya, batang tarikan itu, kita rentangkan dalam mesin tarik. Pada waktu merentangkan hendaknya diperhatikan, jangan sampai terjadi lengkung, sehingga kita dapat menganggap, bahwa batang itu mendapat beban tarik yang asli. Sesudah melakukan ini semuanya, baharulah mesin tarik itu kita jalankan dan berkali-kali ditentukan gaya tarik *K* dan perpanjangan $\triangle l$. Nilai-nilai *K* dan $\triangle l$ yang telah ditentukan itu, dan termasuk satu sama lain, diukurkan sebagai koordinat-koordinat dalam sebuah diagram gaya perpanjangan (diagram K-$\triangle l$). Dengan jalan demikian itu diketemukan titik-titik yang sesuai dengan pemeriksaan - pemeriksaan yang telah kita lakukan. Titik-titik ini kita sambungkan satu sama lain sehingga merupakan satu garis, yang menggambarkan hubungan antara perpanjangan dan gaya tarik.



Gamb. 6

Pada gambar 6 kita dapat melihat gambar bagan sebuah garis *K*-$\triangle l$ untuk **baja**. Dari gambar ini, kita dapat menguraikan hal-hal sebagai berikut :

Pada permulaan tambahan perpanjangan itu adalah kecil, dan karena garis OP lurus, maka perpanjangan itu adalah sebanding dengan gaya tarik, sehingga pada permulaan percobaan itu, berlakulah hukum HOOKE.

Jika tenaga tarik itu sudah melampaui nilai *KP*, maka perpanjangannya itu adalah tidak lagi sebanding dengan gaya tarik, akan tetapi perpanjangan itu lebih besar lagi daripada perpanjangan menurut hukum HOOKE.

Jika gaya tarik sudah melampaui harga *Kv*, maka hubungan antara gaya tarik dan perpanjangan tidak teratur sekali dan adalah sangat sukar untuk menentukannya. Pada keadaan ini kita katakan, bahwa bahan itu mengecil (vloeien). Jika pengecilan itu sudah habis, maka pembesaran gaya tarik yang sangat kecil mengakibatkan suatu perpanjangan yang sangat penting.

Gaya tarik terbesar, *KB*, yang dapat dibebankan pada batang, kita namakan muatan patah. Jika gaya tarik sudah mencapai harga KB, maka perpanjangannya pada gaya tarik yang sudah turun, akan menjadi lebih besar.

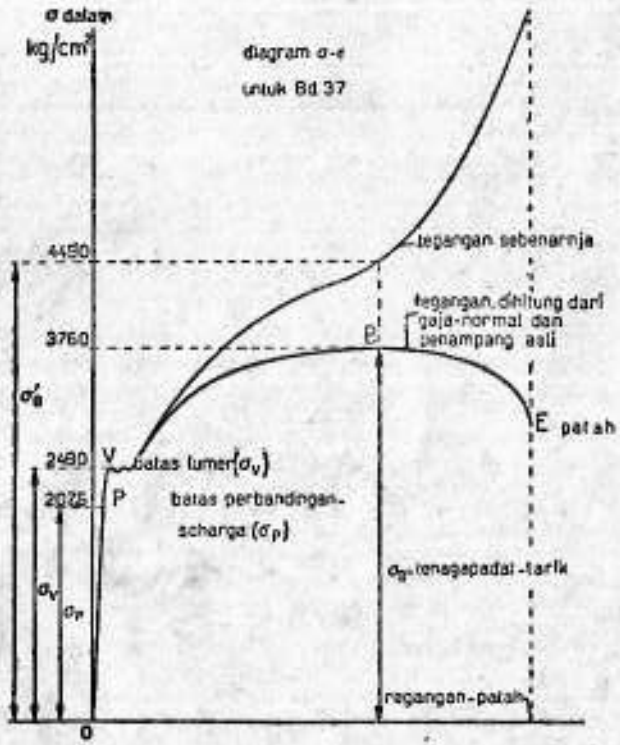
Untuk dapat membandingkan keterangan-keterangan itu dengan lebih baik, maka pada percobaan ini beban tarik selamanya kita nyatakan dengan luas pada penampang normal **aslinya** dari batang itu. Dengan jalan begini kita mendapatkan tegangan tarik σ (fiktif), dari pada tenaga tarik *K*. Jika pada sumbu *K* kita ambil ukuran skala yang lain, maka diagram *K*-$\triangle l$ itu, dapat juga kita anggap sebagai diagram σ -$\triangle l$ (diagram tegangan perpanjangan). Jika sebuah perpanjangan selalu kita bagi oleh ukuran panjang asli *l*, maka kita akan memperoleh regangan jenis ε, daripada perpanjangan $\triangle l$.

Dengan memakai ukuran-ukuran skala yang lain, maka diagram *K*-$\triangle l$ asli, dapatlah kita anggap sebagai diagram σ-ε.

§ 12 Diagram tegangan regangan (diagram σ-ε).

Keuntungan diagram σ-ε itu ialah, bahwa dengan cara yang sangat sederhana kita dapat membandingkan hasil-hasil percobaan-percobaan

dengan bahan dan ukuran panjang yang berbeda - beda satu sama lainnya. Pada diagram tegangan regangan (fiktif) ini, lihat gambar 7, dapatlah kita memperoleh hal-hal sebagai berikut :



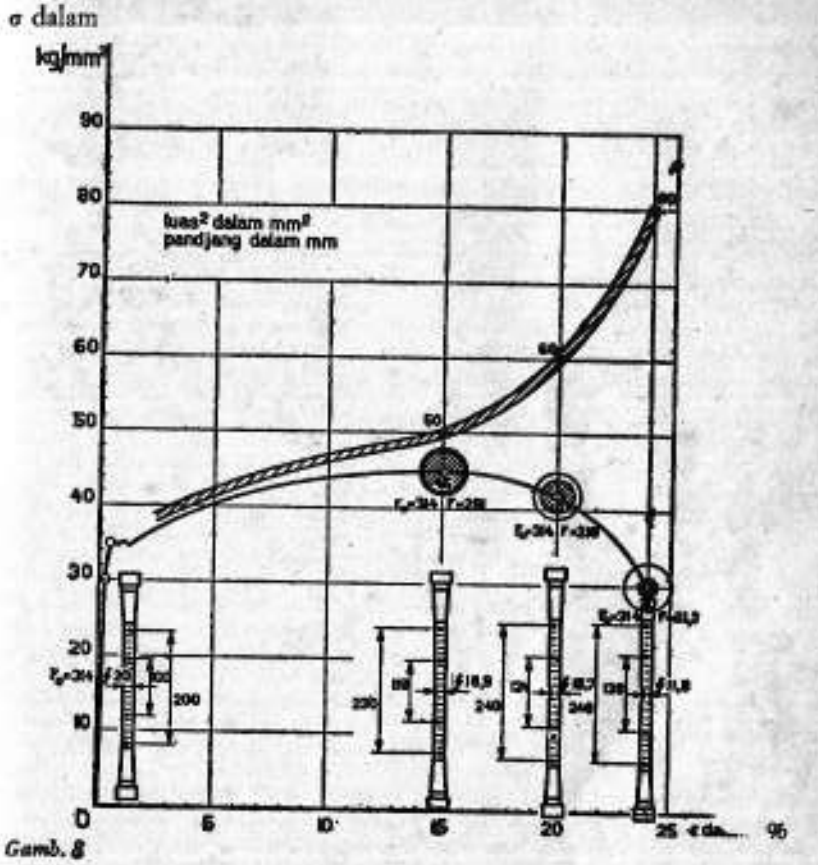
Gamb. 7

Selama tegangan itu adalah lebih kecil daripada apa yang dinamakan batas perbandingan seharga σ_p, selama itu regangan adalah berbanding seharga dengan tegangan. Dalam hal ini, berlakulah hukum HOOKE, dan $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$ atau $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

Selanjutnya dapat kita lihat, bahwa dalam hal ini di mana $\sigma > \sigma_p$, panjangnya regangan ε menjadi akan sangat melebihi daripada yang menurut hukum HOOKE. Ini akan terus berlaku begitu, sampai karakteristis (perwatakan) baru dapat mencapai titik V.

Jika tegangan (fiktif) sudah dapat mencapai harga sampai σ, akan terjadi perubahan panjang yang sangat besar, dengan tidak usah dibutuhkan suatu pembesaran daripada beban. Jika begitu, maka kita katakan, bahan itu mengecil.

Tegangan, di mana bahan mulai mengecil, disebut batas mengecil. Jikalau batas mengecil itu sudah sekali dilampaui, maka pada permukaan batang, yang tadinya rupanya licin, mulai terdapat garis-garis, yang letaknya kira-kira 45° terhadap sumbu batang. Garis-garis ini, kita namakan garis-garis mengecil.

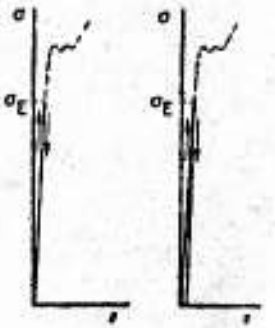


Gamb. 8

Pada bahan baja ada kalanya garis lengkung ini, sedikit sesudah batas mengecil, tidak teratur. Hal ini berarti, bahwa „tegangan" tidak berjalan teratur. Itu kita namakan batas mengecil tertinggi (terbesar) dan batas mengecil terendah (terbawah). Pada mesin-mesin tarik hidrolis, penunjuk gaya menunjukkan ayunan yang sangat tidak teratur; ayunan-ayunan ini akan tertulis pada diagram.

Pada mesin-mesin tarik, yang mempunyai „bobot bergerak", yang harus digeserkan dengan tangan, untuk dapat membaca besarnya beban, adalah sangat sukar sekali untuk dapat mengikuti goyangan-goyangan itu. Jika kita tidak menggeserkan „bobot bergerak" itu maka mulai titik V, diagram σ-ε akan menggambarkan garis mendatar. Jika kita meneruskan percobaan ini, maka bebannya akan meningkat lagi, sehingga mencapai beban maksimum. Tegangan (fiktif) yang bersang-

kutan, kita namakan tegangan patah. Selanjutnya bebannya akan turun, sedangkan regangan selalu akan menjadi besar (pada mesin-mesin dengan beban jalan, harus kita geserkan beban ini, untuk mengakibatkan kesetimbangan) dan selanjutnya (jika kita kehendaki), batang akan menjadi patah. Walaupun hal ini bukanlah cara yang biasanya dipakai, dapat kita menentukan tegangan patah batang itu, dengan jalan tidak usah sampai mematahkan batang itu. Untuk ini, beban yang terbesar, kita bagi dengan luas asli penampang normal batang tarikan itu.



Gamb. 9a. Gamb. 9b

Untuk hal yang tersebut di atas, perlu kita tambahkan keterangan-keterangan berikut. Jika percobaan tarik dimulai, batang tarikan akan mulai menjadi kecil. Apalagi, sesudah „tegangan patah" tercapai, hal itu mulai dapat terlihat dengan nyata, dan kalau percobaan itu berjalan selanjutnya dengan teratur, terjadilah pengecilan setempat.

Dari pengecilan ini ternyata, bahwa diagram σ-ε yang tertulis itu hanyalah suatu fiksi dan jika gaya yang timbul dibagi dengan luas yang bersangkutan dan yang semakin menjadi kecil, dapatlah kita mengharapkan, bahwa garis lengkung σ-ε, akan memberikan gambaran yang lain. Untuk dapat membandingkannya, maka pada gambar 8 terlihat garis-garis σ-ε fiktif dan garis σ-ε sebenarnya dengan beberapa garis tengah (diukur) yang bersangkutan.

Titik-titik yang terpenting dari diagram σ-ε itu, adalah batas kekenyalan (batas elastisitas) atau batas gaya pegas. Jika sebuah batang mendapat beban tarik dan kemudian beban itu kita hilangkan lagi, maka jika batas kekenyalan belum dilampauinya, batang tadi akan mendapatkan panjangnya yang asli kembali.

Maka garis σ-ε akan sesuai dengan apa yang terlihat pada gambar 9*a*.

Jika batas kekenyalan dilampaui, maka perubahan bentuk itu bersifat tetap; ini dapat kita saksikan dalam diagram σ-ε, lihatlah gambar 9*b*.

Untuk menentukan batas kekenyalan itu adalah sukar sekali. Semakin teliti kita mengukurnya, semakin rendah kita akan mendapatkan batas itu. Maka dari itu, untuk batas kekenyalan kita mengambil tegangan, di mana terdapat sejumlah regangan yang tetap.

Seringkali terjadi, bahwa batas perbandingan seharga dan batas kekenyalan dipakai bertukar-tukar. Batas mengecil dan batas kekenyalan

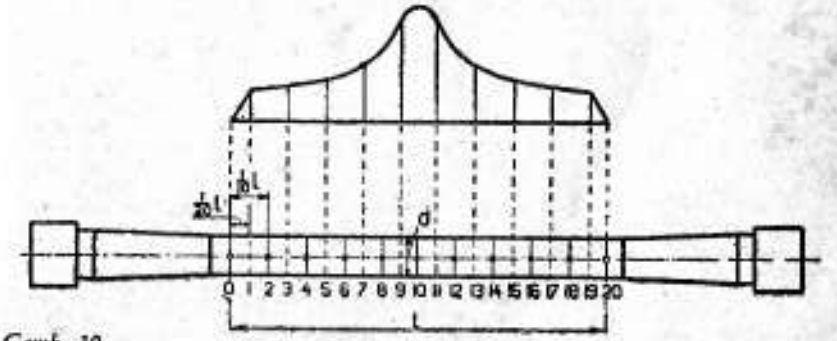
acap kali letaknya saling berdekatan dan dalam laporan-laporan percobaanpun nama-nama ini acapkali ditukar-tukar. Lihat juga gambar 7.

§ 13 Regangan

Tanda untuk kekenyalan bahan adalah regangan jenis, yang untuk singkatnya, kita sebut regangan saja. Pada panjang ukuran l, dan perpanjangan l^1 dari panjang ukuran tadi, maka regangannya adalah $= \frac{l^1 - l}{l}$. Biasanya regangan itu, kita hitung dalam prosen, karena itu, maka regangnya adalah

$$\frac{l^1 - l}{l} \times 100\% \qquad (6).$$

Nyatalah sekarang, bahwa regangan itu, misalnya pada batang-batang percobaan dari pada baja, pada tempat yang menjadi putus, adalah lebih besar dari pada tempat-tempat yang letaknya agak lebih

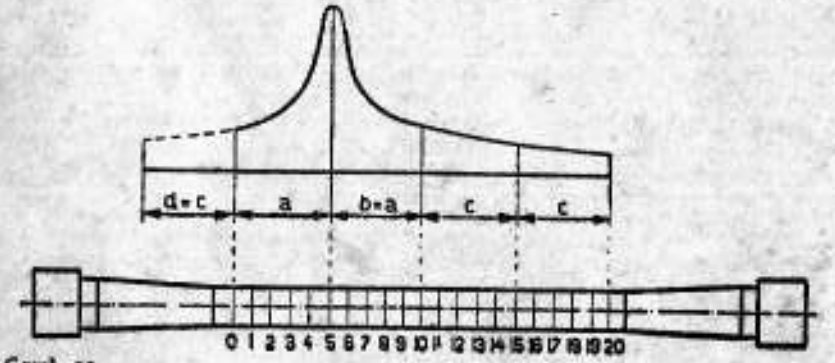


Gamb. 10

jauh dari tempat yang putus tadi. Kita akan mendapatkan gambaran yang jelas, jika kita, sebelumnya memulai, membuat sepuluh buah titik senter yang sama pada panjang ukuran dan kemudian, sesudah batang percobaan dari pada baja, pada tempat yang menjadi putus, kita kumpulkan dalam ordinat-ordinat grafik. Lihatlah gambar 10, dimana ordinat-ordinat grafik ini digambarkan pada titik-titik tengahnya bagian-bagian yang dibuat tadi. Dari grafik ini kita dapat mengambil kesimpulan, bahwa pada panjang ukuran yang pendek kita memperoleh regangan yang besar dan bahwa regangan itu umumnya adalah tergantung pada panjang ukuran. Nyatalah, bahwa dalam la-

poran-laporan percobaan, panjang ukuran itu harus kita tuliskan. Dalam beberapa hal, patahnya batang percobaan itu terjadi di tengah-tengah batang, dan dalam beberapa hal, itu terjadi lebih ke ujung-ujungnya. Jika patahnya terjadi pada tempat lebih dekat pada titik senter daripada $\frac{1}{3}$ dari panjang ukuran, maka hal ini kita namakan patah ujung; untuk penjelasan-penjelasan selanjutnya, lihatlah lembaran normal N 713. Pada patah ujung, regangan lebih kecil daripada jika patahnya itu terjadi di tengah-tengah batang. Pada patah ujung, dapat digunakan kejadian di mana regangan pada kedua belah sisi dari tempat yang patah itu, jalannya boleh dikatakan simetris. Pada gambar 11, panjang ukuran itu kita bagi dalam dua puluh bagian yang sama dan regang jenis diukurkan pada beberapa bagian. Regangan yang terbesar terdapat pada tempat yang patah, misalnya di dekat titik senter nomor 5, jadi tidak di dalam bagian tengah.

Untuk panjang ukuran l^1 yang baru, kita sekarang tidak mengambil jarak antara titik-titik 0—20 sesudahnya perubahan bentuk, tetapi kita mengambil jumlah jarak-jarak a, b, c dan d, yang kita ukur sesudah perubahan bentuk itu (d kita ambil sama dengan jarak kiri c). Dengan panjang ukuran yang didapat ini, maka kita menentukan regangannya.



Gamb. 11

§ 14 Kontraksi

Tanda selanjutnya bagi kwalitas bahan, adalah kontraksi. Yang diartikan dengan kontraksi itu, ialah pengurangan luas penampang normal pada tempat yang patah, yang kita hitung dalam prosen terhadap luas yang asli. Jika luas penampang itu, sebelumnya kita berikan beban, adalah sebesar F, dan kemudian luas penampang

(sesudahnya ada beban), menjadi sebesar F^1, maka jumlah kontraksi itu, dihitung dalam prosen, adalah

$$\frac{F^1 - F}{F} \times 100\% \qquad (7)$$

Jika kita misalnya mengambil sebuah batang bulat, dengan garis tengah D, dan kemudian sesudah patah, garis tengah itu menjadi D_1, maka jumlah kontraksi itu adalah :

$$\frac{F - F^1}{F} \times 100\,\% = \frac{\frac{\pi}{4} D_2 - \frac{\pi}{4} D_1^2}{\frac{\pi}{4} D^2} \times 100\% =$$

$$= \frac{D^2 - D_1^2}{D^2} \times 100\% = \frac{(D + D_1)(D - D_1)}{D^2} \times 100\%.$$

Catatan. Untuk penjelasan, di bawah ini terdapat sebuah ikhtisar mengenai beberapa percobaan-percobaan tarik.

No.	mm garis tengah D atau $B \times H$	mm^2 luas F	mm garis tengah D_1 atau $B^1 \times H^1$	% kontraksi	mm panjang ukuran	mm perpanjangan	% regangan	kg beban mengecil	kg/mm^2 tegangan mengecil	kg beban patah	kg/mm^2 tegangan patah
1	20,0	314,1	9,5	77,4	200	76,0	38,0	6.400	20,4	10.150	32,3
2	14,0×19,0	266,0	10,0×15,0	42,1	181	18,1	10,0	12.300	46,2	18.100	68,0

§ 15 Kekerasan

Hal yang sangat penting, untuk dapat menimbang dan menentukan, apakah bahan itu dapat dipakai atau tidaknya, atau dapat atau tidaknya untuk dikerjakan selanjutnya, adalah hal menentukan kekerasan. Cara menentukan kekerasan bahan itu, dapat kita lakukan sebagai berikut: kita mengambil sebutir pelor baja yang disepuh, dengan garis tengah d. Pelor ini kita tekankan pada benda percobaan, selama waktu yang cukup (kira-kira setengah menit) dengan tenaga P. Lekukan karena pelor tadi, kita ukur dengan sangat telitinya dan kemudian kita tentukan luas F lekukan tadi. Hasil bagi dari P dan F itu, adalah kekerasan bahan tadi.

Cara ini, disebut cara BRINELL, untuk ini biasanya normal kita ambil $P = 3.000$ kg dan $d = 10$ mm, kekerasannya kita hitung dalam kg/mm². Biasanya, satuan ini kita hilangkan dan kita sebutkan umpamanya Kekerasan Brinell 110. Untuk keterangan-keterangan selanjutnya, lihatlah buku „Rouws, Kramer, SOAL-SOAL DARI ILMU PESAWAT".

Selain itu, kitapun dapat memakai pesawat dari ROCKWELL atau dari VICKERS. Pada pesawat ini, kita mempergunakan gaya-gaya yang lebih kecil. Lekukan-lekukan yang terdapat, adalah juga lebih kecil sehingga bahan percobaan rusaknya hanya sedikit.

§ 16 Pemakaian diagram σ-ε

Diagram σ-ε masih dapat juga dipergunakan untuk *menentukan modulus kekenyalan* E. Di bawah ini terdapat satu contoh.

Sebagaimana telah kita katakan, modulus kekenyalan itu dapat kita anggap sebagai „perbandingan" antara tegangan dengan regangan jenis yang bersangkutan. Jika tegangan, dengan regangan 0,1% adalah sama dengan 20,1 kg/mm² atau 2.010 kg/cm², maka nilai E adalah $= \frac{20{,}1 \text{ kg/mm}^2}{\frac{1}{1.000}} = 20.100 \text{ kg/mm}^2$

$\left(\text{karena regangan dari } 0{,}1\% \text{ sama dengan regangan jenis dari } \frac{1}{1.000}\right)$

Atau

$$E = \frac{2.010 \text{ kg/cm}^2}{\frac{1}{1.000}} = 2.010.000 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 17 Hukum Wöhler

Kekuatan tarik satu macam bahan, adalah juga tergantung pada macamnya beban. Kekuatan tarik dapat kita bagi antara kekuatan tarik pada:

I. beban diam;

II. beban asli, ialah beban, yang berubah antara nol dan suatu beban terbesar, yang tertentu;

III. beban bolak-balik, ialah beban, yang berubah-ubah, tidak saja besarnya, akan tetapi juga jurusannya.

Menurut hasil-hasil percobaan-percobaan (cara dahulu), maka perbandingan macam beban-beban itu, kita ambil sebagai 3 : 2 : 1 (Hukum WÖHLER).

§ 18 Tegangan yang diijinkan, koefisien keamanan

Dapatlah dimengerti, bahwa sebuah batang atau bagian dari konstruksi itu tidak boleh kita berikan beban, hingga tegangan itu mencapai tegangan patah; tegangan-tegangan yang dihasilkan, harus masih terletak di bawah batas kekenyalan, batas mengecil dan jika perlu juga di bawah batas perbandingan seharga.

Jikalau kita harus mengonstruir dan menghitung bagian dari sebuah konstruksi, maka berkenaan dengan tegang yang diijinkan, kadang-kadang kita harus mempergunakan peraturan-peraturan, yang penyusunannya didasarkan atas pengalaman yang lama dari kantor-kantor konstruksi, pulisi pembangunan dan lain-lain badan pengontrol. Dalam hal ini kita beri nama, tegangan yang diijinkan. Tegangan-tegangan yang diijinkan ini dapat kita bagi menurut macam beban, ialah misalnya tegangan yang disamakan pada beban tarik, tekan, tumpu, geser, lengkung, puntir dsb. Disesuaikan dengan lembaran normal N 354 maka akan kita berikan tanda-tanda sebagai berikut :

$\bar{\sigma}_t$	=	tegangan tarik	yang diijinkan dalam kg/cm²				(dahulu	k_t)
$\bar{\sigma}_d$	=	„ tekan	„	„	„	„	(„	k_d)
$\bar{\sigma}_b$	=	„ lengkung	„	„	„	„	(„	k_b)
$\bar{\tau}_D$	=	„ geser	„	„	„	„	(„	k_t)
$\bar{\sigma}_s$	=	„ tumpu	„	„	„	„	(„	k_{sl})
$\bar{\tau}_w$	=	„ puntir	„	„	„	„	(„	k_w)
$\bar{\sigma}_k$	=	„ tekuk	„	„	„	„	(„	k_k)

Beberapa dari tegangan-tegangan ini, adalah bagian dari kekuatan patah dalam keadaan beban yang bersangkutan. Jika ketetapan-ketetapan patah ini berturut-turut ditunjukkan dengan τ_B, τ_{dB}, τ_B [1]) dan σ_k maka perbandingan-perbandingan : $\frac{\sigma_B}{\bar{\sigma}_t}$, $\frac{\sigma_{dB}}{\bar{\sigma}_d}$, $\frac{\tau_B}{\bar{\tau}_D}$ dan $\frac{\sigma_k}{\bar{\sigma}_k}$ dinamakan berturut-turut **koefisien keamanan** [2]) untuk beban ta-

[1]) katakan : tau.

[2]) Dahulu kita berbicara tentang koefisien kepastian dan ini dinyatakan dengan huruf n.
Lembaran normal N 354 berbicara tentang koefisien keamanan dan ini dinyatakan dengan huruf v.

rik, tekan, geser dan tekuk. Pada umumnya, perbandingan ini, kita nyatakan dengan huruf v, dan karenanya kita katakan keamanan v-ganda.

Nilai-nilai angka untuk ini dapat kita lihat dalam buku-buku almanak atau vademekum. Dalam peraturan-peraturan untuk merencanakan jembatan-jembatan dari baja, (V.O.S.B. 1933), maka pada penjelasan-penjelasan dari artikel-artikel 43 dan 45, kita mendapat hal-hal sebagai berikut :

„Komisi (diangkat oleh bagian Bangun-bangunan dan Bangun-bangunan air dari „Koninklijk Instituut voor Ingenieurs" pada tanggal 20 Desember 1928) telah mengambil sebagai dasar, bahwa gaya pikul konstruksi itu, adalah tergantung pada batas mengecil, dan karena itu tegangan yang dijinkan telah ditetapkan berbandingan dengan gaya pikul itu".

„Tegangan-tegangan untuk tarik dan lengkung, yang dihitung terlalu tinggi, dapatlah (koefisien keamanan) dianggap sama dengan hasil bagi batas mengecil, dibagi, tegangan yang diijinkan; ini adalah kira-kira 1½".

Karena pada waktu yang akhir-akhir ini, dalam berbagai-bagai peraturan tercantum tegangan yang diijinkan, maka koefisien keamanan tidak berarti lagi; perencana dapat mendasarkan perhitungan-perhitungannya langsung atas tegangan yang diijinkan.

§ 19 Soal-soal

11. Pada sebuah percobaan tarik, tegangan tinggal tetap di bawah batas perbandingan seharga. Pada tegangan sebesar 1.600 kg/cm², terdapat regangan jenis sebesar 0,000745. Hitunglah modulus kekenyalan.

12. Sebuah batang dari Bd. 37 mempunyai tegangan normal sebesar 1.000 kg/cm² dan $E = 2.100.000$ kg/cm². Hitunglah regangan jenisnya.

13. Menurut percobaan tarik dari sebuah batang baja bulat dengan garis tengah 19,9 mm sesudahnya patah (pada tempat yang patah) garis tengahnya menjadi 18,1 mm. Panjang ukuran diambil 200 mm ($\sim 10d$), dan sesudah patah menjadi 264. Beban mengecil = 8.000 kg, beban patah = 12.500 kg.

Ditanyakan :

1. kontraksi dalam %;
2. regangan dalam %;
3. tegangan mengecil dalam kg/mm²;
4. tegangan patah dalam kg/mm²;

5. gaya di mana batang menjadi patah, jika besarnya tegangan yang sebenarnya adalah 70 kg/mm².

Buatlah sebuah ikhtisar mengenai hasil-hasilnya, seperti contoh daftar pada halaman 29.

14. Menurut percobaan tarik dari sebuah batang baja, terdapat

beban tertinggi	14.500 kg
garis tengah yang asli	20,1 mm
garis tengah sesudah patah (diukur pada tempat patah)	17,91 mm
perpanjangan pada 100 mm panjang batang	27,5 mm

Hitunglah kekuatan tariknya, didasarkan atas penampang yang asli dan penampang tempat patah.

Hitunglah juga pengurangan luas penampang normal dalam prosen, didasarkan atas penampang normal yang asli dan pula perpanjangan dalam prosen.

15. Bd. 37 mempunyai tegangan patah sebesar 3.700 kg/cm². Koefisien keamanan = 3. Hitunglah tegangan normal yang diijinkan.

16. Batas mengecil terbawah dari suatu macam bahan, adalah σ Untuk cara beban I (beban dalam keadaan diam), tegangan normal yang diijinkan adalah σ_I. Hitunglah $\bar{\sigma}$ dari σ, dan koefisien keamanan v_I Hitunglah σ_I kalau $\sigma_I = 2.100$ kg/cm² dan $v_I = 1{,}5$.

17. Pada cara beban III (beban berubah), tegangan normal yang diijinkan adalah $\bar{\sigma}_{III}$

σ_{III} ini seringkali kita dasarkan atas kekuatan lelah. Biasanya kekuatan ini, kita tentukan dengan jalan memberikan beban dengan jurusan tegak pada sebuah batang mendatar yang berputar, sehingga serat-seratnya berganti-ganti mendapat beban tarik dan tekanan. Menurut pengalaman, maka kekuatan ini, adalah lebih besar daripada kekuatan pada beban berganti-ganti (berubah) tarik dan tekan (beban menurut sumbu dari batang). Koefisien keamanan = 2. Hitunglah tegangan normal $\bar{\sigma}_{III}$ yang diijinkan, jika kekuatan lelah pada beban lengkung adalah sama dengan 1.800 kg/cm², dan kekuatan lelah pada beban tarik dan tekanan adalah 85% daripada beban lengkung. Koefisien keamanan = 2.

18. Pada beban asli (cara beban II), menurut RÖTSCHER, tegangan normal σ_{II} yang diijinkan dapatlah kita ambil sama dengan nilai rata-rata secara ilmu hitung, dari $\bar{\sigma}_I$ dan $\bar{\sigma}_{III}$

Hitunglah $\bar{\sigma}_{II}$ untuk tarikan dan tekanan. Batas mengecil = 2.200 kg/cm². Kekuatan getar pada beban lengkung adalah 2000 kg/cm². Koefisien keamanan pada cara beban I adalah $v_I = 2$, dan pada cara beban III, $v_{III} = 2{,}5$. Kekuatan getar pada beban tekan dan tarik adalah 90% dari pada beban lengkung.

PELAJARAN KE-3 *Perhitungan kekuatan pada beban tarik dan tekan.*

§ 20 Rumus-rumus, contoh-contoh

Jika pada rumus $\sigma = \frac{P}{F}$ dari halaman 12, σ kita gantikan dengan tegangan yang diijinkan $\bar{\sigma}_t$ atau σ_{dt}, maka terdapatlah

untuk **beban tarik:** $\bar{\sigma}_t = \frac{P}{F}$ (8a).

untuk **beban tekan:** $\bar{\sigma}_d = \frac{P}{F}$ (8b).

Soal 4. Sebuah kolom pendek geronggang dibuat dari bahan besi tuang, mempunyai garis tengah luar 22 cm, mendapat beban tekan, sebesar 45 ton dengan keamanan 9-ganda. Kekuatan tekan = 7.200 kg/cm².

Hitunglah tegangan tekan yang diijinkan. Berapakah harus tebal dinding, supaya tegangan yang diijinkan jangan sampai dilampaui ?

Cara menghitung :

$$\sigma_{db} = 7.200 \text{ kg/cm}^2. \quad v = \frac{\sigma_{db}}{\sigma_d} = 9$$

jadi :

$$\bar{\sigma}_d = \frac{\sigma_{db}}{v} = \frac{7.200}{9} = 800 \text{ kg/cm}^2.$$

Dengan $\bar{\sigma}_d = 800$ kg/cm², maka rumus $\bar{\sigma}_d = \frac{P}{F}$ menjadi $800 = \frac{P}{F}$.

Di sini P harus di hitung dalam kg dan luas F dalam cm². $P = 45$ $t = 45.000$ kg. Penampang normal kolom berupa cincin. Garis tengah luarnya adalah 22 cm, garis tengah dalamnya tidak diketahui. Misalkan ini sama dengan x cm, maka luas F dari penampang normal adalah $\left(\frac{\pi}{4} 22^2 - \frac{\pi}{4} x^2\right)$ cm².

Jadi :

$$800 = \frac{45.000}{\frac{\pi}{4} 22^2 - \frac{\pi}{4} x^2} \text{ atau: } \frac{\pi}{4}(22^2 - x^2) = \frac{45.000}{800}, \text{ atau}$$

$$x^2 = 22^2 - \frac{4}{\pi} \cdot \frac{45.000}{800} \sim 412 \text{ cm dan } x \sim 20{,}3.$$

Ambillah $x = 20$, jadi garis tengah dalam = 20 cm, dan tebalnya dinding $= \frac{22 - 20}{2} = 1$ cm.

Soal 5. Dua buah pelat yang sama lebarnya, tebalnya berturut-turut = 13 mm dan 16 mm. Kedua pelat ini harus disambungkan satu sama lain dengan kampuh tumpuh (kampuh V). Hitunglah lebar pelat-pelat tadi, jika harus dapat menahan gaya tarik sebesar 2.000 kg. Pelat-pelat ini dibuat daripada bahan, yang mempunyai tegangan $\bar{\sigma}_t$ yang diijinkan sebesar 1.200 kg/cm².

Tegangan tarik bahan yang diijinkan $\bar{\sigma}_t$ ialah 0,75 $\bar{\sigma}_t$. Untuk lebar kampuh, kita mengambil tebal pelat yang tertipis.

Cara menghitung. Dalam perhitungan ini, kita mempergunakan rumus :

$$\bar{\sigma}_t = \frac{P}{F}.$$

Dalam ini untuk $\bar{\sigma}_t$ kita harus mengambil tegangan yang diijinkan dalam bahan las ($\bar{\sigma}_t'$).

P gaya yang diberikan = 2.000 kg, F adalah luas segipanjang. Sisi-sisi segipanjang ini, adalah sama dengan lebar (b cm) yang ditanyakan dan tebal pelat (1,3 cm) yang terkecil. Jadi kita mendapat:

$$F = \frac{P}{\bar{\sigma}_t'}$$

atau

$$1{,}3b = \frac{2.000}{0{,}75.1.200} = \frac{2.000}{900} \text{ dan } b = \frac{2.000}{1.170} \sim 2.$$

Lebar pelat-pelat adalah 2 cm.

Soal 6. Sebuah batang dari kayu, berbentuk silinder, dalam fikiran digantungkan tegak, dan dianggap sangat panjang sekali, sehingga ia patah disebabkan karena berat dirinya. Ketetapan tarik kayu $\bar{\sigma}_B$ = 790 kg/cm²; berat jenis kayu = 0,5 kg/dm³.

Hitunglah panjangnya (dalam fikiran).

Cara menghitung. Umpamakan panjang yang ditanyakan sama dengan x cm, dan garis tengah sama dengan d cm, maka isi batang tadi ialah :

$\frac{\pi}{4} d^2 \, x \text{ cm}^3$, jadi $\frac{\frac{\pi}{4} d^2 \, x}{1.000} \text{dm}^3$. Beratnya adalah $\frac{\pi}{4} d^2 x \frac{0,5}{1.000} \text{kg}$.

Dalam rumus $\sigma = \frac{P}{F}$, kita harus mengambil $\sigma = \sigma_B$; ini jadi

$P = F\sigma_B$ dan $\frac{\pi}{4} d^2 x \frac{0,5}{1.000} = \frac{\pi}{4} d^2 . 790$, sehingga akhirnya

$$x = 1.580.000.$$

Jadi panjang yang ditanyakan adalah : 1.580.000 cm atau 15,8 km.

Catatan : Ternyata, bahwa bentuk penampang normal tidak mempunyai pengaruh sama sekali.

§ 21 Soal-soal

19. Tekanan lebih yang terbesar pada tutup sebuah mesin uap, adalah 12 atm (12 kg/cm²). Tutup tadi dipasangkan pada silinder dengan 14 buah baut. Besarnya baut adalah 7/8" dengan uliran Whitworth. Berapa besarkah seharusnya tegangan pasang dalam baut-baut, jika ini harus diambil dua kali tegangan yang terdapat dalam baut, hanya karena tekanan terbesar pada tutup itu ? Garis tengah dalam silinder adalah 35 cm.

20. Hitunglah menurut hukum HOOKE perpanjangan jenis baut-baut dari soal 19 disebabkan karena tenaga pemasangan, agar supaya tegangan pemasangan dapat mencapai harga yang dihitung. $E = 2.10^6$ kg/cm².

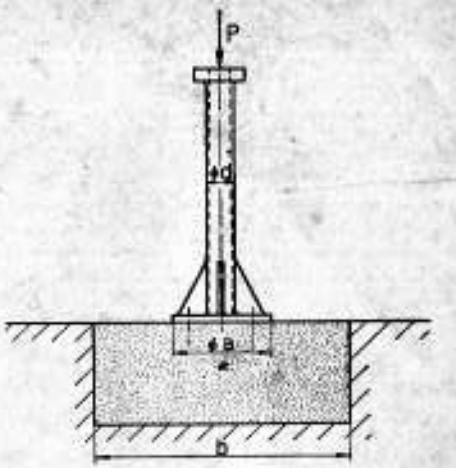
21. Soalnya seperti soal 19, hanya sekarang tekanan lebihnya, kita ambil sebesar 15 atm. Garis tengah dalam silinder adalah 40 cm. Besar baut-baut adalah 1". Jumlah baut-baut ada 16 buah. Hitunglah sekarang perpanjangan jenisnya, yang dibutuhkan untuk mencapai tegangan pasang yang dihitung, menurut hukum HOOKE, $E = 2.10^6$ kg/cm².

22. Hitunglah garis tengah dua buah baut, dengan mana kap sebuah batang penggerak disambungkan pada batang penggeraknya. Tenaga yang terbesar, yang bekerja pada batang penggerak, adalah P. Tegangan normal yang diijinkan dalam kg/mm², adalah sama dengan garis tengah dari baut dalam cm. $P = 18$ t.

Tambahan. Yang diartikan dengan garis tengah baut, adalah garistengah bagian baut yang terkecil.

23. Sama seperti no. 22, tetapi sekarang $P = 22$ t.

24. Pada tiang pendek yang dibuat dari besi tuang, lihat gambar 12, bekerja beban $P = 25$ t, $\bar{\sigma}_d = 600$ kg/cm². Tiang itu berdiri pada batu pasir, dengan tegangan tekan yang diijinkan = 20 kg/cm². Balok „segiempatnya" terletak di atas tanah pasir, yang mempunyai tegangan tekan yang diijinkan = 2,5 kg/cm². Garis tengah dalam tiang yang geronggang ini, adalah 0,7 kali garis tengah d. a dan b.

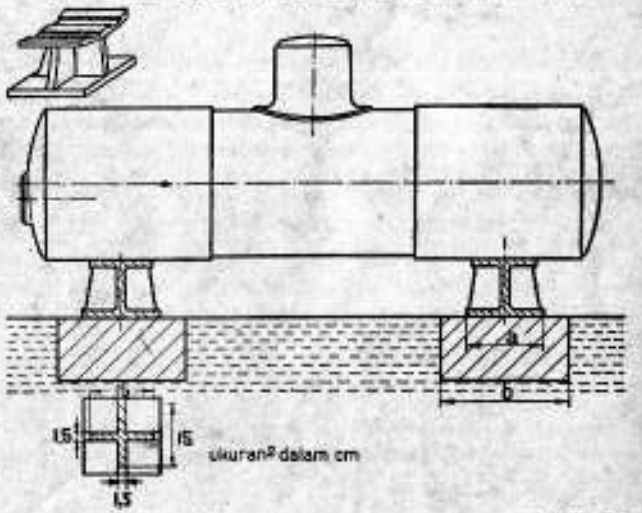


Gamb. 12

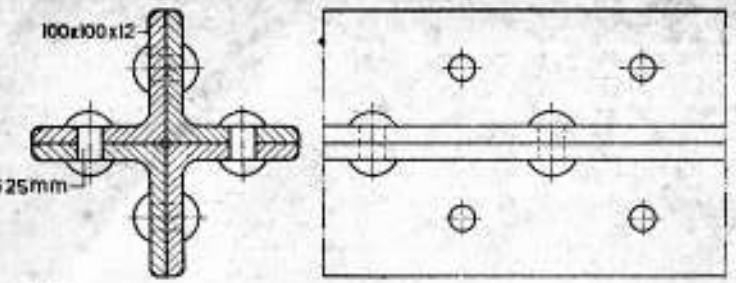
25. Sebuah ketel uap, yang mempunyai berat sendiri sebesar 12 t dan mempunyai isi 9.000 l air, terletak pada 2 buah alat pendukung, lihat gambar 13. Hitunglah tegangan bahan pada penampang dari alat pendukung, lihat gambar 13. Hitunglah tegangan bahan pada penampang alat pendukung yang digambar.

Hitunglah ukuran-ukuran a pelat kaki yang „segiempat", jika (untuk dinding batu) $\bar{\sigma}_{d_1} = 12$ kg/cm², dan ukuran-ukuran b dari dinding tembok „segiempat", jika (untuk tanah pasir) $\sigma \, d^2 = 2,5$ kg/cm².

26. Sebuah batang penarik menurut gambar 14, terdiri atas empat buah baja siku-siku yang dikelingkan satu sama lainnya. Hitunglah gaya normal sentris yang dii-



Gamb. 13



Gamb. 14

jinkan pada penampang normal, jika $\bar{\sigma}_t = 600$ kg/cm².

27. Sebuah batang pompa yang berdiri tegak dan berbentuk silinder, bagian atasnya digantungkan, dan bagian bawahnya diberi beban sebesar P. Panjangnya batang adalah L. Garis tengah penampang normal adalah $= d$. Berat jenisnya $= \gamma$.

Hitunglah tegangan normal σ yang terbesar, yang terdapat pada batang, jika :

a. $P = 1{,}5$ t; $L = 25$ m; $d = 1{,}5$ cm dan $\gamma = 8$ kg/dm³.
b. $P = 1{,}2$ t; $L = 36$ m; $d = 1{,}6$ cm dan $\gamma = 7{,}7$ kg/dm³.

28. Sebuah batang pompa yang pejal, terdiri atas dua bagian yang berbentuk silinder. Sumbu-sumbu kedua bagian itu letaknya pada terusan kedua sumbu itu. Tiap bagian panjangnya 28 m. Batang pompa digantungkan tegak dan bagian terbawah dibebani tenaga berarah kebawah, sebesar 3 t. Hitunglah garis tengah tiap bagian-bagian, jika diketahui $\bar{\sigma}_t = 540$ kg/cm² dan $\gamma = 7{,}8$ kg/cm³.

29. Sebuah kabel kawat baja terdiri atas 42 kawat-kawat, dengan garis tengah sebesar 3,6 mm. Kabel ini dipakai untuk mengangkat beban P dari dalam sumur tambang, yang dalamnya $= 400$ m. $\bar{\sigma}_t =$ 3.000 kg/cm²; $\gamma = 7{,}8$ kg/dm³. Hitunglah nilai terbesar yang dibolehkan untuk P.

30. Batang sebuah pekerjaan konstruksi, terdiri atas dua buah baja siku-siku dengan ukuran 65.80.10, yang dikelingkan pada pelat-pelat bagan dengan paku-paku keling dan yang mempunyai garis tengah sebesar 19 mm (garis tengah lubang keling $= 20$ mm).

Batang itu diberi beban tarik oleh tenaga sebesar 25 t.

Hitunglah tegangan normal yang terbesar :

a. pada penampang normal di bagian yang tidak lemah;
b. pada penampang normal di bagian yang lemah (dua lubang keling).

§ 22 Hukum Bach dan Schüle

Pada beberapa macam bahan, di antaranya besi tuang, batu, beton dan kulit, hukum HOOKE $\left(\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\right)$ tidak akan berlaku seluruhnya. Grafik di mana dinyatakan hubungan antara regangan jenis (ε) dan tegangan (σ) pada permulaan sudah merupakan garis lengkung. Sifat bahan-bahan ini telah diperiksa oleh BACH dan SCHÜLE. Menurut mereka, untuk bahan-bahan ini terdapat hubungan

$$\varepsilon = C\sigma^{n_1} \qquad (9).$$

Dalam rumus ini C dan n_1 adalah lagi bilangan-bilangan tetap. C adalah kofisen kekenyalan. Dengan $C = \frac{1}{E}$, maka rumus menjadi $\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma^{n_1}$; E adalah modulus kekenyalan. Modulus kekenyalan (E) bahan-bahan, pada bahan-bahan mana berlaku hukum BACH-SCHÜLE, dapatlah kita menganggap sebagai tegangan karakteristik, yang kita pakai untuk memperbandingkan perpanjangan jenis (ε) dengan tegangan normal (σ). Kita katakan juga: E adalah „perbandingan" pangkat n_1 dari σ sampai ε.

Soal 7. Sebuah ban mesin dari kulit, panjangnya 10 m, diberi beban yang mempunyai tegangan tarik sebesar 12 kg/cm². $C = \frac{1}{1250}$ cm²/kg; $n_1 = 0{,}68$. Hitunglah perpanjangannya.

Cara menghitung.

Menurut rumus (9), $\varepsilon = \frac{1}{1.250} \cdot 12^{0{,}68}$

$\log \varepsilon = 0{,}68 . \log 12 - \log 1.250 = 0{,}63693 - 3$ dan $\varepsilon = 0{,}004\,334$.

Dari $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, terdapat selanjutnya

$$\Delta l = \varepsilon l = 0{,}004\,334 . 1000 = 4{,}334 \text{ cm}.$$

§ 23 Tegangan-tegangan temperatur

Menurut ilmu alam, maka ukuran panjang sebuah batang itu, adalah fungsi temperatur. Kita ambil panjang batang pada temperatur 0° C l_0 pada temperatur t° C lt dan kofisien pemuaian panjang λ [1]) maka terdapatlah :

$$l_t = l_0 (1 + \lambda t)$$

[1]) lambda, lafalkan, labda.

Selanjutnya, kita umpamakan panjangnya pada temp. t_1° C: lt_1, maka terdapatlah :

$$l_{t1} = l_0 (1 + t\lambda_1)$$

Tambahan panjang $\triangle l$, pada waktu dipanaskan dari t hingga t_1, adalah

$$\triangle l = l_{t1} - l_t = l_0 \lambda (t_1 - t) = \frac{l_t \lambda (t_1 - t)}{1 + \lambda t}$$

atau kira-kira [1] :

$$\triangle l = l_t \lambda (t_1 - t).$$

Pandanglah sebuah batang, yang pada temperatur t° C, panjangnya $= lt$ dan dijepit antara dua tembok yang kaku. Jika batang ini kita panaskan sehingga t_1° C, maka, jika kedua tembok itu tidak ada batang akan mengalami perubahan panjang, sebesar

$$\triangle l = l_t \lambda (t_1 - t)$$

Tembok-tembok itu menahan adanya tambahan panjang ini, mereka mengakibatkan adanya dua gaya P yang sama besarnya, tapi kesatu jurusan, yang memampatkan batang itu sepanjang jarak yang sama dengan penambahan panjang yang dihitung. Menurut hukum HOOKE, maka pemampatan (penekanan) ini :

$$\triangle l = \frac{Pl_t}{EF}.$$

Dengan $\triangle l = l_t \lambda (t_1 - t)$ terdapatlah :

$$l_t \lambda (t_1 - t) = \frac{Pl_t}{EF} \text{ atau } \frac{P}{F} = E \lambda (t_1 - t).$$

Karena disebabkan kenaikan temperatur, maka terdapatlah tegangan tekan, yang sama dengan :

$$\sigma_d = \frac{P}{F} = E \lambda (t_1 - t) \qquad (10).$$

Dari ini dapatlah kita menghitung tegangannya, jika modulus kekenyalan kofisen pemuaian panjang dan perubahan temperatur diketahui. Luas penampang normal, di sini tidak mempunyai arti yang begitu penting.

Soal 8. Pada temperatur 3° C letak rel-rel sebuah jalanan kereta api 8 mm satu sama lainnya. Panjang rel adalah 18 m. $\lambda = 12.10^{-6}$ tiap derajat Celsius.

$E = 2.150.000$ kg/cm². Pada temperatur berapakah, maka rel-rel itu akan bersambungan satu sama lainnya ?

[1] λt adalah kecil terhadap 1.

Tegangan temperatur manakah yang akan terdapat, jika temperaturnya adalah 45° C?

Cara menghitung. Dari $\triangle l = l_t \lambda (t_1 - t)$, terdapat

$$t_1 - t = \frac{\triangle l}{\lambda l_t} = \frac{0.8}{12.10^{-6} \cdot 1.800} \sim 37^\circ C.$$

$t_1 = 37^\circ + t$, atau $t_1 \sim 40^\circ$ C. Rel-rel akan bersambungan satu sama lain, pada temperatur 40° C.

$\sigma_d = E \lambda (t_1 - t)$. Di sini t adalah temperatur, di mana batang-batang itu tepat bersambungan satu sama lain, dengan tidak terdapat tegangan-tegangan, jadi t adalah sama dengan 40° C (dalam cara menghitung, dari bagian pertama, temperatur ini kita namakan t_1).

t_1 adalah temperatur, yang dipakai untuk menghitung tegangan-tegangan, dan jumlahnya 45° C.

Jadi kita mendapat :

$$\sigma_d = E \lambda (t_1 - t) = 2.150.12.10^{-6} (45 - 40) = 129 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 24 Batang-batang terdiri atas dua macam bahan

Perhitungan batang-batang yang dibebani tarikan dan tekanan dan yang dibuat daripada beton bertulang, pada umumnya batang-batang yang terdiri atas dua macam bahan, adalah tidak begitu mudah. Dapatlah dimengerti, bahwa pada batang-batang semacam ini, gaya normalnya tidaklah terbagi rata pada penampang-penampang. Jika diumpamakan, bahwa penampang-penampang normalnya tinggal tetap tegak lurus pada sumbu batang, maka regangan jenis ϵ untuk semua serat, adalah sama besarnya, sedangkan tegangan-tegangannya pada regangan yang sama untuk kedua macam bahan-bahan adalah berlainan; ini disebabkan karena harga-harga dari E yang berselisih. Karena ini dapatlah ditarik kesimpulan, bahwa perhitungan batang-batang semacam itu, harus dikerjakan secara lain. Di bawah ini, kita uraikan beberapa contoh.

Soal 9. Dua buah batang yang sama panjangnya, yang dibuat dari bahan-bahan yang berlainan, kita sambungkan menjadi satu. Pada ujung yang satunya kita berikan beban, sebesar tenaga P, di mana garis kerjanya letaknya berimpitan dengan sumbu batang itu. Ujung yang lainnya, kita jepit. Luas penampang normal batang pertama $= F_1$ dan luas penampang normal batang yang kedua adalah F_2. Moduli kekenyalan berturut-turut $= E_1$ dan E_2. Pembagian tegangan pada kedua bahan itu adalah teratur. Hitunglah sekarang, tegangan-tegangan σ_1 dan σ_2 yang bekerja pada kedua bahan tadi.

Cara menghitung. Penampang-penampang normal batang pertama memberikan tenaga normal $\sigma_1 F_1$, sedangkan dari yang kedua memberikan gaya normal $\sigma_2 F_2$. Jadi kita mendapat :

$$P = \sigma_1 F_1 + \sigma_2 F_2 \qquad (a).$$

Regangan jenis bahan pertama $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1}$ dan dari yang kedua $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2}$

Dari $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, terdapat

$$\frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{\sigma_2}{E_2} \text{ atau } \sigma_1 = \frac{E_1}{E_2}\sigma_2$$

Jika kita ambil: $\frac{E_1}{E_2} = \psi$[1]), dapatlah kita menuliskan, $\sigma_1 = \psi\sigma_2$, atau

$$\sigma_2 = \frac{1}{\psi}\sigma_1.$$

Dengan (a) kita mendapat:

$$P = \sigma_1 F_1 + \frac{1}{\psi}\sigma_1 F_2.$$

Kesimpulan $\psi P = \sigma_1(\psi F_1 + F_2)$,

atau

$$\sigma_1 = \frac{\psi P}{\psi F_1 + F_2} \qquad (11).$$

Dengan $\sigma_2 = \frac{1}{\psi}\sigma_1$, terdapatlah pula:

$$\sigma_2 = \frac{P}{\psi F_1 + F_2} \qquad (12).$$

Catatan. Jika bahan pertama itu, adalah baja, dan yang kedua adalah beton, walaupun pada beton hukum HOOKE tidak berlaku seluruhnya, maka kita dapat juga mempergunakan rumus-rumus yang sama dengan sedikit perubahan :

$$\sigma_1 = \sigma_{bd};\ \sigma_2 = \sigma_{bet};\ F_1 = F_{bd}, F_2 = F_{bet},$$

$$E_1 = E_{bd};\ E_2 = E_{bet};\ \psi = \frac{E_1}{E_2} = \frac{E_{bd}}{E_{bet}}.$$

Indeks *bd* adalah untuk baja, dan indeks *bet* untuk beton. Dengan begini maka rumus-rumus (11) dan (12), menjadi :

$$\sigma_{bd} = \frac{\psi P}{\psi F_{bd} + F_{bet}} \text{ dan } \sigma_{bet} = \frac{\psi P}{\psi F_{bd} + F_{bet}}.$$

[1]) Bacalah : psi.

Menurut rumus-rumus ini, dapatlah σ_{bet} kita hitung, dengan jalan mengambil luas baja pada penampang normal kali ψ. Tegangan σ_{bd} dalam baja, adalah menjadi $\psi\sigma_{bet}$.

Soal 10. Sebuah kolom pendek daripada beton bertulang, mendapat beban tekan oleh gaya sebesar 20 t. Penampang normalnya adalah segiempat, dengan tiap sisi-sisinya 22 cm. Tulang-tulangnya, terdiri atas 4 buah batang tulang dari baja, dengan garis tengah, sebesar 1,6 cm.

$\psi = 15$. Hitunglah tegangan-tegangan, yang terdapat pada kedua bahan tadi.

Cara menghitung.

$$F_{bd} = 4.\frac{\pi}{4} 1{,}6^2 \sim 8{,}04 \text{ cm}^2.$$

$$\psi F_{bd} = 15.8{,}04 = 120{,}60 \text{ cm}^2.$$

$$F_{bet} = 22 \times 22 - 8{,}04 \sim 476 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma_{bet} = \frac{20.000}{120{,}6 + 476} \sim 33{,}5 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_{bd} = 15\sigma_{bet} \sim 503 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 25 Perhitungan silinder-silinder berdinding tipis

Kita mengambil sebuah silinder yang panjang, berdinding tebal, dan kedua ujungnya ditutup. Dalam silinder ini, terdapat bahan cair atau gas. Tekanan zat cair atau gas ini kita ambil P (tekanan lebih). Garis tengah dalam adalah d, dan tebalnya dinding $= \delta$.

Kita berturut-turut menghitung tegangan bahan, yang terdapat pada penampang normal dari silinder dan tegangan bahan yang bekerja pada penampang panjang, yaitu penampang dengan bidang melalui sumbu. Kemudian tegangan-tegangan ini kita bandingkan satu sama lain. Tegangan σ_n pada penampang normal, kita hitung dengan mempergunakan gambar 15. Bidang ABC, adalah bidang normal sembarangan sebuah silinder mendatar. Sekarang kita melihat pada bagian silinder, yang letaknya di sebelah kanan bidang ABC.

Tegangan normal σ_n kita hitung dengan syarat, bahwa jumlah gaya-gaya mendatar, yang bekerja pada bagian silinder (kanan dari ABC), adalah nol.

Gaya-gaya ini, adalah [1]):

[1]) Berat sendiri diabaikan.

1. Resultante tekanan-tekanan pada bidang ujung kanan dari silinder, yang besarnya sama dengan $P.\frac{\pi}{4}d^2$ dan mengarah ke kanan.
2. Resultante gaya-gaya tegang pada penampang bahan yang berbentuk cincin pada bidang ABC, dan besarnya adalah :

$$\sigma_n\left\{\pi\left(\frac{d}{2}+\delta\right)^2-\frac{\pi}{4}d^2\right\}$$ Arahnya adalah ke kiri.

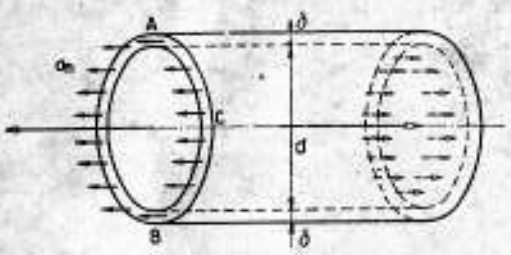
Dari $$p.\frac{\pi}{4}d^2-\sigma_n\left\{\pi\left(\frac{d}{2}+\delta\right)^2-\frac{\pi}{4}d^2\right\}=0,$$

terdapat

$$\sigma_n=\frac{pd^2}{(d+2\delta)^2-d^2}$$

$$=\frac{pd^2}{d^2+4d\delta+4\delta^2-d^2}=$$

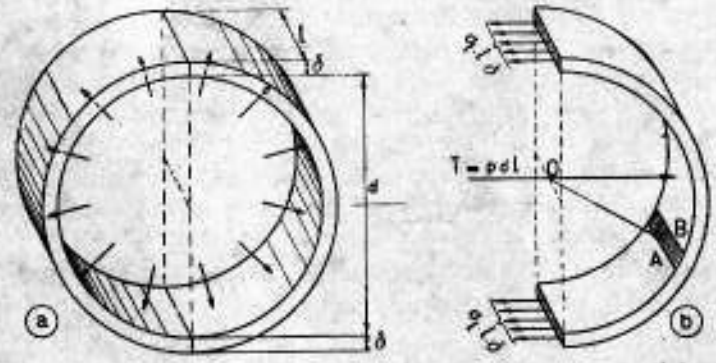
$$=\frac{pd^2}{4\delta(d+\delta)}.$$



Gamb. 15

Untuk silinder-silinder berdinding tipis, kita abaikan δ terhadap d, dan kita dapatkan.

$$\sigma_n=\frac{pd^2}{4\delta d}=\frac{pd}{4\delta}.$$



Gamb. 16

Tegangan σ_1 pada penampang panjang kita hitung dengan pertolongan gambar-gambar 16 ÷ 18. Gambar 16*a* adalah bagian dari silinder mendatar, yang letaknya antara dua penampang-penampang normal, pada jarak l antara satu sama lain. Gambar 16*b* adalah bagian silinder ini, yang letaknya di sebelah kanan bidang simetri tegak dan melalui sumbu. Penampang bahan bidang simetri silinder ini terdiri atas dua segipanjang, masing-masing besarnya $l.\delta$.

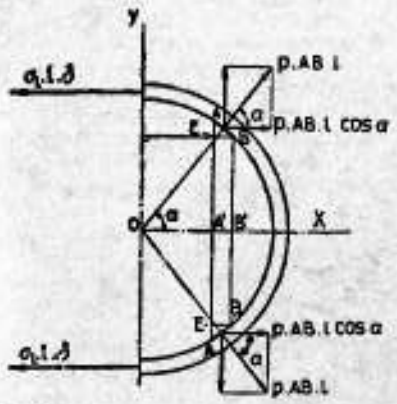
Pada bagian yang digambar (berat sendiri dihilangkan), bekerja gaya-gaya sebagai berikut :

1. Resultante gaya-gaya tegang pada penampang bahan di bidang memanjang, dan sama dengan $2\sigma_1 l\delta$ dan mengarah ke kiri, menurut sumbu simetri OX.
2. Resultante T tekanan-tekanan lebih dari gas atau dari bahan cair pada bagian kanan dari bagian silinder.

Pandanglah sekarang, bagian elementer AB dari dinding silinder, lihat gambar 16*b*. Resultante gaya tekan pada bagian ini, letaknya di tengah-tengah dan memotong sumbu silinder tegak lurus di O; jadi letaknya pada bidang simetri melalui O, tegak lurus pada sumbu. Bidang ini dengan gaya tadi digambarkan tersendiri, lihat gambar 17. Luas bagian elementer yang kita maksudkan tadi, adalah $AB.l$, dan gaya tekannya adalah $P.\ AB.l$.

Dengan jalan begini, dapatlah kita menemukan semua resultante gaya-gaya tekan itu, pada bidang simetri.

Pada gambar 17 kita hanya menggambarkan dua buah daripada gaya tadi; gaya-gaya ini letaknya simetris terhadap OX, dan semuanya diuraikan pada arah OX dan arah OY, lihat gambar 17.

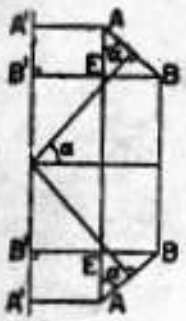


Gamb. 17

Komponen-komponen dengan arah OY, kedua-duanya adalah sama, komponen yang satunya arahnya ke atas, dan yang lainnya arahnya ke bawah. Kedua komponen itu akan saling meniadakan.

Komponen-komponen pada arah OX kedua-duanya sama dengan $P.\ AB.l.\cos x$ dan kedua-duanya mendatar, dan mengarah ke kanan; mereka mempunyai resultante $2P.\ AB.l.\cos x$ menurut OX. Pada gambar 18, elemen-elemen AB dari gambar 17, di-

gambar lebih besar lagi. Menurut gambar 18, maka $AB.\cos x = AE = A'B'$, sehingga resultante $2p.\ AB.\ l\ \text{coc}\ x = 2pl\ A'B'$.



Gamb. 18

Jika semua gaya tekan elementer kita kerjakan dengan cara semacam ini, maka untuk resultante T kita mendapat sebuah gaya sepanjang OX, sebesar:

$$\Sigma\, 2pl.\ A'B'. = pl\Sigma 2.\ A'B' = pld.$$

Dari syarat-syarat setimbang: jumlah semua gaya mendatar (gaya-gaya pada jurusan OX), yang bekerja pada bagian silinder, yang kita ambil tadi, adalah nol, ternyata:

$$pl.d - 2\sigma_t.l\delta = 0.\ \text{atau}\ \sigma_t = \frac{pd}{2\delta}$$

Dahulu kita telah mendapat:

$\sigma_n = \frac{pd}{4\delta}$, sehingga $\sigma_t = 2\sigma_n$ atau dengan perkataan:

tegangan normal pada penampang panjang, adalah dua kali tegangan normal pada penampang normal.

§ 26 Soal-soal

31. Hitunglah tebal dinding sebuah pipa baja berdinding tipis. Tekanan lebih di dalam pipa adalah 40 kg/cm². Garis tengah dalam, adalah 20 cm. $\bar{\sigma}_t = 800$ kg/cm².

Hitunglah juga tegangan normal σ_n pada sebuah penampang normal.

32. Hitunglah tebal dinding sebuah silinder besi tuang, yang letaknya mendatar. Tekanan lebih di dalam silinder adalah 10 kg/cm². Hitunglah tebal dinding δ_1, jika menurut peraturan $\delta_1 = \delta + 15$ mm dan δ adalah tebal dinding yang dihitung (dihitung dalam mm). $\bar{\sigma}_t = 250$ kg/cm².

Garis tengah dalam = 50 cm. Berapakah jumlah baut-baut dari 1¼" (uliran Whitworth) yang dibutuhkan untuk memasang tutup silinder? $\bar{\sigma}_t = 250$ kg/cm².

Tambahan. Kita umpamakan, bahwa tekanan uap itu bekerja pada lingkaran dengan garis tengah = 52 cm.

33. Baut-baut tutup silinder uap dibuat dari Bd. 34. Macam baja ini mempunyai batas mengecil sebesar 1.900 kg/cm² dan kekuatan lelah pada beban lengkung sebesar 1.700 kg/cm². Kofisen keamanan pada cara beban I (beban dalam keadaan diam) adalah $\nu_I = 2{,}5$ dan

pada cara beban III (beban berubah) adalah $\nu_{III} = 3$. Kekuatan lelah pada beban tekan dan tarik, adalah 80% daripada beban lengkung.

Jika tekanan uap itu bekerja teratur, maka baut-bautnya itu mendapat beban menurut cara beban II (beban berganti). Hitunglah tegangan normal σ_N yang diijinkan, menurut RÖTSCHER $\left(\sigma_{II} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}\right)$. Berapakah jumlah baut dari ⅞" (uliran Whitworth) yang dibutuhkan, jika tekanan lebih dalam silinder berganti-ganti antara 0 dan 5 kg/cm², dan garis tengah dalam silinder adalah 60 cm (di sini bendaknya menghitung dengan garis tengah sebesar 63 cm)? Berapakah jumlah baut, jika kita menghitung dengan tegangan pasang sebesar 400 kg/cm²?

Jumlah yang mana harus kita pakai?

Hitunglah juga tebal dinding δ_1 silinder, jika $\bar{\sigma}_t = 150$ kg/cm² dan $\delta_1 = \delta + 15$ mm.

34. Sebuah batang yang lurus pada temperatur t_1 dapat masuk tepat antara dua buah dinding yang tetap. Kemudian, batang dipanaskan hingga temperatur t_2. Buktikanlah, bahwa pada batang tadi terdapat tegangan normal

$$\sigma_d = \frac{E\lambda(t_2 - t_1)}{1 + \lambda t_1}$$

Dengan rumus manakah dapat kita mendekatinya ini?

Hitunglah juga σ_d, jika diketahui:

$E = 2{,}1 \cdot 10^6$ kg/cm²; $\lambda = 12.10^{-6}$/derajat C; $t_2 = 40°$ C dan $t_1 = 16°$ C.

35. Rel-rel sebuah jalanan kereta api, pada temperatur 0° C, letaknya 6 mm antara satu sama lain. Pada temperatur berapakah rel-rel tadi dapat bersambungan satu sama lain, jika panjang rel itu adalah 16 m dan $\lambda = 12.10^{-6}$/derajat C? Jika temperatur itu, naik lagi dengan 5° C, maka dalam rel itu terdapat tegangan temperatur. Hitunglah tegangan temperatur ini. $E = 2{,}15.10^6$ kg/cm².

36. Sebuah kolom dari beton bertulang, mempunyai penampang normal segiempat, dengan ukuran 33 × 33 cm. Dalam kolom ini pada jurusan memanjang, terdapat 4 buah batang baja, dengan garis tengah 1,8 cm. Hitunglah tegangan normal dalam beton dan dalam baja, jika kolom itu mendapat beban tekan oleh sebuah gaya dari 22 t. $E_{bd} = 15E_{bet}$

Catatan. Dalam perhitungan ini diumpamakan, bahwa pada kedua bahan tadi berlaku hukum HOOKE.

37. Sebuah kolom pendek dari beton bertulang dibebani dengan tekanan gaya dari 26 ton. Hitunglah luas penampang normal baja dan beton itu. Luas penampang normal baja = 2,6% dari luas penampang normal beton. Tegangan yang diijinkan pada beton adalah 30 kg/cm² dan $E_{bet} = 15E_{bet}$.

38. Sebuah kolom pendek dari besi tuang yang panjangnya 2 m, mempunyai penampang normal, yang berbentuk cincin.

Kolom itu dibebani dengan tekanan gaya dari 40 t. Hitunglah garis tengah luar D, dan garis tengah dalam d, jika $d = 0{,}8\ D$ dan $\sigma_d = 500$ kg/cm². Hitunglah juga pemampatan, jika menurut BACH-SCHÜLE:

$$\varepsilon = \frac{1}{1.043.000}\sigma^{1{,}035}.$$

39. Menurut BACH rumus untuk semen:

$$\varepsilon = \frac{1}{250.000}\sigma^{1{,}09}.$$

Hitunglah pemampatan, yang dialami oleh sebuah kubus dengan sisi 25 cm karena gaya tekan dari 300 kg.

40. Sebuah batang, berbentuk silinder, panjangnya $l = 20$ cm dan garis tengah $d = 2$ cm. Beban ini mengakibatkan perpanjangan 0,017 cm dan kontraksi melintang 0,00052 cm. Hitunglah regangan jenisnya, kontraksi (melintang) dan kofisen kontraksi melintang itu (lihat juga § 27).

§ 27 Kontraksi melintang

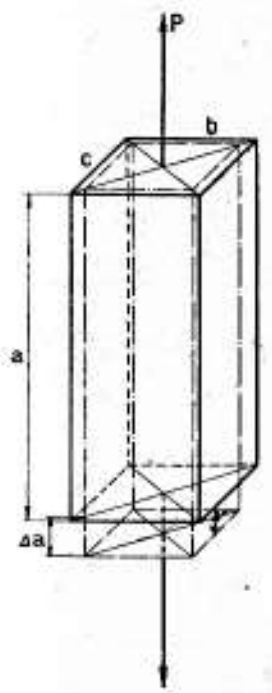
Pada umumnya sebuah batang tidak hanya mengalami perubahan-perubahan panjang saja, akan tetapi juga perubahan-perubahan bentuk pada jurusan-jurusan tegak lurus pada sumbu batang. Pada bebanan tarik, panjang batang akan menjadi lebih besar, dan penampang normalnya akan menjadi lebih kecil.

Pada bebanan tekan, terdapat pengurangan dari panjang batang, tetapi terdapat pembesaran daripada penampang normalnya. Perubahan bentuk penampang normal, kita namakan kontraksi ke sisi [1]). Ambillah

[1]) Kontraksi ini tidak boleh tertukar-tukar dengan kontraksi batang-batang tarikan yang patah.

misalnya sebuah paralelopipedum siku-siku, lihatlah gambar 19 maka a akan menjadi lebih panjang, perpanjangan itu adalah $\Delta a = \frac{P.a}{EF}$, sedangkan b dan c menjadi lebih pendek. Menurut percobaan-percobaan, maka pemendekan ini tergantung atas P, E, F seperti juga halnya pada Δa, tetapi juga pada tetapan bahan lainnya daripada E. Pemendekan $\Delta b = \frac{1}{\mu}.\frac{Pb}{EF}$

dan pemendekan $\Delta c = \frac{1}{\mu}.\frac{Pc}{EF}$ [1]).



Gamb. 19

Sesuai dengan

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{P}{F}.\frac{1}{E} = \frac{\sigma}{E},$$

dari sini diuraikan:

$$\varepsilon_b = \frac{\Delta b}{b} = \frac{1}{\mu}.\frac{P}{F}.\frac{1}{E} = \frac{1}{\mu}.\frac{\sigma}{E} \text{ dan}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{\mu}.\frac{P}{F}.\frac{1}{E} = \frac{1}{\mu}.\frac{\sigma}{E}$$

Kesimpulan :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_b = \frac{1}{\mu}.\varepsilon_a.$$

μ, adalah kofisen kontraksi melintang atau tetapan dari POISSON, dan letaknya pada kebanyakan bahan antara 3 dan 4.

---

[1]) Baca : mu.

§ 28 Rumus untuk perhitungan putus geser

Putus geser yang murni akan terdapat, jika gaya-gaya yang bekerja pada sisi penampang normal dapat disusun menjadi satu resultante, yang terletak pada penampang yang sedang dipelajari. Putus geser yang murni, dalam praktek, tidak terdapat; banyak cara-cara beban dapat kita kembalikan pada putus geser yang murni, dengan jalan memudahkannya.

Jika sebuah penampang normal yang mempunyai luas F, harus dapat memindahkan gaya sebesar P, maka jika gaya P itu terbagi rata dan teratur pada penampang, tegangan yang terdapat adalah $\frac{P}{F}$. Tegangan ini kita namakan tegangan geser; pada umumnya untuk ini kita pakai tanda τ, jadi kita mendapat :

$$\tau = \frac{P}{F}. \qquad (13).$$

Pemakaian rumus ini, adalah sama dengan pemakaian rumus

$$\sigma = \frac{P}{F}.$$

Jika kita pada cara beban yang diketahui, harus menentukan luasnya F, maka tegangan geser τ itu harus kita ketahui.

Dalam hal semacam ini, biasanya τ tidak boleh melampaui nilai yang tertentu, yaitu apa yang disebut tegangan geser yang diijinkan $\bar{\tau}_D$. Dengan $\tau = \bar{\tau}_D$, maka rumus (13), akan menjadi

$$\bar{\tau}_D = \frac{P}{F}.$$

Tegangan geser $\bar{\tau}_D$ yang diijinkan, adalah seper-ν-nya ketetapan geser $\bar{\tau}_B$, jadi $\bar{\tau}_B = \frac{\tau_B}{\nu}$, tetapi ini tidak ditentukan dengan secara langsung, karena percobaan-percobaan yang bersangkutann kurang dapat dipercaya; ini terbukti dari hasil-hasil yang sangat berlain-lainan, yang kita lakukan dengan percobaan-percobaan semacam ini. Sebagai gantinya, kita mempergunakan rumus

$$\bar{\tau}_D = \frac{\mu}{\mu + 1}\bar{\sigma}_t.$$

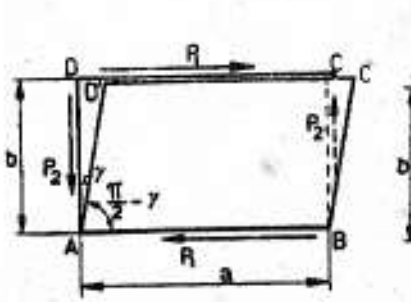
Di sini μ adalah tetapan dari POISSON, lihatlah pula halaman 51

Jika paralelopipedem dalam keadaan setimbang, dengan adanya empat buah gaya yang digambar, maka jumlah secara aljabar dari momen-momen kopel-kopel (P_1, P_2) dan (P_2, P_3) harus nol, dengan perkataan lain :

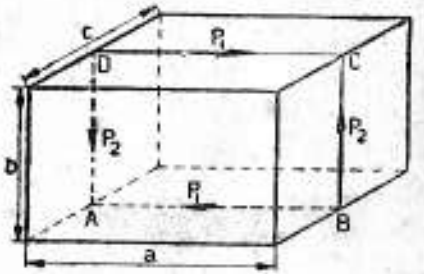
$$P_1 b - P_2 a = 0.$$

Jika terjadi, bahwa P_1 dan P_2 itu terbagi teratur pada bidang-bidang, di mana mereka bekerja, maka pada bidang alas dan pada bidang dasar, kita mendapat tegangan geser $\tau_1 = \frac{P_1}{ac}$ dan pada bidang sisi kiri dan bidang sisi kanan, kita mendapat tegangan geser $\tau_2 = \frac{P_2}{bc}$

τ_1 mempunyai arah yang sama dengan P_1, jadi letaknya tegak lurus pada sisi c. Tegangan geser τ_2 pun, letaknya tegak lurus pada sisi c.



Gamb. 21



Gamb. 22

Jika kita mengganti dalam persamaan :

$$P_1 b - P_2 a = 0.$$

$$P_1 = ca\,\tau_1 \text{ dan } P_2 = bc\,\tau_2$$

maka terdapatlah :

$$abc\,\tau_1 - abc\,\tau_2 = 0$$

$$\tau_1 = \tau_2.$$

Jadi kedua tegangan geser itu, adalah sama besarnya.

Tentang arah tegangan-tegangan geser ini, dapat kita berikan keterangan-keterangan sebagai berikut. Jurusan τ_1 pada bidang dasar, adalah sama dengan jurusan gaya P_1, yang bekerja pada bidang alas; tegangan τ_2 pada bidang sisi kiri adalah sama dengan gaya P_2 pada bidang isi itu.

Tegangan-tegangan geser pada bidang-bidang melalui sisi C, yang melalui titik A, adalah sama dengan gaya-gaya P_1 dan P_2 pada bidang-bidang itu, mengarahnya pada sisi ini. Kita telah mendapat pula, bahwa tegangan-tegangan geser pada bidang-bidang paralelopipedum, yang pada titik sudut C merupakan sudut bidang dua, berarah ke sisi melalui titik C.

Jadi kita telah mendapatkan, bahwa tegangan-tegangan geser *pada dua bidang yang letaknya tegak lurus satu sama lainnya,* yang berdiri tegak lurus pada garis potong bidang-bidang itu, (atau komponen-komponen tegak lurus pada garis potong), *adalah sama besarnya. Kedua itu mempunyai arah ke garis potong atau kedua-duanya, arahnya berlawanan.*

Pada berbagai cara beban, maka tegangan geser pada berbagai-bagai titik sebuah penampang, mempunyai nilai yang lain.

Dalam hal-hal semacam ini, maka kita umpamakan pada sebuah titik tertentu sebuah paralelopipedum elementer.

Jika bidang sisinya cukup kecil, maka dapatlah kita mengumpamakan bahwa gaya-gaya gesernya adalah terbagi teratur pada bidang-bidang sisi tadi. Paralelopipedum elementer, dapat berada dalam keadaan dari benda pada gambar 22, dan selanjutnya kita akan mendapatkan kesimpulan sebagaimana tertulis di atas.

§ 32 Hubungan antara tegangan geser dan perubahan bentuk yang bersangkutan

Gambar 21 ini, kita anggap sebagai tampan sisi sebuah parallelopipedum elementer. Karena akibat tegangan-tegangan geser, maka penampang normal siku-siku ABCD, berubah menjadi paralelogram A'B'C'D', sedangkan bidang sisi kiri dan bidang sisi kanan berputar dengan sudut γ [1]).

Sudut γ ini kita sebut **perubahan-jenis sudut** dan diumpamakan berbanding seharga dengan tegangan τ yang bersangkutan. „Perbandingan" tetap dari τ terhadap γ, kita sebut **modulus kegelinciran** [2]). Umpamakan ini dengan huruf G, maka kita mendapat rumus:

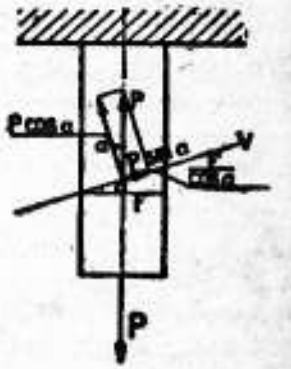
$$\frac{\tau}{\gamma} = G, \text{ atau } \gamma = \frac{\tau}{G} \qquad (17)$$

Sebagaimana juga halnya dengan modulus kekenyalan E, maka modulus **kegelinciran** G kita hitung dalam kg/cm².

[1]) γ (baca : gamma), dihitung dalam radial.

[2]) Tentang modulus kegelinciran dapatlah kita memberi keterangan-keterangan, seperti halnya tentang modulus kekenyalan.

Menurut syarat-syarat setimbang, maka gaya yang dilakukan oleh bagian yang atas terhadap bagian yang bawah, adalah gaya berlawanan dengan beban P. Gaya tegang P yang mengarah ke atas, dapat kita uraikan dalam komponen-komponen yang letaknya berimpitan dan tegak lurus pada bidang V.



Gamb. 20

Komponen yang pertama, dapat kita anggap sebagai resultante gaya-gaya geser elementer pada V, dan komponen yang kedua kita anggap sebagai resultante gaya-gaya normal elementer pada V. Jika kedua macam gaya-gaya tegang ini, terbagi teratur pada seluruh penampang, maka tegangan normal τ_a akan sama dengan:

$$\sigma_a = \frac{\frac{P \cos a}{F}}{\cos a} = \frac{P \cos^2 a}{F} \qquad (15).$$

Tegangan geser τ_a adalah :

$$\tau_a \frac{\frac{P \sin a}{F}}{\cos a} = \frac{P \sin a \cos a}{F} = \frac{P \sin 2a}{2F} \qquad (16).$$

Tegangan-tegangan yang dihitung, adalah fungsi-fungsi dari a; kita dapat menghitung dengan mudah, untuk nilai mana dari a, σ_a dan τ_a, kita dapat mencapai nilai yang terbesar. σ_a mencapai nilai yang tertinggi, pada bidang-bidang, di mana cos-cos a mempunyai nilai yang paling tinggi, cos-cos a adalah maksimum untuk $\alpha = 0°$; tegangan normal yang terbesar ($\sigma_{a_{maks}}$) terdapat pada penampang normal dan sama dengan

$$\frac{\sigma_{a_{maks}}}{F} = \frac{P}{F}$$

τa mencapai nilai yang paling tinggi bersama-sama dengan sin $2a$. Tegangan geser yang terbesar ($\tau_{a_{maks}}$) terdapat pada bidang-bidang, dimana sin $2a$ mencapai nilai yang paling tinggi. Nilai yang terbesar, yang dapat dicapai oleh sin $2a$, adalah 1. Ini adalah harga, jika $a = 45°$; tegangan geser yang terbesar terdapat pada bidang-bidang, yang mempunyai sudut sebesar 45° terhadap penampang-penampang normal.

Sebagai kita lihat, bahwa pada sebuah batang, yang mempunyai beban tarik dan tekan, akan terdapat tegangan-tegangan geser dan tarik.

Sekarang dapatlah kita bertanya. Mengapa pada perhitungan-perhitungan batang-batang semacam tadi, kita hanya harus memperhatikan tegangan-tegangan normal. Dari apa yang telah dinyatakan tadi, ternyata, bahwa tegangan geser, yang mempunyai nilai yang tertinggi adalah setengah tegangan normal yang terbesar, karena:

$$\sigma_{e_{maks}} = \frac{P}{F} \text{ dan } \tau_{e_{maks}} = \frac{P}{2F},$$

sehingga

$$\tau_{e_{maks}} = \tfrac{1}{2}\sigma_{e_{maks}}.$$

Sebagaimana telah kita katakan, kita mengambil tegangan geser yang diijinkan $\bar{\tau}_D = \frac{\mu}{\mu + 1}\bar{\sigma}_t$. Untuk kebanyakan bahan-bahan, μ terletak antara 3 dan 4, sehingga $\bar{\tau}_D$ pada umumnya mempunyai nilai, yang letaknya antara $\frac{3}{4}\bar{\sigma}_t$ dan $\frac{4}{5}\bar{\sigma}_t$. Jika terdapat, bahwa tegangan normal yang terbesar itu, adalah sama dengan tegangan tarik $\bar{\sigma}_t$ yang diijinkan, maka tegangan geser yang terbesar, adalah $\frac{1}{2}\bar{\sigma}_t$, jadi lebih kecil daripada tegangan geser yang diijinkan $\tau_D = 0{,}75 \pm 0{,}8\ \bar{\sigma}_t$. Kesimpulannya adalah, bahwa kita tidak usah memperhatikan tentang tegangan-tegangan geser.

Catatan. Tegangan-tegangan normal dan geser tidak terdapat tersendiri-tersendiri, akan tetapi bersamaan; keadaan tegangannya adalah lebih sukar daripada apa yang telah dibicarakan tadi.

Karena itu, kita tidak usah membicarakan soal ini lebih jauh lagi apalagi, karena dalam praktek telah ternyata, bahwa pada perhitungan-perhitungan menurut tegangan-tegangan pada penampang-penampang normal sudah dapat dianggap cukup.

§ 31 Tegangan-tegangan geser pada bidang-bidang yang letaknya tegak lurus satu sama lain

Segipanjang ABCD dari gambar 21, menggambar tampan sebuah paralelopipedum siku-siku, dengan sisi-sisi a, b dan c. Sisi c letaknya tegak lurus pada bidang gambar. Lihatlah juga gambar 22. Pada bidang dasar dan pada bidang atas bekerja gaya-gaya P_1, pada bidang sisi kiri dan bidang sisi kanan bekerja gaya-gaya P_2. Gaya-gaya P_1 dan P_2, yang bekerja pada bidang-bidang sisi, (lihat gambar 21) pada bidang, yang letaknya sejajar dengan bidang gambar.

Rumus ini menyatakan hubungan antara tegangan geser yang diijinkan dan tegangan tarik yang diijinkan, dan rumus ini dapat kita uraikan secara teori.

Tentang uraian ini tidak lagi kita bicarakan di sini. Jikalau untuk μ kita mengambil nilai 4, maka kita dapat: $\bar{\tau}_D = 4/5\,\bar{\sigma}_t$. Jika untuk macam bahan ini, kita ambil $\bar{\sigma}_t = 1.200$ kg/cm², maka terdapatlah untuk tegangan geser yang diijinkan $\bar{\tau}_D = \frac{4}{5}.\ 1.200 = 960$ kg/cm².

§ 29 Pemakaian rumus

Dengan mempergunakan rumus $\tau = \frac{P}{F}$, maka kita mendapat tiga macam soal.

Dengan rumus itu kita dapat menghitung:

1. tegangan geser $\tau = \frac{P}{F}$;
2. gaya geser yang diijinkan : $P = \tau_D F$.
3. luas yang dibutuhkan: $F = \frac{P}{\tau_D}$.

Sebagai penjelasan, kita mengambil beberapa contoh.

Soal 11. Pada sebuah konstruksi baja ada dua baja siku-siku, yang kedua-duanya harus dapat menahan 10 t dikelingkan pada pelat pertemuan dengan 3 buah paku keling, yang bergaris tengah 16 mm (garis tengah lubang keling adalah 17 mm). Tiap-tiap paku dari ketiga paku itu menyambungkan kedua baja siku-siku pada pelat pertemuan. Berapa besarkah tegangan geser ?

Cara menghitung. Garis tengah paku adalah 16 mm. Sesudah dikeling, maka lubang keling dengan garis tengah 17 mm akan terisi seluruhnya, jadi kita dapat menghitungnya dengan garis tengah dari 17 mm. Tiap-tiap paku harus menahan beban geser dengan dua penampang. Luas F adalah sama dengan $3.2\ \frac{\pi}{4}.1{,}7^2$ cm². $P = 10.000$ kg. Tegangan geser karena itu besarnya:

$$\tau = \frac{P}{F} = \frac{10.000}{3.2.\ \frac{\pi}{4}\ 1.7^2} \sim 735 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 12. Sebuah batang tarikan yang pipih dari suatu pekerjaan konstruksi, tebal 13 mm. Batang ini dikelingkan pada pelat pertemuan. Hitunglah jumlah paku, jika tarik yang harus dipindahkan sebesar 12.000 kg.

$\bar{\tau}_D = 900$ kg/cm². Garis tengah paku adalah kira-kira dua kali tebal batang, dan kita harus memilihnya dari garis tengah-garis tengah yang dinormalisir, seperti berikut: 19, 22, 25, 28 mm. Garis tengah-garis tengah yang bersangkutan, menurut peraturan-peraturan panitia normalisasi, adalah: 20, 23, 26, 29 mm.

Cara menghitung. Garis tengah paku dari 25 mm adalah cukup, karena sesudah dikeling, garis tengah itu menjadi 26 mm. Karena paku-paku itu dibebani terpotong tunggal dengan geseran, maka jika kita umpamakan jumlah paku-paku x, luasnya adalah $F = x.\frac{\pi}{4}.2{,}6^2$ cm².

Dengan $\bar{\tau}_D = 900$ kg/cm² dan $P = 12.000$ kg, maka kita mendapat $\bar{\tau}_D = \frac{P}{F}$.

atau

$$F = \frac{P}{\bar{\tau}_D};\ x.\frac{\pi}{4}.2{,}6^2 = \frac{12.000}{900}$$

atau

$$x = \frac{40}{3.\frac{\pi}{4}.2{,}6^2} \sim 2{,}5.$$

Jadi kita mengambil 3 buah paku keling.

Soal 13. Pisau sebuah mesin potong untuk baja profil, dijalankan oleh gaya P. Hitunglah besar P, jika kita mengambil profil yang terbesar dengan ukuran ∠ 70.70.11.

$\tau_s = 4.400$ kg/cm².

Cara menghitung. Dalam tabel-tabel profil terdapat, bahwa luas F penampang normal baja siku-siku adalah 14,3 cm². Dalam rumus (13) untuk τ_s kita harus mengambil τ_s;
jadi kita dapatkan

$$P = \tau_s F = 4400.14{,}3 = 62.920 \text{ kg}.$$

§ 30 Tegangan-tegangan geser pada batang yang mendapat beban tarik dan beban tekan yang murni

Lihatlah gambar 20. Gaya tariknya adalah P dan penampang normalnya mempunyai luas F. Sebuah bidang V, yang membuat sudut x dengan penampang normal, memotong batang menurut sebuah gambar dengan bidang luas $\frac{F}{\cos x}$.

Di pelbagai negeri, kita mendapat berbagai-bagai pandangan tentang perhubungan antara $\bar{\tau}_D$ dan $\bar{\sigma}_t$. Nilai $\bar{\tau}_D$ berlaku dari 0,49 $\bar{\sigma}_t$ sampai 0,7 $\bar{\sigma}_t$.

Terdapat angan-angan, supaya tegangan-tegangan ini dapat mencapai nilai

$$\bar{\tau}_D = 0{,}65\ \bar{\sigma}_t\ ^{1}).$$

Untuk $\bar{\sigma}_t = 1.200$ kg/cm², kita mendapat $\bar{\tau}_D = 780$ kg/cm²; untuk $\bar{\sigma}_t = 1.400$ kg/cm², kita mendapat $\bar{\tau}_D = 910$ kg/cm², dan untuk $\bar{\sigma}_t = 1.600$ kg/cm² kita mendapat $\bar{\tau}_D = 1.040$ kg/cm².

Jika kita mempunyai profil yang tidak simetris, yang mendapat beban tarik dan tekan, yang harus disambungkan dengan bagian konstruksi yang lain dengan cara las sisi, dan harus sedapat mungkin dicegah terhadap lengkungan, maka las sisi kita ambil tidak sama panjangnya.

Di bawah ini kita uraikan beberapa contoh.

Soal 15. Sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi, terdiri atas dua baja siku-siku dengan ukuran 45.45.5. Baja siku-siku ini disambungkan pada sebuah pelat pertemuan dengan las sisi, lihatlah gambar-gambar 27*a* dan 27*b*. Hitunglah panjang tiap-tiap las-sisi.

Gaya (tarik) D, yang harus dapat ditahan oleh batang, adalah 4,3 t dan bekerja menurut sumbu batang. $\bar{\tau}_D = 780$ kg/cm².

Cara menghitung. Garis kerja gaya 4,3 t letaknya melalui titik berat B dari profil-profil, lihat gambar 27*b*, dan adalah setimbang dengan resultante gaya-gaya, yang bekerja pada baja siku-siku oleh keempat las sisi.

Kita umpamakan, bahwa resultante gaya-gaya K_1, yang dipindahkan oleh las-las sisi 1 dan 1′ arahnya melalui titik A, yang letaknya pada bidang alas flens-flens baja siku-siku. Resultante gaya-gaya K_2 yang dipindahkan oleh las-las sisi 2 dan 2′ kita ambil melalui titik C.

Semua gaya terletak pada bidang simetri sambungan, jadi kita mempunyai sebuah bidang susunan gaya-gaya.

Gaya, yang dikerjakan oleh kedua las sisi 1 dan 1′ bersama pada baja siku-siku, besarnya (jika a_1 adalah tebal las dalam cm dan l_1 panjang salah satu dari kedua las dalam cm) adalah:

$$K_1 = 2.780\ a_1 l_1 \text{ kg}.$$

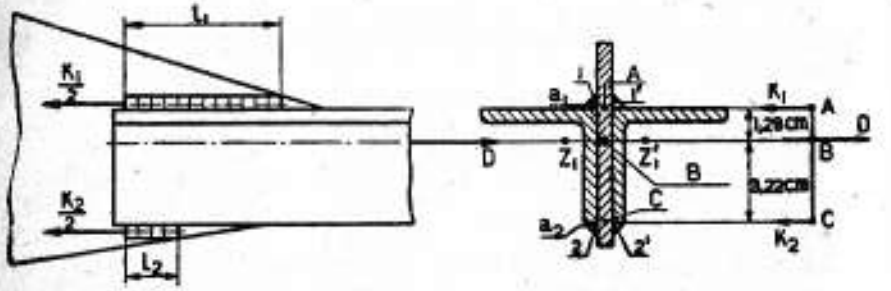
Gaya, yang dikerjakan oleh las sisi 2 dan 2′, adalah:

$$K_2 = 2.780\ a_2 l_2 \text{ kg}.$$

---

1) Lihatlah P.W. tanggal 31 Mei 1934 Dr. Ir. h.c. Hans Schmuckler. Tentang peraturan melas untuk konstruksi-konstruksi baja.

Letak gaya-gaya ini masing-masing, adalah terlihat pada gambar 27c.



Gamb. 27a *Gamb. 27b* *Gamb. 27c*

Jika pada gambar ini, kita lakukan dalil momen terhadap titik B suatu titik dari garis kerja dari D, maka kita mendapat:

atau

$$-K_1.1{,}28 + K_2.3{,}22 = 0$$

$$1{,}28\ K_1 = 3{,}22\ K_2.$$

Tebal-tebal a_2 dari kampuh las 2 besarnya paling tinggi $\frac{1}{2}.5.\sqrt{2}$ mm karena „tinggi" kampuh ini, tidak dapat melampaui $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ kali tebal kaki dari baja siku-siku tadi.

Ambil $a_1 = a_2 = 2{,}5\sqrt{2}$ mm $= 0{,}25\sqrt{2}$ cm, maka terdapatlah:

$$K_1 = 2.780.0{,}25\sqrt{2}.l_1 \text{ kg}$$

dan

$$K_2 = 2.780.0{,}25\sqrt{2}.l_2 \text{ kg}$$

menurut $1{,}28\ K_1 = 3{,}22\ K_2$, terdapatlah: $1{,}28\ l_1 = 3{,}22\ l_2$.

Selanjutnya

$$K_1 + K_2 = D$$

atau

$$2.780.0{,}25\sqrt{2}\left(l_1 + \frac{1{,}28\ l_1}{3{,}22}\right) = 4.300,$$

atau

$$l_1 \sim 5{,}58 \text{ cm dan } l_2 = \frac{1{,}28}{3{,}22}\ l_1 = \frac{1{,}28}{3{,}22} \cdot 5{,}58 \sim 2{,}22 \text{ cm}.$$

Catatan. Jika kita mengambil $a_1 \neq a_2$, kita mendapat hasil-hasil yang lain untuk l_1 dan l_2

Jika hasil-hasil ini kita ganti dalam:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{F'H'}{E'G'}$$

maka terdapatlah:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 - \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} = \frac{a\left(1 - \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}\right)}{a\left(1 + \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}\right)}$$

atau

$$\frac{1 - \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} = \frac{1 - \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}}{1 + \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}}.$$

Kesimpulannya:

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}.$$

Perubahan-perubahan bentuk ini, biasanya kecil. Jika γ kita hitung dalam radial, dapatlah kita menulis:

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\gamma}{2} = \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}.$$

Dengan $\gamma = \frac{\tau}{G}$ dan $\tau = p$, maka terdapatlah:

$$\frac{\tau}{2G} = \frac{p}{2G} = \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E},$$

atau

$$G = \frac{2(\mu+1)}{\mu}E \qquad (18)$$

Rumus ini kita pakai untuk menghitung salah satu dari kebesaran-kebesaran E, G dan μ, jika dua di antaranya telah diketahui.

Soal 14. Untuk suatu macam baja E = 2.150.000 kg/cm² dan G = 830.000 kg/cm². Hitunglah μ.

Cara menghitung. Menurut rumus (18):

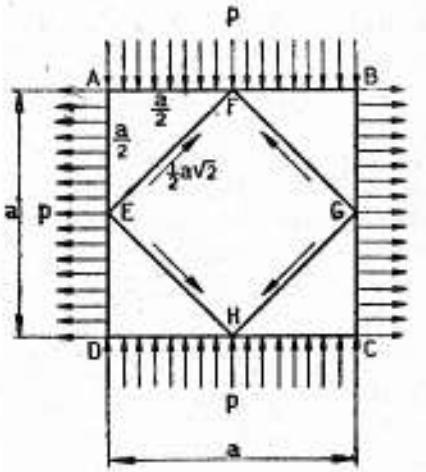
$$2G\ (\mu + 1) = \mu E.$$

kesimpulannya:

$$\mu = \frac{2G}{E - 2G} = \frac{2.830.000}{2.150.000 - 2.830.000} \sim 3{,}4.$$

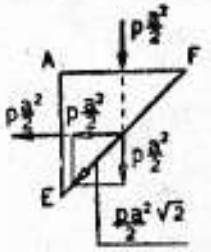
§ 33 Hubungan antara μ, E dan G

Kita dapat mencari hubungan antara μ, E dan G, dengan jalan memeriksa sebuah kubus, yang mendapat beban tekan yang terbagi teratur pada bidang alas dan bidang dasar dan mendapat beban tarik yang terbagi teratur pada bidang sisi kiri dan bidang sisi kanan.



Gamb. 23

Tampan kubus ini dapat kita lihat pada gambar 23. Dalam kubus ini, kita umpamakan sebuah paralelopipedum EFGH siku-siku [1]). Pada bidang sisi-bidang sisi benda ini, bekerja gaya-gaya geser. Ini adalah kesimpulan syarat-syarat setimbang prisma-prisma AFE, BGF, CGH dan DHE. Pada gambar 24, prisma AFE digambar tersendiri; gaya tekan pada bidang sisi AF, adalah $\frac{pa^2}{2}$ dan gaya tarik pada bidang sisi AE, adalah sama besarnya. Resultante dari kedua ini, adalah gaya geser menurut EF, sebesar $\frac{pa^2\sqrt{2}}{2}$



Gamb. 24

Jika ukuran-ukuran itu kecil, kita dapat menerima, bahwa gaya geser ini dibagi teratur pada bidang EF, maka kita akan mendapatkan tegangan geser sebesar $\frac{\frac{1}{2}pa^2\sqrt{2}}{a.\frac{1}{2}a\sqrt{2}} = p$.

Begitu juga harus kita uraikan, bahwa tegangan pada bidang-bidang FG, GH dan HE adalah tegangan geser, yang besarnya sama dengan P.

Tegangan-tegangan geser ini bekerja tegak lurus pada sisi-sisi paralelopipedum EFGH, yang berdiri tegak lurus pada bidang gambar, dan ini adalah bersamaan pula dengan perubahan

[1]) Untuk mudahnya, maka berbagai-bagai bidang kita nyatakan dengan garis potong-garis potongnya dengan bidang gambar.

§ 34 Perhitungan putus geser pada kampuh-kampuh yang dilas

Sebuah kampuh sisi yang dilas, dapat kita hitung pada putus geser, dengan pertolongan rumus:

$$\tau = \frac{P}{F}.$$

Untuk τ kita mengambil tegangan geser $\bar{\tau}_D$ dari bahan las yang diijinkan. Untuk F kita mengambil luas sebuah segipanjang dengan sisi-sisi, a dan l; l adalah sama dengan panjang las, dan a adalah sama dengan tebal kampuh las.

Bagaimana kita harus mengambil tebal kampuh las ini, dapat kita lihat pada gambar-gambar 26*c*, 26*d*, 26*e* dan 26*f*.

Jika sambungannya itu terdiri atas dua buah kampuh las, yang panjangnya berturut-turut adalah 11 dan 12 dan selanjutnya tebalnya adalah a_1 dan a_2, untuk F kita mengambil :

$$F = a_1 l_1 + a_2 l_2.$$

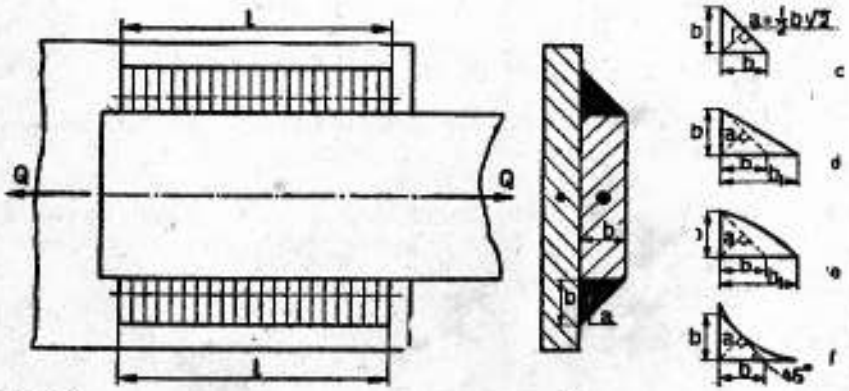
Jika terdapat berbagai-bagai kampuh sisi, maka F dapat kita hitung dengan cara yang sama dan dapat dinyatakan simbolis dengan:

$$F = \Sigma a l.$$

Dengan $\tau = \bar{\tau}_D$ dan $F = \Sigma al$, maka rumus $\tau = \frac{P}{F}$ berubah menjadi:

$$\bar{\tau}_D = \frac{P}{\Sigma al} \qquad (19).$$

P adalah gaya, yang ditahan oleh las-las. Dalam gambar 26, $P = \bar{\tau}_D$, dan tergantung pada $\bar{\sigma}_t$ ialah tegangan tarik bahan yang akan dilas yang diijinkan.



Gamb. 26 a b

bentuk dari benda ini menjadi paralelopipedum $E'F'G'H'$, lihat gambar 25.

Sudut siku-siku FEH, berubah menjadi $\angle E'F'H'$: dan ini adalah serupa dengan gambar 21, dan besarnya adalah $=\frac{\pi}{2}-\gamma$.

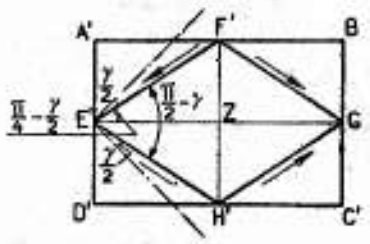
Dipandang dari sudut simetri, terdapatlah

$$\angle F'E'G' = \frac{\pi}{4} = \frac{\gamma}{2}$$

sedangkan selanjutnya,

$$\text{tg } F'E'G' = \text{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{F'Z}{E'Z} = \frac{F'H'}{E'G'}.$$

Sekarang kita menghitung dahulu $F'H'$ dan $E'G'$. Kedua-duanya ini, sebelumnya mendapat beban, panjangnya adalah sebesar a, tetapi sesudah itu berubahlah panjangnya, seperti juga semua garis pada arah rusuk-rusuk AB dan BC.



Gamb. 25

Disebabkan karena beban tarik, maka garis-garis pada arah AB, menurut hukum HOOKE, akan mendapat perpanjangan, yang berhubungan dengan tegangan p, dan besarnya adalah: $\Delta a = \frac{p.a}{E}$, sedangkan pada arah BC, disebabkan karena kontraksi, akan mendapatkan perpendekan sebesar $\Delta a' = \frac{pa}{\mu E}$. Karena beban tekanan, maka garis-garis pada arah AB, sekarang karena pemuaian sisi, akan mendapat perpanjangan sebesar: $\Delta a' = \frac{pa}{\mu E}$

Perpendekan pada arah BC, adalah sama dengan $\frac{pa}{E}$

Sesudah ada perubahan bentuk, maka panjangnya FH adalah sebesar

$$F'H' = a - \Delta a - \Delta a' = a - \frac{pa}{E} - \frac{pa}{\mu E} =$$

$$= a\left(1 - \frac{p}{E} - \frac{p}{\mu E}\right) = a\left(1 - \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}\right)$$

EG menjadi:

$$E'G' = a + \Delta a + \Delta a' = a\left(1 + \frac{p}{E} + \frac{p}{\mu E}\right) =$$

$$a\left(1 + \frac{\mu+1}{\mu}\frac{p}{E}\right).$$

§ 35 Tumpuan

Jikalau suatu sambungan kelingan mendapat beban tarik, atau beban tekan, maka terdapatlah suatu kemungkinan, bahwa paku-paku keling atau pelat-pelatnya akan mendapat tekanan yang terlalu besar, sehingga paku atau pelat tadi akan mendapat perubahan bentuk, yang kita namakan tumpuan. Tegangan-tegangan yang terdapat karenanya, diberi nama tegangan tumpuan. Kita umpamakan, bahwa gaya tumpuan P, yang diterima oleh sebuah paku keling, dibagi teratur pada seluruh luas segipanjang F di mana tebal pelat δ menjadi tingginya dan garis tengah paku d menjadi lebar segipanjang itu. Dan $F = d\delta$ dan tegangan tumpuannya adalah $\frac{P}{d\delta}$.

Tegangan tumpuan ini tidak boleh melampaui batas nilai yang tertentu. Batas nilai ini kita namakan tegangan tumpuan yang diijinkan dan dinyatakan dengan tanda $\bar{\sigma}_t$.

Nilai-nilai yang diberikan untuk $\bar{\sigma}_t$, adalah berbeda-beda. Menurut lembaran normal N 791, kita ambil $\bar{\sigma}_t = 2\,\tau_D$.

Dalam peraturan-peraturan yang lain nilai ini berubah antara 1,2 $\bar{\sigma}_t$ dan 1,6 $\bar{\sigma}_t$, jika itu ialah tegangan tarik yang diijinkan. V.O.S.B. 1933 (N 1008) mengambil untuk $\bar{\sigma}_t = 2\bar{\sigma}_s$, sedangkan dalam ilmu bangunan mesin-mesin, diambil $\bar{\sigma}_t = \bar{\sigma}_D$ atau $2\,\bar{\tau}_D$.

Soal 16. Menurut V.O.S.B. 1933 (N 1008) kita mengambil

$$\bar{\tau}_D = 0{,}8\,\bar{\sigma}_t \text{ dan } \bar{\sigma}_s = 2\bar{\sigma}_t.$$

Buktikanlah sekarang, bahwa sambungan dengan pemotongan berganda, harus dihitung dengan cara geseran, jika $\frac{d}{\delta} < 1{,}59$ dan dengan cara tumpuan, jika $\frac{d}{\delta} > 1{,}59$.

Cara menghitung. Mula-mula paku keling itu kita hitung atas geseran, kemudian atas tumpuan. Dalam hal pertama jumlah paku keling i_{n1} dapat kita hitung dari rumus:

$$i_{n_1}.2.\frac{\pi}{4}d^2 = \frac{P}{\bar{\tau}_D} = \frac{P}{0{,}8\bar{\sigma}_t}.$$

Kesimpulannya:

$$i_{n1} = \frac{5P}{2\pi d^2\bar{\sigma}_t}.$$

Dalam hal kedua i_{n2} ditentukan dengan :

$$i_{n2} = \frac{P}{d\delta\bar{\sigma}_s} = \frac{P}{2d\delta\bar{\sigma}_t}.$$

Jumlah paku keling yang terbesar itulah yang memberikan ketentuan, jadi kita menghitungnya dengan :

i_{n1}, jika $i_{n1} > i_{n2}$ dan dengan i_{n2}, jika $i_{n2} > i_{n1}$.

Dari ketidak samaan yang pertama ternyatalah, bahwa kita harus menghitung dengan i_{n2} jika

$$\frac{5P}{2\pi d^2\bar{\sigma}_t} > \frac{P}{2d\delta\bar{\sigma}_t},$$

jadi jika :

$$\frac{5}{\pi d} > \frac{1}{\delta} \text{ atau } \frac{d}{\delta} < \frac{5}{\pi} \text{ atau } \frac{d}{\delta} < 1{,}59.$$

Jika kita ambil $\frac{d}{\delta} < 1{,}59$, maka kita menghitungnya itu atas geseran.

Jika $\frac{d}{\delta} < 1{,}59$, menghitungnya dengan i_{n2} jadi atas tumpuan.

Jika $\frac{d}{\delta}$ itu adalah kebetulan sama $= 1{,}59$, maka hal ini dapatlah kita hitung baik atas geseran ataupun atas tumpuan.

Catatan. Dalam ilmu bangunan mesin-mesin garis tengah paku keling (d mm), kadang-kadang kita tentukan dengan pertolongan rumus empiris :

$$d = 0{,}7\delta + 13.$$

Dalam ini, δ adalah tebal pelat dalam mm. Jika dari ini kita hitung $\frac{d}{\delta}$, maka terdapatlah :

$$\frac{d}{\delta} = 0{,}7 + \frac{13}{\delta}$$

menurut apa yang telah diuraikan maka sekarang kita menghitung atas tumpuan, jika $\frac{d}{\delta} > 1{,}59$. Jika dalam ini, kita ganti $\frac{d}{\delta} = 0{,}7 + \frac{13}{\delta}$, maka terdapatlah :

$0{,}7 + \frac{13}{\delta} > 1{,}59$, atau: $\frac{13}{\delta} > 0{,}89$, atau: $\delta < \frac{13}{0{,}89}$ atau: $\delta < 14{,}6$.

Untuk pelat-pelat yang tebalnya kurang dari $\sim$ 15 mm, harus kita menghitungnya atas tumpuan.

Hasil ini hanya berlaku untuk sambungan-sambungan yang dihitung menurut rumus empiris dan menurut V.O.S.B. 1933.

§ 36 Nomogram untuk perhitungan pada tumpuan dan geseran

Di dalam V.O.S.B. 1933 (N 1008) terdapat beberapa tabel di mana kita dapat dengan segera mengetahui tenaga-tenaga, yang dapat diijinkan pada paku-paku keling, jika telah diketahui garis tengah paku dan tebal pelat. Berkenaan dengan salah satu dari tabel-tabel ini, maka kita gambarkan gambar 28.

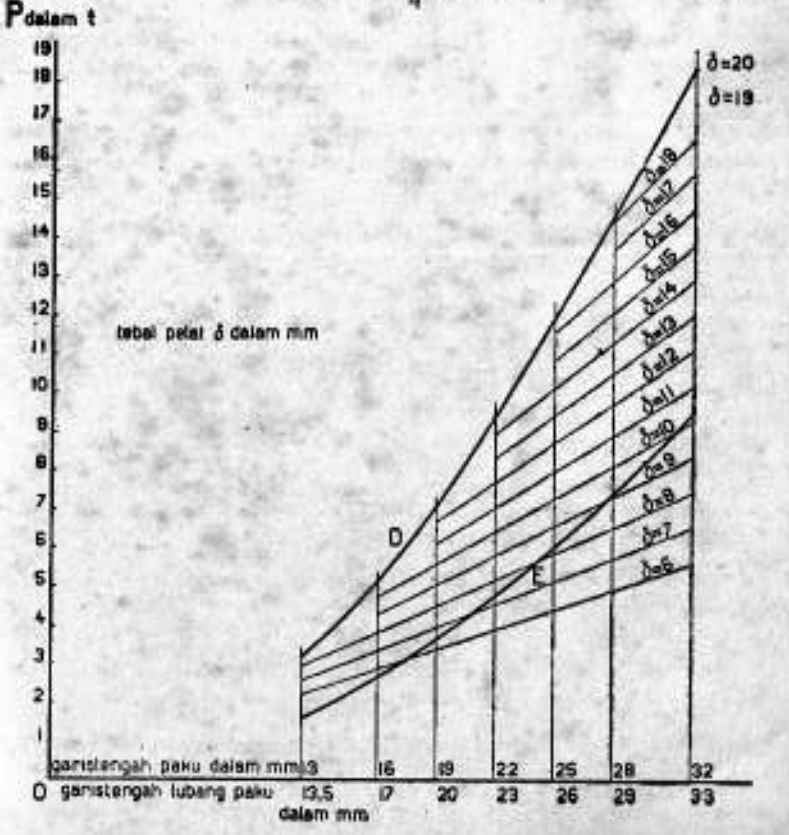
Untuk tiap-tiap garis tengah lubang paku keling, terdapatlah gaya P yang dapat dipindahkan menurut perhitungan atas tumpuan, atau atas geseran pemotongan tunggal atau pemotongan berganda.

Pada perhitungan atas pemotongan berganda, P kita dapatkan dari :

$$P = 2.\frac{\pi}{4}d^2\bar{\tau}_D \qquad (20a).$$

dan pada geseran pemotongan tunggal dari :

$$P = \frac{\pi}{4}.d^2\bar{\tau}_D \qquad (20b).$$



Jika kita menghitung atas tumpuan, maka kita mendapatkan P dari:

$$P = d\delta\bar{\sigma}_t \qquad (21).$$

Menurut N 1008 $\bar{\tau}_D = 1.120$ kg/cm² dan $\bar{\sigma}_t = 2.800$ kg/cm².

Jika gaya P kita gambarkan sebagai fungsi dari d, menurut rumus-rumus 20*a* dan 20*b*, maka terdapatlah parabol-parabol D dan E.

Jika P kita gambarkan menurut rumus 21, sebagai fungsi dari d, maka untuk tiap-tiap tebal pelat kita mendapat garis lurus.

Garis-garis lengkung dan garis-garis lurus kita gambarkan untuk daerah, di mana nilai-nilai tabel berlaku.

Dari grafik, dapatlah terlihat bahwa menurut N 1008, semua paku yang dapat beban dengan pemotongan berganda, harus selamanya dihitung atas tumpuan. Pada sambungan-sambungan dengan pemotongan tunggal, dalam beberapa hal, harus kita hitung atas tumpuan, dan dalam lain hal dihitung atas geseran.

Pada pelat-pelat yang tebalnya 8 mm, maka paku-paku keling dari 13,5, 17,20 dan 23 mm harus dihitung atas pemotongan tunggal atas geseran, sedangkan untuk paku-paku dengan ukuran-ukuran yang besar, dihitungnya atas tumpuan.

Soal 17. Suatu sambungan keling dengan pemotongan berganda, harus dapat menahan gaya geser, sebesar 32 ton. Tebal pelat adalah 14 mm. Hitunglah sekarang dengan pertolongan gambar 28, jumlah paku-paku keling yang dibutuhkan dan kita harus memilih garis tengah paku, dengan pertolongan rumus empiris :

$$d = 0{,}7\,\delta + 13 \text{ mm}.$$

Yang kita ambil hanya garis tengah-garis tengah paku yang dinormalisir.

Cara menghitung.

$$d = 0{,}7.14 + 13 = 22{,}8 \text{ mm}.$$

Untuk ini kita memilih $d = 22$ mm, menurut diagram, maka untuk tiap-tiap paku dapat diperbolehkan gaya sebesar 9 t. Jadi kita membutuhkan

$$\frac{32}{9} \sim 3{,}55 \text{ atau } 4 \text{ paku keling}.$$

§ 37 Soal-soal

41. Sebuah batang suatu pekerjaan vak, terdiri atas dua buah baja siku-siku, dengan ukuran 65.100.9, mendapat beban tarik. Besar gaya adalah 19 t. Kedua ujung batang ini kita sambungkan dengan kelingan pada pelat bagan, pelat mana letaknya antara kedua baja siku-siku.

Sambungan antara batang dan pelat bagan terdiri atas paku-paku keling dengan garis tengah-garis tengah 19 mm dan pemotongan tiga ganda.

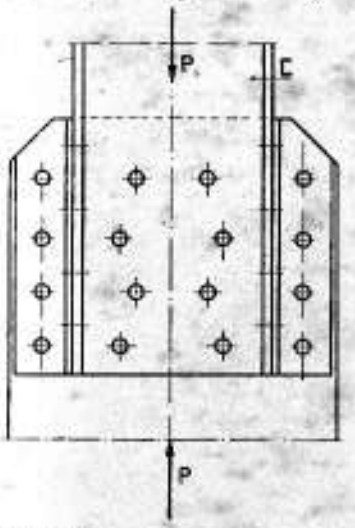
Hitunglah tegangan geser paku-paku ini.

42. Berapa besarkah gaya, yang dibutuhkan untuk memotong (menggunting) baja siku-siku dengan ukuran 40.40.6 ?

Ketetapan geser $\tau_B = 3.000$ kg/cm².

43. Dengan mesin pons, kita mengepons bersamaan 3 lubang dengan garis tengah 13,5 mm. Tebal pelat adalah 8 mm. Berapa besarkah gaya yang dibutuhkan untuk ini ? $\tau_B = 5.000$ kg/cm².

44. Tegangan normal bahan yang diijinkan, yang dipakai untuk membuat stempel mesin pons, adalah $\bar{\sigma}_d$.



Gamb. 29

Kekuatan geser dari bahan, untuk mengepons lubang-lubang dengan mesin pons adalah τ_B. Hitunglah perbandingan antara garis tengah d dari stempel mesin pons terhadap tebalnya δ dari lubang yang harus dipons.

Hitunglah maksimum tebalnya pelat yang diperbolehkan untuk dipons jika diketahui : $d = 16$ mm, $\tau_B = 3.600$ kg/cm², dan $\bar{\sigma}_d = 1.600$ kg/cm².

45. Sebuah batang suatu pekerjaan vak terdiri atas dua baja siku-siku dengan ukuran 45.45.5, dan mendapat beban gaya normal (menurut sumbu batang) sebesar 4 t. Batang ini disambungkan dengan pelat bagan dengan paku-paku keling yang mempunyai garis tengah 13 mm. Hitunglah jumlah paku-paku yang dibutuhkan.

a. jika pelat bagan itu terletak antara kedua baja siku-siku tadi;

b. jika baja siku-siku hanya disambungkan pada satu sisi dari pelat bagan $\bar{\tau}_D = 1.000$ kg/cm². Hitunglah juga tegangan normal yang terbesar pada batang :

a. jika batang itu adalah batang tekan;

b. jika batang itu adalah batang tarik.

46. Sebuah batang dengan profil [-26, dikelingkan pada pelat bagan. Lihat gambar 29. $P = 40$ t.

Hitunglah jumlah paku-paku yang dibutuhkan, untuk penyambungan pada pelat bagan. Garis tengah paku-paku adalah 19 mm. $\bar{\tau}_D = 1.000$ kg/cm².

Hitunglah tegangan normal yang terbesar pada profil-[.

a. pada beban tekan;

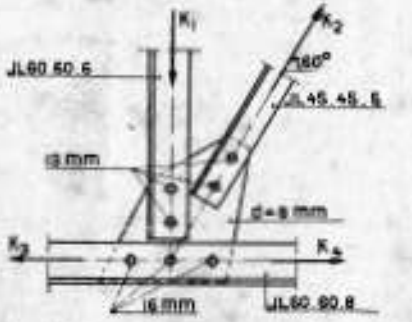
b. pada beban tarik ($P = -40$ t).

47. Gambar 30 adalah gambar sebuah pelat pengancing dari suatu pekerjaan vak. $K_2 = 4{,}3$ t. $K_3 = 11{,}35$ ton.

Hitunglah K_1 dan K_4 menurut syarat-syarat kesetimbangan dari pelat pengancing. Hitunglah tegangan normal yang terbesar dalam berbagai-bagai profil, dan juga tegangan-tegangan geser dalam berbagai-bagai paku.

Tambahan. Ketiga buah pada profil paku ⌊ ⌊ dengan ukuran-ukuran 60.60.8, mempunyai beban-beban geser oleh tenaga $K' - K^4$

Garis tengah lubang-lubang paku untuk paku-paku dari 13 mm, adalah 13,5 mm, dan untuk paku-paku dari 16 mm, adalah 17 mm.

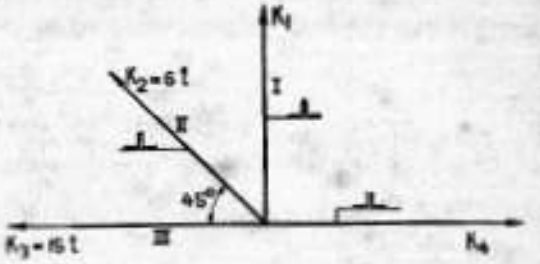


Gamb. 30

48. Pada gambar 30, $K_2 = 4$ t, $K_3 = 10$ t, dan sudut antara K_2 dan K_4, adalah 45° (berlainan dengan gambar). Hitunglah tegangan-tegangan normal yang terbesar dalam profil-profil dan juga tegangan-tegangan geser dalam paku-paku.

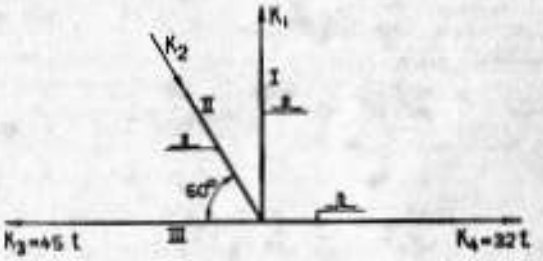
49. Pada gambar 30 terdapat $K_2 = 5$ t, $K_3 = 10$ t dan sudut antara K_2 dan K_4 adalah 45° (menyimpang dari gambar).

Hitunglah tegangan-tegangan yang terbesar dalam profil-profil, dan tegangan-tegangan geser dalam paku-paku.



Gamb. 31

50. Pada gambar 31, terdapat titik pertemuan sebuah pekerjaan vak. Batang-batang I dan II masing-masing terdiri atas 2 baja siku-siku, dengan ukuran 60.60.8, dan tiap baja siku-siku disambungkan pada pelat bagan dengan dua paku keling, yang mempunyai garis tengah sebesar 13 mm (garis tengah lubang paku 13,5 mm). Batang III terdiri atas 2 baja siku-siku dengan ukuran 70.70.9, dikelingkan pada pelat bagan dengan 4 paku keling, yang mempunyai garis tengah 16 mm (garis tengah lubang paku 17 mm).



Gamb. 32

Hitunglah tegangan-tegangan normal yang terbesar dalam profil-profil dan tegangan-tegangan geser dalam paku-paku.

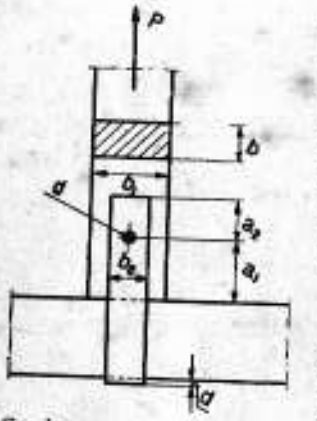
Tambahan. Semua paku mempunyai beban geser dengan pemotongan berganda.

51. Gambar 32 adalah bagan titik pertemuan sebuah pekerjaan-vak. Hitunglah jumlah paku-paku untuk sambungan tiap-tiap baja siku-siku pada pelat bagan. Garis tengah paku adalah 19 mm (lubang untuk paku adalah 20 mm) $\bar{\tau}_D = 100$ kg/cm². Semua paku mendapat beban geser dengan pemotongan berganda.

Tentukanlah bentuk profil tiap-tiap batang. $\bar{\sigma}_t = 1.200$ kg/cm². $\bar{\sigma}_d = 500$ kg/cm².

52. Garis tengah teras sebuah baut yang besarnya 1" adalah 21,34 mm, garis tengah batang baut = 25,4 mm dan tinggi kepala = 18 mm. Hitunglah gaya normal yang dapat ditahan oleh baut. $\bar{\sigma}_t = 1.200$ kg/cm². $\bar{\tau}_D = 1.000$ kg/cm².

Berapakah tinggi kepala yang menurut perhitungan kekuatan dapat dianggap cukup?



Gamb. 33

53. Sebuah ujung tap sebesar 1″ (uliran Whitworth) mempunyai uliran sekerup sepanjang 40 mm. Hitunglah tegangan geser jika baut tadi mendapat beban sebesar gaya normal 4,26 ton, dan jika kita umpamakan, bahwa luas sisi sebuah silinder dengan tinggi 40 mm dan garis tengah sama dengan garis tengah batang baut, dapat menahan geseran.

54. Sebuah batang suatu konstruksi kayu, disambungkan kepada sebatang kayu kedua, dengan mempergunakan sengkang baja. Lihat gambar 33. Gaya normal P pada batang pertama adalah 6.000 kg. Tebal sengkang = 10 mm dan tebal b batang di mana P bekerja adalah 8 cm.

Tegangan-tegangan yang diijinkan :

untuk kayu $\bar{\sigma}$ = 80 kg/cm², dan $\bar{\tau}_D$ = 10 kg/cm²;

untuk baja $\bar{\sigma}$ = 1.000 kg/cm², dan $\bar{\tau}_D$ = 800 kg/cm².

Hitunglah :

a. garis tengah baut (atas geseran);
b. jarak a_2 antara baut hingga bagian atas sengkang;
c. jarak a_1 antara baut hingga bagian bawah batang;
d. b_1;
e. b_2.

55. Hitunglah perubahan khas sudut γ, jika diketahui, tegangan geser τ = 200 kg/cm² dan modulus gelincir G = 800.000 kg/cm². γ dihitung dalam radial.

56. Sudut geseran γ = 1/500 rad dan modulus gelincir G = 800.000 kg/cm². Hitunglah tegangan geser τ.

57. Diketahui τ = 250 kg/cm² dan γ = 1/400 rad. Hitunglah modulus gelincir G.

58. Suatu macam baja mempunyai $E = 2{,}1.10^6$ kg/cm² dan modulus gelincir $G = 8.10^5$ kg/cm². Hitunglah μ.

59. Diketahui : μ = 3,6 dan G = 850.000 kg/cm². Hitunglah modulus kenyal E.

60. Diketahui : μ = 3,3 dan $E = 2{,}15.10^6$ kg/cm². Hitung G.

61. Sebuah batang dengan penampang normal siku-siku dengan ukuran 14 × 120 hmm, kita sambungkan pada sebuah pelat dengan pelasan sisi (lihat gambar 26).

Hitunglah panjang l dari kampuh-kampuh sisi.

a. jika Q = 15 ton dan $\bar{\tau}_D$ = 780 kg/cm²;
b. jika Q = 10 ton dan $\bar{\tau}_D$ = 600 kg/cm².

62. Batang-batang pada titik pertemuan, dari gambar 30, kita sambungkan dengan pelat bagan, dengan pelasan sisi (bandingkan dengan gambar 27). Hitunglah panjang las-las ini jika $\bar{\tau}_D$ = 700 kg/cm². Tebal las-las ini ditentukan oleh tebal kaki profil-profil dan untuk tiap-tiap profil tebal itu harus kita ambil sama.

63. Lihat gambar 30. Hitunglah tegangan-tegangan tumpuan dalam paku-paku keling.

64. Hitunglah jumlah paku pada tiap-tiap batang titik pertemuan dari gambar 31, atas tumpuan $\bar{\sigma}_s$ = 2.000 kg/cm².

PELAJARAN KE-5 *Lengkungan*

§ 38 Uraian rumus lengkungan

Kita mulai dengan hal yang istimewa dari gambar 34*a*, di mana sebuah balok mendatar kita jepit bagian sisi kanannya dengan sebuah bidang simetri tegak, dibebani dengan beban tegak P (pada bidang simetri). Balok tadi akan mendapat perubahan bentuk, hal mana kita sebut lengkungan [1]).

Balok tadi kita umpamakan terdiri atas serat-serat yang letaknya pada jurusan sumbu. Serat-serat yang letaknya pada belah atas, akan teregang dan serat-serat yang letaknya pada belah bawah, akan tertekan. Jadi harus ada serat-serat yang panjangnya akan tinggal tetap. Serat-serat ini letaknya pada **lapisan netral.**

Tegangan-tegangan yang letaknya pada lapisan netral, adalah tegangan-tegangan tarik, dan tegangan-tegangan yang letaknya di bawah lapisan netral adalah tegangan tekan. Menurut NAVIER, maka tegangan-tegangan ini, adalah sebanding dengan jarak-jarak sampai kelapisan netral, lihat gambar 34*f*.

Jadi terdapatlah :

$$\frac{\sigma_{y1}}{\sigma_1} = \frac{y_1}{e_1} \text{ dan } \frac{\sigma_{y1}}{\sigma_2} = \frac{y_1}{e_2}.$$

Hal ini dapat juga kita uraikan dari hipotese BERNOULLI dan hukum HOOKE lihat § 40 dan gambar 34*g*.

Pandanglah sekarang sebagian dari balok, sebelah kiri dari penampang normal maka pada bagian ini bekerja [2]) :

1. gaya tegak P ;
2. gaya-gaya yang tidak diketahui, yang dikerjakan oleh bagian kanan pada bagian kiri.

Karena gaya-gaya ini ada dalam keadaan setimbang, maka haruslah $\Sigma Y = 0$, jadi gaya-gaya dalam yang tidak diketahui itu, mempunyai komponen hasil, tegak ke atas dan sama dengan gaya P, lihat gambar 34*c*. Kedua gaya P tadi merupakan sebuah kopel, sehingga bagian kanan, selain gaya P yang arahnya ke atas, merupakan kopel dalam hasil, terhadap bagian kiri yang setimbang dengan kopel ke dua gaya P tadi.

Kopel dalam terjadi karena gaya tegang-gaya tegang normal.

[1]) Selain pelengkungan, ada juga penggeseran putus; karena itu kadang-kadang dikatakan juga bahwa balok itu dibebani lengkung atau dibebani geser putus

[2]) Berat sendiri diabaikan.

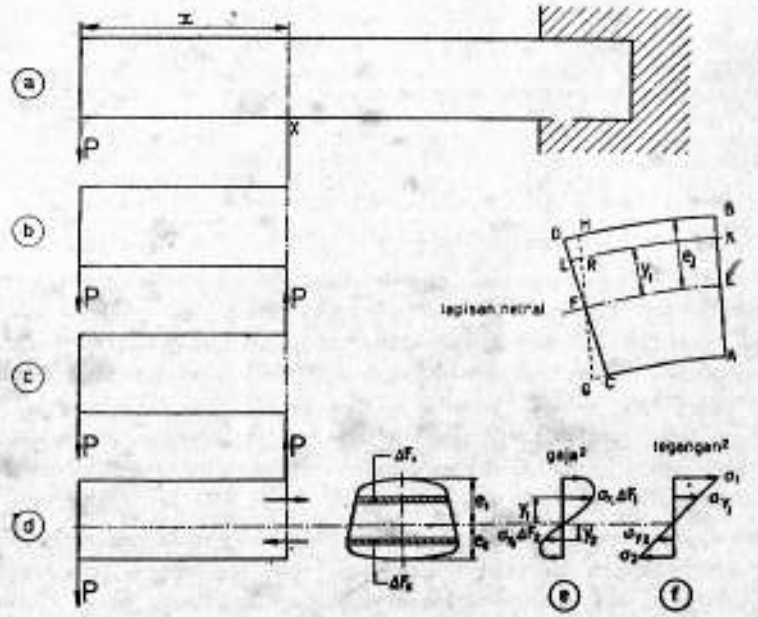
Pada gambar 34*d* digambarkan dua buah gaya normal tadi. Pada satu unsur luas ΔF_1, dalam mana terdapat tegangan normal σ_{y_1}, bekerja suatu gaya tegang $\sigma_{y_1} . \Delta F_1$.

Momen gaya tegang ini terhadap lapisan normal, ialah $\sigma_{y_1} . \Delta F_1 . y_1$, karena lengan momen gaya tegang ini, adalah sama dengan y_1. Dalam unsur luas ΔF_2 pada jarak y_2 dari lapisan netral, terdapat tegangan normal.

$$\sigma_{y_2} = \frac{y_2}{e_1} \sigma_1 \text{ atau } \frac{y_2}{e_2} \sigma_2.$$

Momen gaya tegang itu, terhadap lapisan netral ialah : $\sigma_{y_2} . \Delta F_2 . y_2$. Momen unsur ΔF_3, pada jarak y_3 dari lapisan netral, adalah $\sigma_{y_3} . \Delta F_3 . y_3$, dan seterusnya. Jumlah momen-momen ini sama dengan :

$$\sigma_1 . \frac{y_1}{e_1} . y_1 . \Delta F_1 + \sigma_1 . \frac{y_2}{e_1} . y_2 . \Delta F_2 + \sigma_1 . \frac{y_3}{e_1} . y_3 . \Delta F + \ldots\ldots = \frac{\sigma_1}{e_1} \{ y_1^2 . \Delta F_1 + y_2^2 . \Delta F_2 + y_3^2 . \Delta F_3 + \ldots\ldots \}.$$



Gamb. 34

Untuk singkatnya, dapat kita menuliskan : $\frac{\sigma_1}{e_1}\Sigma y^2.\Delta F$.

Jumlah ini, adalah sama dengan momen kopel (hasil) dalam, sehingga kita mendapat :

$$\frac{\sigma_1}{e_1}\Sigma y^2.\Delta F = P.x.$$

$P.x$ kita namakan momen kopel melengkung, pada penampang x sembarangan, dan untuk pendeknya, biasanya disebut momen melengkung M_x.

Karena $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{e_1}{e_2}$, jadi $\frac{\sigma_1}{e_1} = \frac{\sigma_2}{e_2}$, dapatlah kita menuliskan :

$$M_x = \frac{\sigma_1}{e_1}\Sigma y_1.\Delta F \text{ atau } M_x = \frac{\sigma_2}{e_2}\Sigma y^2.\Delta F.$$

Rumus ini, dapatlah kita lukiskan juga

$$M_x = \frac{\sigma}{e}\Sigma y^2.\Delta F.$$

$\Sigma y^2.\Delta F$ kita namakan momen kelembaman penampang normal terhadap garis netral (garis potong lapisan netral dengan penampang), dan ini kita nyatakan dengan huruf I [1]).

Rumus yang diuraikan menjadi :

$$M_x = \frac{\sigma}{e} I.$$

Dengan perkataan-perkataan :

Momen melengkung pada penampang normal sembarangan, adalah sama dengan tegangan normal (tegangan lengkung) pada serat-serat yang terujung, kali momen kelembaman penampang normal terhadap garis netral, dibagi oleh jarak dari serat-serat itu hingga garis netral.

Momen kelembaman penampang normal terhadap garis netral, dibagi oleh jarak serat-serat terujung (serat dengan tegangan normal) hingga garis netral, kita namakan **momen tahanan** penampang **terhadap lengkung.** Ini kita nyatakan dengan huruf W_b (lihat lembaran N 354).

Kita dapat juga mengatakan: **momen lengkung pada penampang normal sembarangan, adalah sama dengan tegangan normal pada serat-serat terujung, kali momen tahanan terhadap lengkung.**

[1]) I ialah huruf pertama dari Inertia = kelembaman.

Dituliskan dalam rumus, menjadi (menurut catatan lembaran normal N 354) :

$$M_b = \sigma_b.W_b \text{ atau,}$$

jika tidak akan menjadi tertukar dengan cara-cara beban yang lainnya :

$$M = \sigma.W \qquad (22).$$

Untuk W_b (W), harus kita mengambil momen tahanan, yang termasuk pada serat-serat terujung dengan tegangan normal $\sigma_b(\sigma)$ lihatlah juga § 41, 1 dan 5.

§ 39 Garis netral melalui titik berat penampang normal

Dari setimbangnya bagian balok pada gambar 34*d*, kita mendapat kesimpulan, bahwa jumlah gaya-gaya tegang (pada arah sumbu), adalah nol; jadi jumlah gaya-gaya adalah :

$$\sigma_{y_1}.\Delta F_1 + \sigma_{y_2}\Delta F_2 + \sigma_{y_3}.\Delta F_3 + \ldots\ldots$$

sama dengan nol, atau :

$$\sigma_1.\frac{y_1}{e_1}.\Delta F_1 + \sigma_1.\frac{y_2}{e_1}.\Delta F_2 + \sigma_1.\frac{y_3}{e_1}.\Delta F_3 + \ldots\ldots =$$

$$-\frac{\sigma_1}{e_1}\{\Delta F_2 + . \; y_1.\Delta F_1 + y_2 y_1.\Delta F_3 + \ldots\ldots\} = 0.$$

Ini dapatlah kita singkatkan :

$$\frac{\sigma_1}{e_1}\Sigma y.\Delta F = 0.$$

Karena $\frac{\sigma_1}{e_1} \neq 0$, maka $\Sigma y.\Delta F$ harus $= 0$.

Menurut ilmu mekanik teori, maka $\Sigma y.\Delta F$ = momen gambar seluruhnya terhadap garis netral, jadi $= F.z_o$.

Karena $F \neq 0$, maka $z_o = 0$, sehingga garis netral melalui titik-berat penampang normal.

§ 40 Uraian pembagian tegangan menurut Navier dari hipotesa Bernoulli dan hukum Hooke

Menurut hipotesa BERNOULLI maka sebuah penampang normal datar, sesudah mengalami pelengkungan, akan tetap datar dan tetap mempunyai bentuk aslinya.

Marilah sekarang kita mencoba ini pada bagian elementer yang digambar pada gambar 34*g* [1]).

[1]) Pada gambar proyeksi bagian balok digambar pada bidang simetri; tiap-tiap penampang normal digambarkan dengan satu garis tengah.

Penampang-penampang AB dan CD, yang pada permulaan sejajar satu sama lainnya, sesudah mengalami pelengkungan akan mempunyai sikap, sebagaimana tertera dalam gambar. Perubahan-perubahan panjangnya terlihat pada gambar, jika kita mengambil bidang HG melalui F, sejajar dengan sikap AB yang baru.

Panjang semua serat adalah semulanya sama dengan EF. Karena adanya pelengkungan, maka serat-serat di atas EF menjadi lebih panjang, dan yang di bawah EF menjadi lebih pendek. Perubahan panjang serat KR (= LR), adalah, sebagaimana ternyata dari sifat sebangun, $\frac{y_1}{e_1}$ kali perubahan panjang serat-serat yang atas; jadi sebanding dengan jarak y_1 sampai kelapisan netral. Karena menurut hukum HOOKE, tegangan-tegangan normal adalah sebanding dengan perubahan-perubahan panjang, jadi tegangan-tegangan ini adalah juga sebanding dengan jarak y_1 dari serat-serat sampai kelapisan netral; ini adalah hipotesa NAVIER.

§ 41 Peringatan-peringatan : momen lengkung, gaya melintang

1. Momen yang melengkungkan pada sebuah penampang balok, dari gambar 34*a*, adalah tergantung pada jarak penampang itu, sampai ke bidang ujung kiri. Semakin besar jumlah jarak itu, semakin besar pula momen lengkungnya. Tegangan-tegangan tarik dan tegangan-tegangan tekan yang terbesar, akan juga berubah dengan penampangnya; penampang adalah terbesar, jika kita adakan penjepitan. Pada penampang yang dijepit, maka momen lengkung M adalah sama dengan momen dari P terhadap penjepitan, dan tidak memandang pada tandanya, sama dengan Pl, jika l itu panjang balok.

Di sini tanda momen, belum mempunyai arti yang penting; kita hanya harus memperhatikan pada harga mutlak (ini adalah harga, tidak memandang pada tanda); karena, di sini yang penting adalah *besar* tegangan-tegangan, karena pada gambar kita dapat melihat, bahwa pada bagian atas terdapat tegangan-tegangan tarik, dan di bagian bawah terdapat tegangan-tegangan tekan.

Jika untuk serat-serat terdapat tegangan σ_1 dan momen tahanan W_1, maka tegangan tarik σ_1 yang terbesar, adalah :

$$\sigma_1 = \frac{Pl}{W_1}$$

dan, jika untuk serat-serat terdapat tegangan σ_2, dan momen tahanan W_2, maka tegangan tekan yang terbesar, adalah :

$$\sigma_2 = \frac{Pl}{W_2}$$

2. Jika keadaan beban balok itu adalah tersusun, maka hal-hal yang tersebut di atas tadi, adalah berlaku juga untuk ini. Perbedaannya adalah terletak terutama pada besarnya momen lengkung M. Dalam pelajaran selanjutnya, kita akan membicarakan lagi soal ini.

3. Pada soal pelengkungan dalam pelajaran yang lampau, dibicarakan adanya pengaruh dari satu bagian terhadap bagian yang lainnya.

Pengaruh itu terjadi dari gaya geser atau gaya melintang, dan momen lengkung. Dalam pelajaran ke 9 nanti, kita akan seringkali menjumpai ini; dan dapatlah kita pula melihat, bahwa pengaruh-pengaruh ini terdapat juga pada cara-cara beban yang lebih tersusun lagi.

Karena kebanyakan balok-balok itu, yang akan kita bicarakan, letaknya mendatar, maka dalam hal ini, dapatlah kita mengatakan tentang pengaruh-pengaruh, dari bagian kiri terhadap bagian kanan, dan pengaruh-pengaruh dari bagian kanan terhadap bagian kiri. **Pengaruh-pengaruh ini, adalah timbal balik, dan perbedaannya hanya dalam tanda saja.**

Untuk jangan sampai terdapat kekeliruan, maka kita membuat *perjanjian*, bahwa pada balok-balok yang **mendatar**, selanjutnya kita anggap selamanya pengaruh-pengaruh, dari bagian kiri terhadap bagian kanan, jadi **tidak** sebaliknya.

Momen lengkung bagian kiri terhadap bagian kanan, termasuk tandanya, akan kita namakan momen lengkung penampang. Dengan gaya geser dan gaya melintang pada penampang yang tertentu, dari balok mendatar yang mendapat beban gaya-gaya tegak, selamanya kita maksudkan, gaya geser bagian kiri terhadap bagian kanan. Jika gaya ini berarah tegak ke atas, maka gaya melintang ini kita namakan positif, dan kalau berarah tegak ke bawah maka gaya melintang ini, kita namakan negatif.

4. Lepas dari tegangan-tegangan normal yang dibicarakan, maka pada penampang-penampang, bekerja juga tegangan-tegangan geser. Tegangan-tegangan ini, dibandingkan dengan tegangan-tegangan normal yang terbesar adalah sangat kecil, sehingga pengaruh mereka, biasanya kita hilangkan.

5. Jika lapisan netral balok pada gambar 34*a* itu adalah sebuah bidang simetri, maka kedua tegangan normal yang terbesar, σ_1 dan σ_2 adalah sama besarnya. Jadi kita berkata tentang tegangan normal yang terbesar σ

Juga kedua jarak serat yang terujung e_1 dan e_2 adalah sama, begitu pula momen-momen tahanan yang bersangkutan W_1

$= \frac{I}{e_1}$ dan $W_2 = \frac{I}{e_2}$. Dalam hal ini, kita namakan W-lah momen tahanan (terhadap garis netral) penampang normal (terhadap lengkungan). Jadi kita mendapat: momen lengkung pada penampang normal adalah sama dengan hasil kali tegangan yang terbesar, yang terdapat pada penampang itu dengan momen tahanan atas pelengkungan penampang tadi, lihat juga halaman 73.

6. Dalam uraian yang lalu, kita telah mendapatkan momen kelembaman penampang terhadap garis netral N—I. Tetapi arti momen kelembaman itu luas sekali.

Kita bedakan momen-momen kelembaman terhadap garis-garis lurus (momen-momen kelembaman panjang) dan momen-momen kelembaman berhubungan dengan titik-titik (momen-momen kelembaman kutub). Dalam pelajaran-pelajaran selanjutnya kita akan membicarakan lagi tentang soal-soal ini.

PELAJARAN KE-6 *Momen-momen kelembaman lukisan-lukisan datar*

§ 42 Pendahuluan

Arti „momen-momen kelembaman", yang telah kita kenal dari pelajaran yang lalu, di sini kita uraikan dengan lebih luas lagi. Kita mempunyai momen kelembaman lukisan datar terhadap sebuah garis lurus dan terhadap sebuah titik.

Yang pertama, sebagaimana kita telah katakan, kita sebut **momen kelembaman linier,** dan yang kedua kita sebut **momen kelembaman poler.**

§ 43 Momen kelembaman linier

Pertama kita akan membicarakan tentang **momen kelembaman linier.** Lihat gambar 35. Kita umpamakan sebuah lukisan F sembarangan, yang terbagi dalam banyak sekali bagian-bagian elementer ΔF, yang kita umpamakan sangat kecil, sehingga kita dapat berkata tentang jarak y dari bagian kecil itu sampai sumbu yang diketahui. Dengan lain perkataan, bahwa semua titik di dalam bagian ΔF dianggap mempunyai jarak yang sama terhadap sumbu tadi. Kemudian kita kalikan luas ΔF bagian elementer itu dengan kwadrat jarak bagian ini sampai sumbu. Jika perkalian ini kita lakukan untuk *semua* elemen dari F, maka jumlah hasil-hasil perkalian itu adalah momen kelembaman lukisan itu terhadap sumbu tadi. Jumlah ini dapat kita nyatakan simbolis dengan $\Sigma y^2 . \Delta F$. Jika kita namakan momen kelembaman itu I, maka dapatlah kita menuliskan :

$$I = \Sigma y^2 . \Delta F \qquad (23)\ ^1).$$

§ 44 Perhitungan dua buah momen kelembaman linier sebuah segipanjang

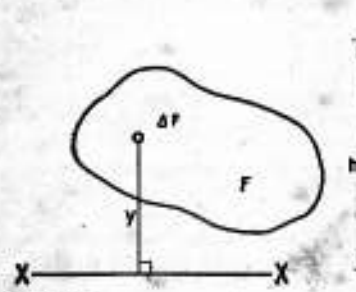
1. Momen kelembaman segipanjang dengan tinggi h dan lebar b terhadap salah satu sisi siku-siku b. Lihat gambar 36*a*.

Kita umpamakan segipanjang dibagi dalam beberapa bagian elementer ΔF, dan kita tinjau mula-mula semua bagian yang letaknya di dalam segipanjang elementer yang diarsir. Untuk semua titik di dalam segipanjang ini, kira-kira jarak sampai sisi siku-siku yang paling bawah, adalah sama dengan y.

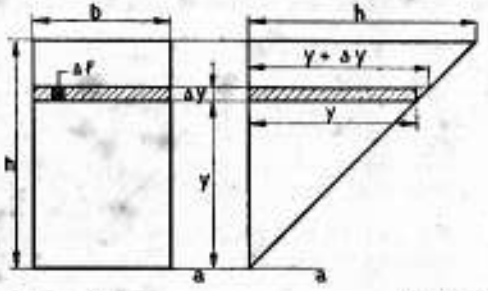
Harga $\Sigma y^2 . \Delta F$ untuk segipanjang yang diarsir, dapat kita tentukan dengan cara sebagai berikut. Sebagaimana kita telah melihatnya,

---

1) Kita dapat juga menulis : $I = \lim_{\Delta F \to 0} \Sigma \Delta y^2 . \Delta F.$



Gamb. 35



Gamb. 36a

Gamb. 36b

maka y untuk semua titik jalur ini adalah sama besarnya. Karena $\Sigma y^2 . \Delta F$ adalah cara menulis yang disingkat dari

$y_1^2 \Delta F_1 + y_2^2 \Delta F_2 + y_3^2 \Delta F_3 + \ldots\ldots$ dan $y_1 = y_2 = y_3 = \ldots\ldots = y$,

maka kita boleh menulis :

$$\Sigma y^2 . \Delta F = y^2 . \Delta F_1 = y^2 . \Delta F_2 + y^2 . \Delta F_3 + \ldots\ldots =$$
$$= y^2 (\Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3 + \ldots .).$$

Bentuk yang dikurung, adalah sama dengan luas segipanjang elementer, jadi sama dengan $b . \Delta y$.

Jadi untuk segipanjang elementer, terdapat :

$$\Sigma y^2 . \Delta F = y^2 . b . \Delta y.$$

Harga $\Sigma y^2 . \Delta F$ untuk segipanjang seluruhnya, adalah sama dengan

$$\Sigma y^2 . b . \Delta y.$$

Jumlah ini adalah suatu cara menulis simbolis untuk suatu suku banyak, di mana semua suku dikonstruksi dengan cara yang sama; ialah :

$$\Sigma y^2 . b . \Delta y = y_1^2 . b . \Delta y_1 + y_2^2 . b . \Delta y_2 + y_3^2 . b . \Delta y_3 + \ldots . y_n^2 . b . \Delta y_n + \ldots =$$
$$b (y_1^2 . \Delta y_1 + y_2^2 . \Delta y_2 + y_3^2 \Delta y_3 \ldots . + y_n^2 . \Delta y_n + \ldots .).$$

Suku banyak di dalam kurung, dapat kita nyatakan simbolis dengan :

$$\Sigma y^2 . \Delta y,$$

sehingga :

$$I = \Sigma y^2 . b . \Delta y = b \Sigma y^2 . \Delta y.$$

Supaya dapat menghitung $\Sigma y^2 . \Delta y$ untuk segipanjang dari gambar 36*a*, kita akan mempergunakan suatu perasat sebagai berikut, lihat gambar 36*b*. Di sini kita gambarkan sebuah segitiga siku-siku sama kaki, dengan sisi-sisi siku-siku h.

Sebuah garis, yang letaknya pada jarak y dari puncak dan ditarik sejajar dengan garis alas, panjangnya y. Garis ke dua, yang sejajar dan letaknya pada jarak $y + \Delta y$ dari puncak, panjangnya $y + \Delta y$.

Jika kita umpamakan Δy itu adalah sangat kecil, maka luas trapesium, yang dipotong oleh garis-garis sejajar tersebut dari segitiga, kira-kira sama dengan sebuah segipanjang dengan sisi-sisi y dan Δy.

Jadi luas trapesium elementer, adalah kira-kira $y . \Delta y$, sedangkan jaraknya sampai aa dapat kita umpamakan sama dengan y.

Sekarang $y^2 . \Delta y = y(y . \Delta y)$ dengan didekati, merupakan momen trapesium elementer, terhadap garis aa.

Jadi $\Sigma y^2 \Delta y$ sesuai dengan jumlah momen-momen semua trapesium elementer, di mana kita dapat membagi segitiga-segitiga siku-siku. Menurut dalil momen, maka jumlah ini adalah sama dengan momen terhadap aa dari segitiga seluruhnya.

Jadi kita mendapat :

$$\Sigma y^2 . \Delta y = \left(\frac{1}{2} h . h \right) \frac{2}{3} h = \frac{1}{3} h^3 .$$

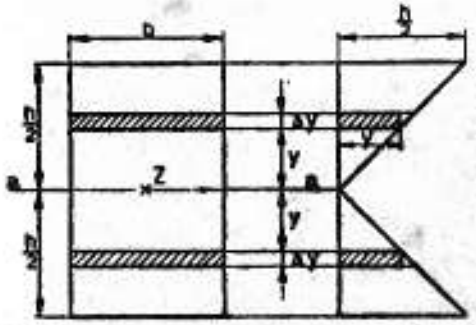
Jika hasil ini, kita ganti dalam :

$$I = b \Sigma y^2 . \Delta y,$$

maka untuk momen kelembaman yang dicari, terdapatlah :

$$I = \frac{1}{3} b h^3 \qquad (24).$$

Uraian rumus : $I = {}^1/_{12} b h^3$.



Gamb. 37a

Gamb. 37b

a. Uraian langsung.

Momen kelembaman sebuah segipanjang, dengan sisi-sisi h dan b, terhadap garis melalui titik berat, yang sejajar dengan sisi-sisi b. Lihat gambar 37*a*.

Perhitungannya adalah sama dengan cara seperti yang lampau, hanya saja, y janganlah diambil sampai sisi siku-siku, tetapi sampai aa.

Juga di sini :

$$I = \Sigma y^2 . \Delta F$$

menjadi $I = b \Sigma y^2 . \Delta y$.

Jumlah yang terakhir ini mempunyai hubungan dengan segipanjang seluruhnya; tetapi jumlah ini dapat kita pisahkan menjadi dua begitu rupa, sehingga bagian yang pertama berhubungan dengan segipanjang yang terletak di atas aa, dan bagian yang kedua dengan segipanjang di bawah aa.

Jadi, terdapatlah :

$$I = b\overset{\text{seluruhnya}}{\Sigma y^2}.\triangle y = b\,(\overset{\text{atas}}{\Sigma y^2}.\triangle y + \overset{\text{bawah}}{\Sigma y^2}.\triangle y).$$

Jumlah-jumlah yang terakhir ini, dapat kita hitung dengan cara seperti $\Sigma y^2.\ \triangle y$ dari soal yang lampau. Jika kita mempergunakan gambar 37*b*, maka terdapatlah :

$$\overset{\text{atas}}{\Sigma y^2}.\triangle y = \left(\frac{1}{2}.\frac{h}{2}.\frac{h}{2}\right).\frac{2}{3}.\frac{h}{2} = \frac{1}{24}h^3$$

dan

$$\overset{\text{bawah}}{\Sigma y^2}.\triangle y = \left(\frac{1}{2}.\frac{h}{2}.\frac{h}{2}\right).\frac{2}{3}.\frac{h}{2} = \frac{1}{24}h^3.$$

Hasil-hasil ini kita ganti dalam rumus I, maka terdapatlah :

$$I = b\left(\frac{1}{24}h^3 + \frac{1}{24}h^3\right) = \frac{1}{12}bh^3 \qquad (25).$$

b. Uraian yang lebih pendek (dengan pertolongan rumus 24).

Kita akan dapat memperoleh hasil ini dengan jalan menggunakan rumus $I = \frac{1}{3}bh^3$ pada segi panjang dari gambar 37*a*, yang terletak di atas garis netral aa, dan segipanjang, yang letaknya di bawah garis aa; dalam kedua hal terhadap sisi segipanjang, yang terletak sepanjang aa.

Jadi kita mendapat :

$$I = {}^1/_3b({}^1/_2h)^3 + {}^1/_3b({}^1/_2h)^3 = {}^1/_{12}bh^3.$$

Catatan. Kita tidak perlu memberikan tanda yang berlainan pada y, dikedua belah sisi dari aa, karena di dalam rumus

$$I = b\,\Sigma y^2.\triangle y.$$

selamanya y terdapat dengan pangkat dua.

§ 45 Hubungan antara momen-momen kelembaman terhadap dua sumbu yang sejajar. Dalil penggeseran

Jika kita namakan jarak antara sumbu-sumbu a_1a_1 dan a_2a_2 yang sejajar itu a, dan jarak antara bagian elementer $\triangle F$ sampai a_1a_1 ialah y, maka jarak antara bagian elementer dan a_2a_2 adalah sama dengan $y + a$.

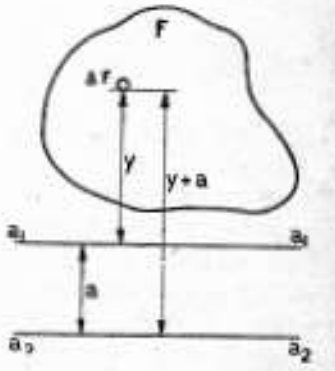
Momen kelembaman I terhadap a_1a_1

$$I_1 = \Sigma y^2.\triangle F,$$

yang terhadap a_2a_2 ialah :

$$I_2 = \Sigma\,(y+a)^2.\triangle F.$$

Kedua jumlah itu mempunyai hubungan dengan *semua* bagian-bagian elementer, darimana lukisan itu terdiri. Jumlah yang terakhir dapat kita pecahkan [1]) dalam : $\Sigma y^2.\triangle F + \Sigma 2ay.\triangle F + \Sigma a^2.\triangle F$, sehingga : $I_2 = \Sigma y^2.\triangle F + 2a\Sigma y.\triangle F + a^2F$, jika $F = \Sigma\triangle F$ adalah luas gambar.



Gamb. 38

Dengan $I_1 = \Sigma y^2.\triangle F$ kita dapat sekarang :

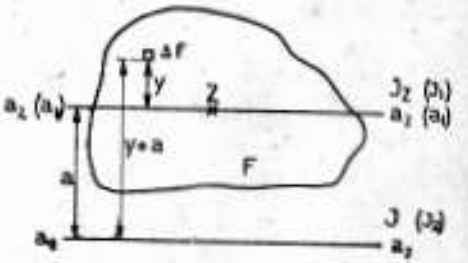
$$I_2 = I_1 + 2a\,\Sigma y.\triangle F + a^2F \qquad (26a).$$

Hubungan yang terdapat antara I_1 dan I_2 adalah terutama berarti, jika sumbu a_1a_1 letaknya melalui titik berat Z dari gambar. Lihatlah gambar 39, di mana sumbu a_1a_1 dinyatakan oleh a_2a_2. Dalam hal yang tersebut, maka menurut teori titik berat [2]) $\Sigma y.\triangle F$ sama dengan nol dan rumus:

$$I_2 = I_1 + 2a\,\Sigma y\,.\triangle F + a^2F$$

menjadi

$$I_2 = I_1 + a^2F \qquad (26b).$$



Gamb. 39

---

[1]) $\Sigma\,(y+a)^2.\triangle F$ Adalah cara menulis simbolis untuk :

$(y_1+a)^2.\triangle F_1 + (y^2+a)^2.\triangle F_2 + (y_3+a)^2.\triangle F_3 + \ldots (y_n+a)^2.\triangle F_n +$ .... jadi juga untuk :

$y_1^2.\triangle F_1 + 2y_1a.\triangle F_1 + a^2.\triangle F_1 + y_2^2.\triangle F_2 + 2y_2a.\triangle F_2 +$
$a^2.\triangle F_2 + y_3^2.\triangle F_3 + 2y_3a.\triangle F_3 + a^2.\triangle F_3 + \ldots\ldots +$
$y_n^2.\triangle F_n + 2y_na.\triangle F_n + a^2.\triangle F_n + \ldots\ldots =$
$(y_1^2.\triangle F_1 + y_2^2.\triangle F_2 + y_3^2.\triangle F_3 + \ldots\ldots y_n^2.\triangle F_n + \ldots\ldots) +$
$2a(y_1.\triangle F_1 + y_2.\triangle F_2 + y_3.\triangle F_3 + \ldots\ldots y_n.\triangle F_n + \ldots\ldots) +$
$a^2(\triangle F_1 + \triangle F_2 + \triangle F_3 + \ldots\ldots \triangle F_n + \ldots\ldots) = \Sigma y^2.\triangle F + \Sigma 2ay.\triangle F + \Sigma a^2.\triangle F.$

[2]) Lihatlah juga buku pelajaran kita dari „Ilmu Gaya Teori" jilid I.

Jika kita, untuk menyatakan benar-benar, bahwa dalam rumus yang terakhir ini, I_1 adalah momen kelembaman terhadap sumbu yang melalu titik berat, mengganti I_1 dengan I_x, dan karena tidak akan terdapat kekeliruan, I_2 kita ganti dengan I, maka rumus yang terakhir menjadi :

$$I = I_x + a^2F \qquad (27).$$

Dalil yang dinyatakan dengan rumus ini, kita namakan **dalil penggeseran**.

Catatan. Dari $I_x = I - a^2F$ segera ternyata, bahwa dari momen-momen kelembaman terhadap sumbu-sumbu yang sejajar, yang terkecil ialah momen kelembaman terhadap sumbu melalui titik berat.

Soal 18. Menurut § 44, maka momen kelembaman sebuah segi panjang dengan sisi-sisi b dan h, terhadap salah satu dari sisi-sisi b, adalah sama dengan $^1/_3bh^3$ dan terhadap sebuah garis melalui titik berat segipanjang, yang letaknya sejajar dengan sisi-sisi b, adalah sama dengan $^1/_{12}bh^3$. Uraikanlah rumus yang kedua dengan pertolongan rumus (27) dari yang pertama.

Cara menghitung. Lihat gambar 37*a*. Sumbu a_xa_x harus kita umpamakan terletak berimpitan dengan sumbu aa, dan sumbu a_2a_2 berimpitan dengan salah satu sisi siku-siku b, umpamanya dengan yang paling bawah. Jarak a antara a_xa_x (pada gambar 37*a* jarak antara aa dan sisi paling bawah b), adalah sama dengan $\frac{1}{2}h$. Selanjutnya :

$$I = \tfrac{1}{3}bh^3 \text{ dan } F = bh,$$

sehingga momen kelembaman I_x dapat kita hitung dari :

$$I = I_x + a^2F.$$

Dengan ini maka terdapatlah :

$$I_x = I - a^2F = \tfrac{1}{3}bh^3 - (\tfrac{1}{2}h)^2bh = \tfrac{1}{3}bh^3 - \tfrac{1}{4}bh^3 = {}^1/_{12}bh^3.$$

Soal 19. Ukuran-ukuran sisi-sisi siku-siku sebuah segipanjang adalah 10 cm dan 12 cm. Hitunglah momen kelembaman (I) terhadap salah satu sisi-sisinya dari 10 cm, dan momen kelembaman (I_x) terhadap sebuah garis melalui titik berat, sejajar dengan sisi-sisi dari 10 cm. Periksalah hasil-hasilnya dengan pertolongan hubungan antara I dan I_x.

Cara menghitung.

$$I = \tfrac{1}{3}.10.12^3 = 5760 \text{ cm}^4.$$
$$I_x = {}^1/_{12}.10.12^3 = 1440 \text{ cm}^4.$$
$$a^2F = 6^2.10.12 = 4320 \text{ cm}^4.$$
$$I_x + a^2F = 1440 + 4320 = 5760 = I.$$

Catatan. Momen kelembaman kita hitung dengan pangkat empat dari kesatuan panjang, misalnya dalam cm⁴ atau mm⁴. Kita katakan, bahwa momen kelembaman itu mempunyai dimensi empat terhadap panjang.

PELAJARAN KE-7

§ 46 Contoh-contoh

Momen kelembaman sebuah lukisan yang terdiri atas beberapa bagian, terhadap sebuah sumbu XX tertentu dapat kita cari dengan jalan membagi lukisan itu dalam bagian-bagian dan kemudian, momen-momen kelembamannya terhadap XX dijumlah menjadi satu.

Soal 20. Tentukanlah untuk gambar 40, momen kelambaman I_y terhadap sumbu YY, dan momen kelebaman I_x terhadap sumbu XX.

Cara menghitung. Lukisan itu kita bagi dalam tiga buah segipanjang I, II dan III, dan terdapatlah :

$$I_y = {}^1/_{12}d_1b^3 + {}^1/_{12}(h-2d_1)d^3 + {}^1/_{12}d_1b_3 = {}^1/_{12}[2d_1b^3 + (h-2d_1)d^3]$$

Perhitungan I_x adalah sedikit lebih panjang. Momen kelembaman segipanjang III terhadap garis XX, adalah :

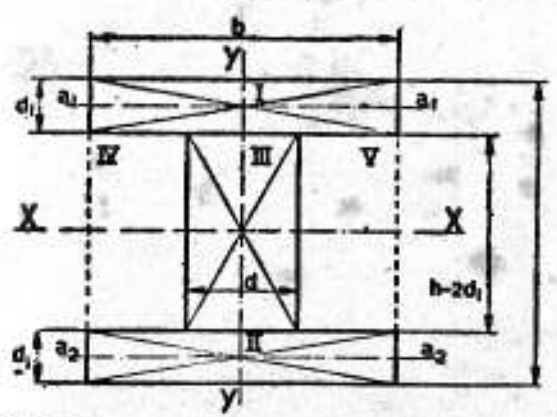
$$I_{xIII} + {}^1/_{12}d(h-2d_1)^3.$$

Momen kelembaman segipanjang-segipanjang I dan II terhadap garis XX, dapat kita hitung dengan pertolongan rumus :

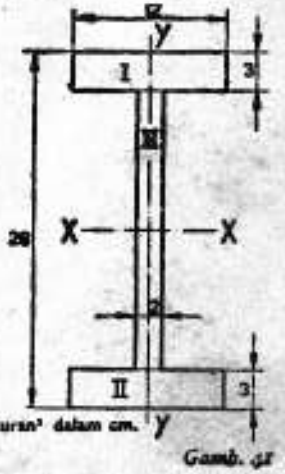
$$I = I_x + a^2F.$$

Untuk segipanjang I adalah :

$$I_x = Ia_1\ ^1) = {}^1/_{12}bd_1^3,$$
$$a = {}^1/_2(h-d_1).F = {}^1/_2(h-d_1)d_1b.$$
$$I_{x1} = I_x + a^2F = {}^1/_{12}bd_1^3 + {}^1/_4(h-d_1)^2d_1b.$$



Gamb 40



Ukuran² dalam cm.

Gamb. 41

¹) Momen kelembaman semacam ini, selanjutnya kita namakan : momen kelembaman „sendiri".

Untuk segipanjang II kita mendapat hasil yang sama.
Jadi momen kelembaman I_x adalah :

$$I_x = {}^1/_{12}d(h-2d_1)^3 + {}^1/_6 bd_1^3 + {}^1/_2(h-d_1)^2 d_1 b.$$

Cara lain. Lukisan ini dapat kita anggap sebagai selisih dari segipanjang dengan sisi-sisi b dan h, dan segipanjang-segipanjang IV dan V.

Dalam hal ini, kita mendapat :

$$I_x = {}^1/_{12}bh^3 - {}^1/_{12}({}^1/_2 b - {}^1/_2 d)(h-2d_1)^3 - {}^1/_{12}({}^1/_2 b - {}^1/_2 d)(h-2d_1)^3.$$

atau :

$$I_x = {}^1/_{12}[bh^3 - (b-d)(h-2d_1)^3].$$

Soal 21. Hitunglah I_x dan I_y untuk gambar 41.

Cara menghitung. Gambar ini kita bagi-bagi juga dalam tiga buah segipanjang, seperti dalam soal yang lalu. Perhitungan-perhitungan dapat kita lihat pada daftar di bawah ini :

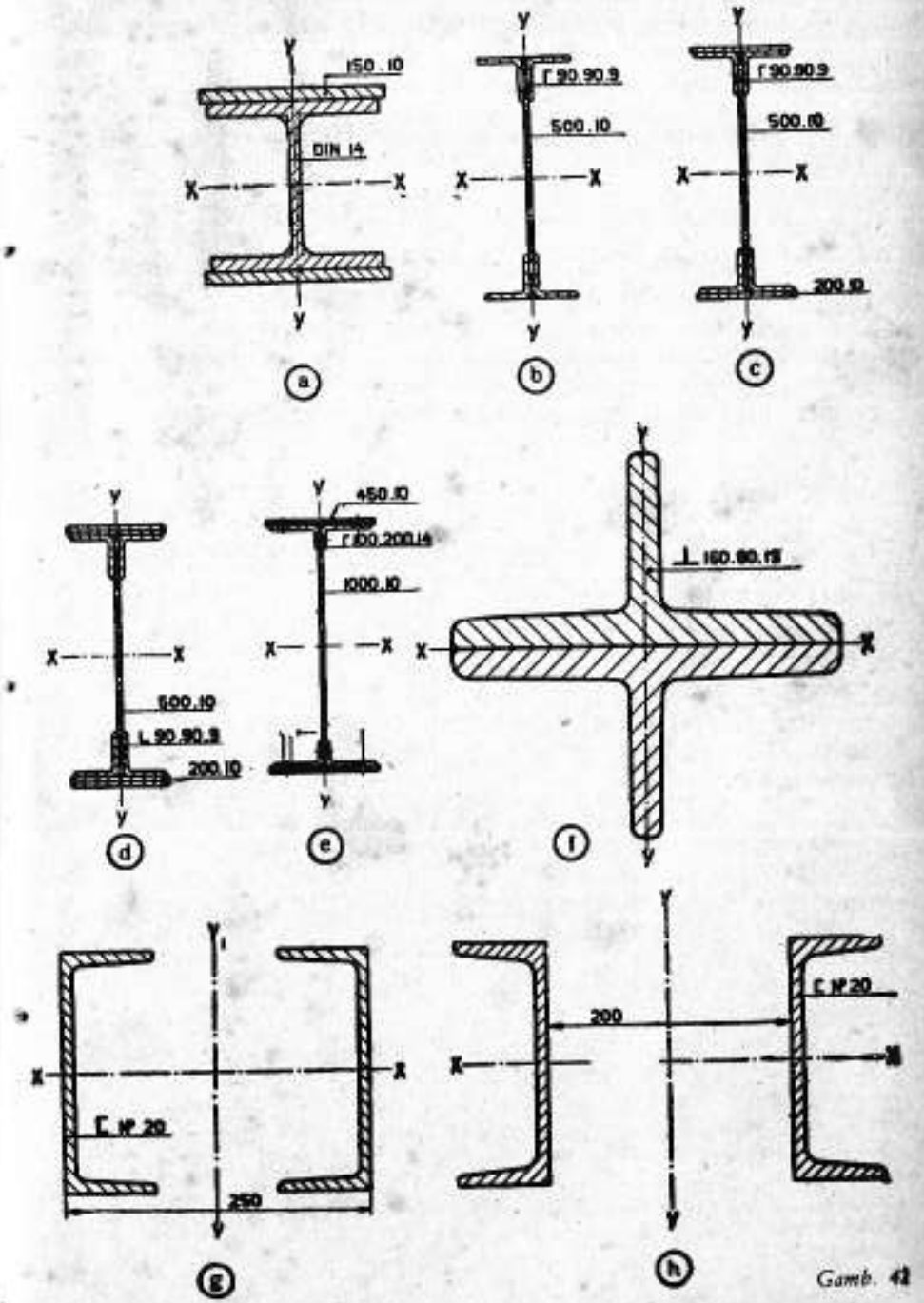
Bagian	F dalam cm²	Jarak a sampai XX dalam cm	a^2F dalam cm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴ terhadap sumbu//XX	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴ terhadap YY
I	$12.3 = 36$	$\frac{28}{2} - \frac{3}{2} = 12{,}5$	5625	$\frac{1}{12}.12.3^3 = 27$	$\frac{1}{12}.3.12^3 = 432$
II	$12.3 = 36$	$\frac{28}{2} - \frac{3}{2} = 12{,}5$	5625	$\frac{1}{12}.12.3^3 = 27$	$\frac{1}{12}.3.12^3 = 432$
III	$(28-6)2 = 44$	$0 = 0$	—	$\frac{1}{12}.2.22^3 = 1173$	$\frac{1}{12}.22.2^3 = 14{,}7$
			11250	1829 11250	878,7
				$I_x \sim$ 13079 cm⁴	$I_y \sim 879$ cm⁴

§ 47 Soal-soal

65. Hitunglah momen kelembaman I_x terhadap sumbu simetri XX, dan momen kelembaman I_y terhadap sumbu simetri YY, untuk profil-profil.

I-30; DIE-30; DIL-30; DIN-30.

Flens-flensnya hendaknya dianggap sebagai segipanjang-segipanjang. Ukuran-ukurannya diambil dari daftar-daftar profil.



Gamb. 41

66 [1]). Hitunglah momen-momen kelembaman I_x dan I_y, dengan jalan membagi-bagi gambarnya dalam beberapa segipanjang;

a) gambar 42*a*; b) gambar 42*i*; c) gambar 42*l*; d) gambar 42*m*.

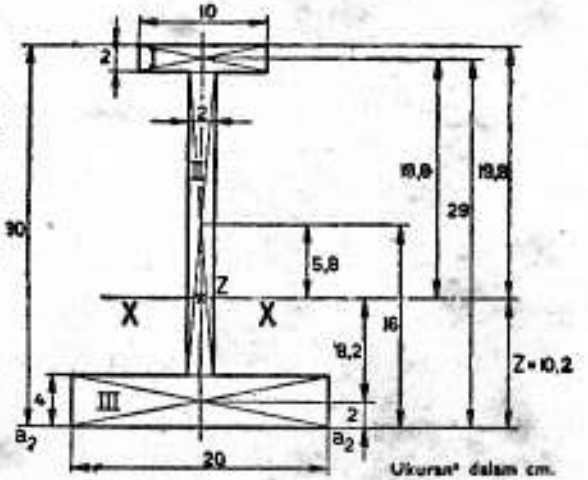
67. Hitunglah I_x dan I_y, dengan jalan mempergunakan daftar profil, untuk :

a.	gambar	42*a*;	*b*.	gambar	42*h*;
b.	„	42*b*;	*i*.	„	42*i*;
c.	„	42*c*;	*j*.	„	42*j*;
d.	„	42*d*;	*k*.	„	42*k*;
e.	„	42*e*;	*l*.	„	42*l*;
f.	„	42*f*;	*m*.	„	42*m*;
g.	„	42*g*;			

§ 48 Contoh-contoh

(sambungan)

Soal 22. Hitunglah jarak dari titik berat Z gambar 43, sampai a_2a_2. Tentukanlah momen kelembaman I_x terhadap sumbu XX, melalui Z dan sejajar dengan a_2a_2.



Gamb. 43

Cara menghitung. Supaya dapat menentukan tempat titik berat Z terhadap a_2a_2, maka gambar kita bagi dalam segipanjang-segipanjang I, II dan III. Luas segipanjang-segipanjang ini, adalah berturut-turut 20 cm², 48 cm² dan 80 cm². Jarak titik berat-titik berat dari segipanjang-segipanjang ini hingga garis a_2a_2, adalah berturut-turut 29 cm, 16 cm dan 2 cm.

Menurut dalil momen [1]), maka jumlah momen-momen dari bagian-bagian, adalah sama dengan momen dari gambar seluruhnya. Jika, pada gambar 43, kita pergunakan dalil momen ini terhadap garis a_2a_2, maka terdapatlah :

$$20.29 + 48.16 + 80.2 = (20 + 48 + 80)\, z.$$

Dari ini, terdapatlah $z \sim 10{,}2$ cm.

Sebagaimana juga halnya dengan perhitungan momen kelembaman, maka supaya perhitungan z itu menjadi jelas, perhitungan itu kita cantumkan dalam sebuah daftar.

Lihatlah di bawah ini :

Bagian	F dalam cm²	z dalam cm	Mom. terh. a_2a_2 dalam cm³	F dalam cm²	a dalam cm	a^2F dalam cm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴
I	2.10 = 20	29	20.29 = 580	20	29 —10,2 = 18,8	18,8².20 ~ 7069	$\frac{1}{12}$.10.2³ ~ 7
II	2,24 = 48	16	48,16 = 768	48	16 —10,2 = 5,8	5,8².48 ~ 1615	$\frac{1}{12}$.2.24³ ~ 2304
III	4.20 = 80	2	80.2 = 160	80	10,2— 2 = 8,2	8,2².80 ~ 5379	$\frac{1}{12}$.20.4³ ~ 107
	148		1508			14063	2418
							14063
	$z = \frac{1508}{148} \sim 10{,}2$ cm						$I_x \sim 16481$

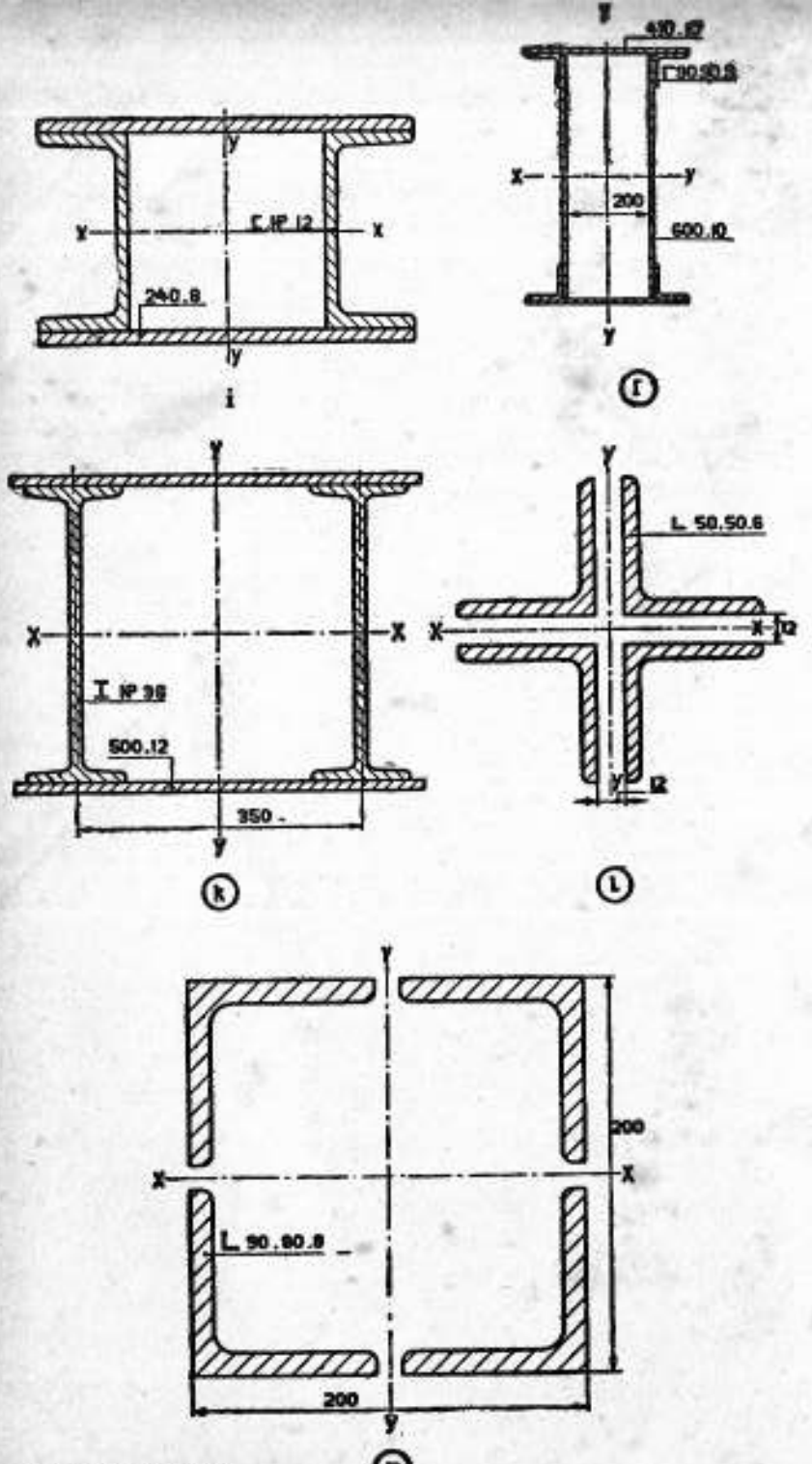
Soal 23. Hitunglah untuk gambar 44, momen kelembaman I_x terhadap garis XX.

Cara menghitung. Pertama kita tentukan jarak z dari titik berat Z gambar sampai garis aa. Kemudian kita menghitung I_x. Perhitungan-perhitungan tercantum dalam daftar di bawah ini.

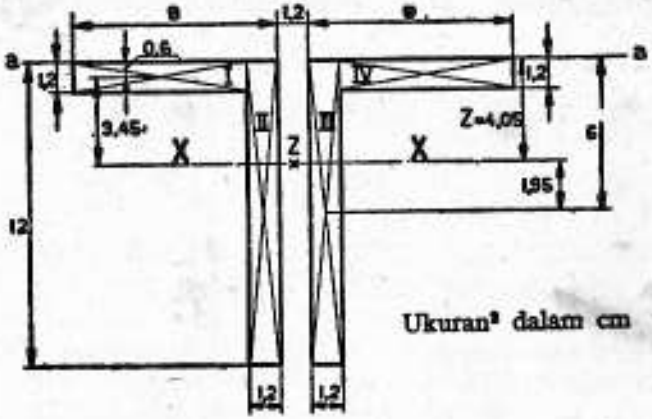
[1]) Pada gambar 42—49, sesuai dengan pemakaian dalam ilmu konstruksi ukuran-ukurannya dinyatakan dalam mm.

Pada waktu menghitung ukuran-ukuran ini kita dapat uraikan dalam cm. Ukuran-ukuran untuk bagian-bagian yang sama dan sebangun pada gambar-gambar yang simetris, hanya dinyatakan satu kali saja.

[1]) Lihatlah mekanika teori.



Gamb. 42 (lanjutan)



Gamb. 44

Bagian	F dalam cm²	z dalam cm	Momen dalam cm³ terh. aa
I	(8 — 1,2).1,2 = 8,16	0,6	8,16.0,6 ~ 4,90
II	12.1,2 = 14,40	6	14,4 .6 = 86,40
III	12.1,2 = 14,40	6	14,4 .6 = 86,40
IV	(8 — 1,2).1,2 = 8,16	0,6	8,16.0,6 ~ 4,90
	45,12		182,60
	182,60		

$z = 45{,}12 \sim 4{,}05$ cm

Bagian	F dalam cm²	a dalam cm	a²F dalam cm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴
I	8,16	4,05 — 0,6 = 3,45	3,45².8,16 ~ 97,1	$\frac{1}{12}(8-1{,}2).1{,}2^3 \sim$ 0,98
II	14,40	6 — 4,05 = 1,95	1,95².14,4 ~ 54,8	$\frac{1}{12}.1{,}2.12^3 \sim$ 172,8
III	14,40	6 — 4,05 = 1,95	1,95².14,4 ~ 54,8	$\frac{1}{12}.1{,}2.12^3 \sim$ 172,8
IV	8,16	4,05 — 0,6 = 3,45	3,45².8,16 ~ 97,1	$\frac{1}{12}(8-1{,}2).1{,}2^3 \sim$ 0,98
			303,8	347,56
			~ 304	~ 348

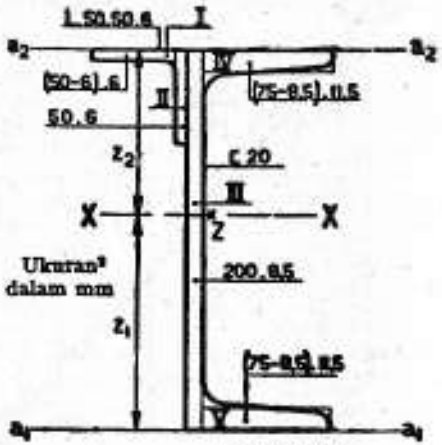
$I_x \sim 304 + 348 = 652$ cm⁴

Soal 24. Sebuah profil, lihat gambar 45, terdiri atas sebuah profil [20 dan sebuah profil ∠ 50.50.6. Tentukanlah jarak z_1 dari titik berat

Z hingga garis a_1a_1, dan juga momen kelembaman I_x terhadap garis XX.

Bagian-bagian lukisan harus dianggap sebagai segipanjang.

Cara menghitung. Gambar kita bagi dalam lima buah segipanjang, I, II, III, IV dan V. Perhitungan-perhitungan adalah terdapat dalam daftar di bawah ini.



Gamb. 45

Bagian	F dalam mm²	z dalam mm	Momen terhadap a_1a_1 dalam mm³
I	6.44 = 264	200 — 3 = 197	264.197 = 52008
II	6.50 = 300	200 — 25 = 175	300.175 = 52500
III	8,5.200 = 1700	100	1700.100 = 170000
IV	[1] 66,5.11,5 ~ 765	200 — 5,75 ~ 194	765.194 = 148410
V	66,5.11,5 ~ 765	5,75 ~ 6	765.6 = 4590
	3794		427508

$$z_1 = \frac{427508}{3795} \sim 113 \text{ mm}$$

Bagian	F dalam mm²	a dalam mm	a^2F dalam mm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam mm⁴
I	264	200 — 113 — 3 = 84	1862784	$\frac{1}{12}$.44.6³ = 792
II	300	200 — 113 — 25 = 62	1153200	$\frac{1}{12}$.6.50³ = 62500
III	1700	113 — 100 = 13	287300	$\frac{1}{12}$.8,5.200³ = 5666666
IV	765	200 — 113 — 6 ~ 81	5019165	$\frac{1}{12}$.66,5.11,5³ ~ 8428
V	765	113 — 6 ~ 107	8758485	$\frac{1}{12}$.66,5.11,5³ ~ 8428
			17080934	5746814
				17080934
				$I_x \sim 22827748$
				$I_x \sim 2283$ cm⁴

[1]) (75 — 8,5). 11,5; 66,5. 11,5.

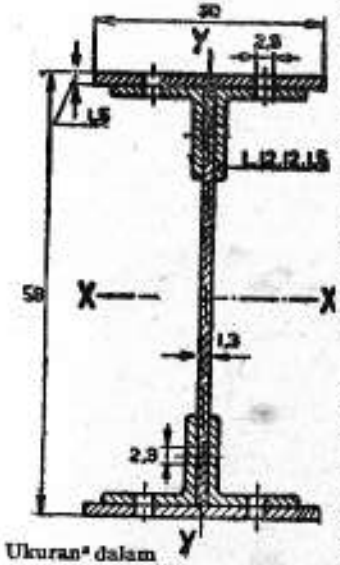
Soal 25. Tentukanlah jarak z_2 dari titik berat Z dari gambar 45 hingga garis a_2a_2 dalam cm. Hitunglah momen kelembaman I_x dalam cm⁴.

Dalam menghitung soal ini, hendaknya sedapat mungkin dipergunakan daftar-daftar profil.

Bagian	F dalam cm²	z dalam cm	Momen terh. a_2a_2 dalam cm³	F dalam cm²	a dalam cm	a_2F dalam cm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴
I	32,2	10	32,2. 10 ~ 322	32,2	10—8,72 ~ 1,28	1,28².32,2 ~ 53	1910,—
II	5,69	1,45	5,69.1,45 ~ 8,25	5,69	8,72—1,45 ~ 7,27	7,27².5,69 ~ 301	12,8
	37,89		330,25			354	~1923

$$z_2 = \frac{330{,}25}{37{,}89} \sim 8{,}72 \text{ cm} \qquad I_x \frac{1923}{2277} \text{ cm}^4$$

Cara menghitung. Gambar terdiri atas profil [20 dan profil ∠ 50.50.6. Jarak titik berat profil pertama hingga a_2a_2, menurut daftar profil, ialah sama dengan 10 cm, dan dari profil ∠ 50.50.6 menurut tabel profil, ialah sama dengan 1,45 cm. Juga luas profil-profil ini dapat kita ambil langsung dari daftar-daftar, sehingga kita dapat segera menghitung momen-momen bagian-bagian ini terhadap garis a_2a_2 itu. z_2 kita dapatkan dengan membagi jumlah momen-momen ini dengan luas penampang seluruhnya. Lihatlah selanjutnya daftar yang lalu. Perhitungan momen kelembaman tercantum dalam daftar itu, dan tidak membutuhkan penjelasan lagi.



Gamb. 46

Soal 26. Sebuah konstruksi terdiri atas sebuah pelat badan tegak, 4 buah pelat siku-siku dan dua buah pelat-pelat sisi. Lihat gambar 46. Bagian-bagian ini disambungkan satu sama lainnya oleh paku-paku keling dengan garis tengah 22 mm. Karena terdapat lubang-lubang paku keling sebesar 23 mm, maka pada tempat-tempat itu, penampang-penampang normalnya agak lemah. Pada pelat sisi, bagi-

an yang menjadi lemah karena lubang-lubang paku, letaknya tidak pada satu penampang dengan yang terdapat pada pelat badan.

Hitunglah I_x untuk : penampang yang tidak menjadi lemah; penampang yang menjadi lemah pada pelat sisi, dan penampang yang menjadi lemah pada pelat badan. Jarak antara garis sumbu lubang paku pada badan dan sisi luar balok adalah 8 cm.

Cara menghitung. Gambar kita bagi dalam tiga bagian. Untuk bagian I kita ambil pelat badan, untuk bagian ke II kita ambil keempat baja siku-siku, dan untuk bagian ke III, kita ambil kedua pelat sisi. Luas momen kelembaman sendiri, dan jarak titik berat untuk baja siku-siku, dapat kita lihat pada daftar-daftar profil.

Bagian	F dalam cm²	a dalam cm	a^2F dalam cm⁴	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴
I	55. 1,3 = 71,5	—	—	$\frac{1}{12}$ 1,3.55³ ~ 18024
II	4.33,9 = 135,6	27,5—3,51 = 23,99	4.23,99².33,9 ~ 78041	4.446 ~ 1784
III	2.30.1,5 = 90	29 —0,75 = 28,25	2.28,25².30.1,5 ~ 71826	2 $\frac{1}{12}$ .30.1,5³ ~ 17
			149867	19825
				149867
				I_x ~ 169792 cm⁴

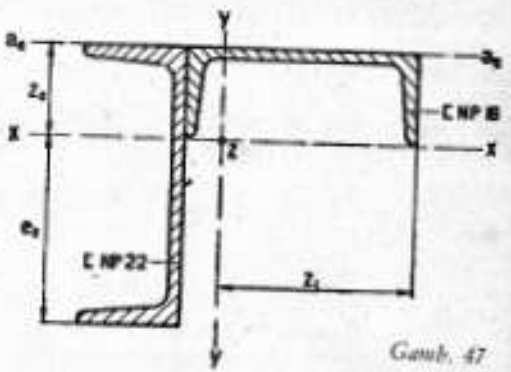
Pelemahan paku pada sisi

4.2,3.(1,5 + 5) − 27,6	29 − 1,5 = 27,5	27,5².27,6 ~ 20873	$\frac{4.3,3.3^3}{12}$ ~ 21
		21	
		20894 cm⁴	I_x = 169692 − 20894
			I_x netto ~ 148798 cm⁴

Pelemahan paku pada badan

2.2,3.(1,5 + 1,5 + 1,5) ~ 19,78	29 − 8 = 21	~ 8723	2. $\frac{1}{12}$ .4.32,3³ ~ 9
		9	
		8732 cm⁴	I_x = 169692 / 8732
			I_x netto ~ 160960 cm⁴

Soal 27. Hitunglah jarak z_2 dari titik berat Z dari gambar 47 hingga garis a_1a_2 dalam cm. Hitunglah pula I_x dalam cm². Perhitungan - perhitungan itu hendaknya dikerjakan dengan pertolongan daftar-daftar profil, pada cara menghitung janganlah dipergunakan bentuk daftar.



Gamb. 47

Cara menghitung. Menurut daftar-daftar profil, maka untuk profil [- 22 : F = 37,4 cm²; I_x = 2.690 cm⁴.

Untuk profil [- 18 : F = 28 cm²; I_y = 114 cm⁴; e = 1,92 cm.

Jarak z_2 dari titik berat Z profil bersusun hingga garis a_1a_2 dapat kita cari dengan jalan mempergunakan dalil momen terhadap sebuah titik garis a_1a_2 tadi.

$$z_2 = \frac{37{,}4.11 + 28.1{,}92}{37{,}4 + 28} \sim 7{,}14 \text{ cm}.$$

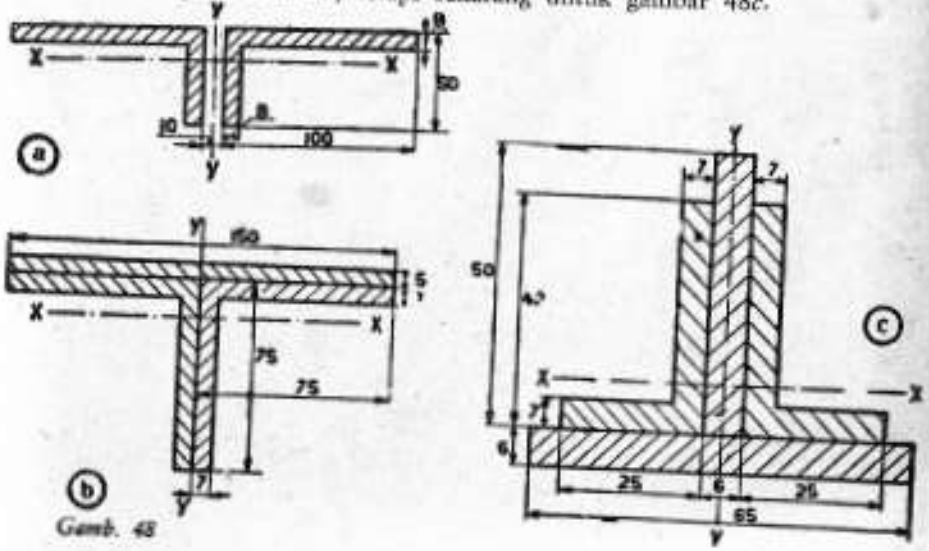
I_x = 2.690 + (11 − 7,14)².37,4 + 114 + (7,14 − 1,92)².28 ~ 4125 cm⁴.

§ 49 Soal-soal

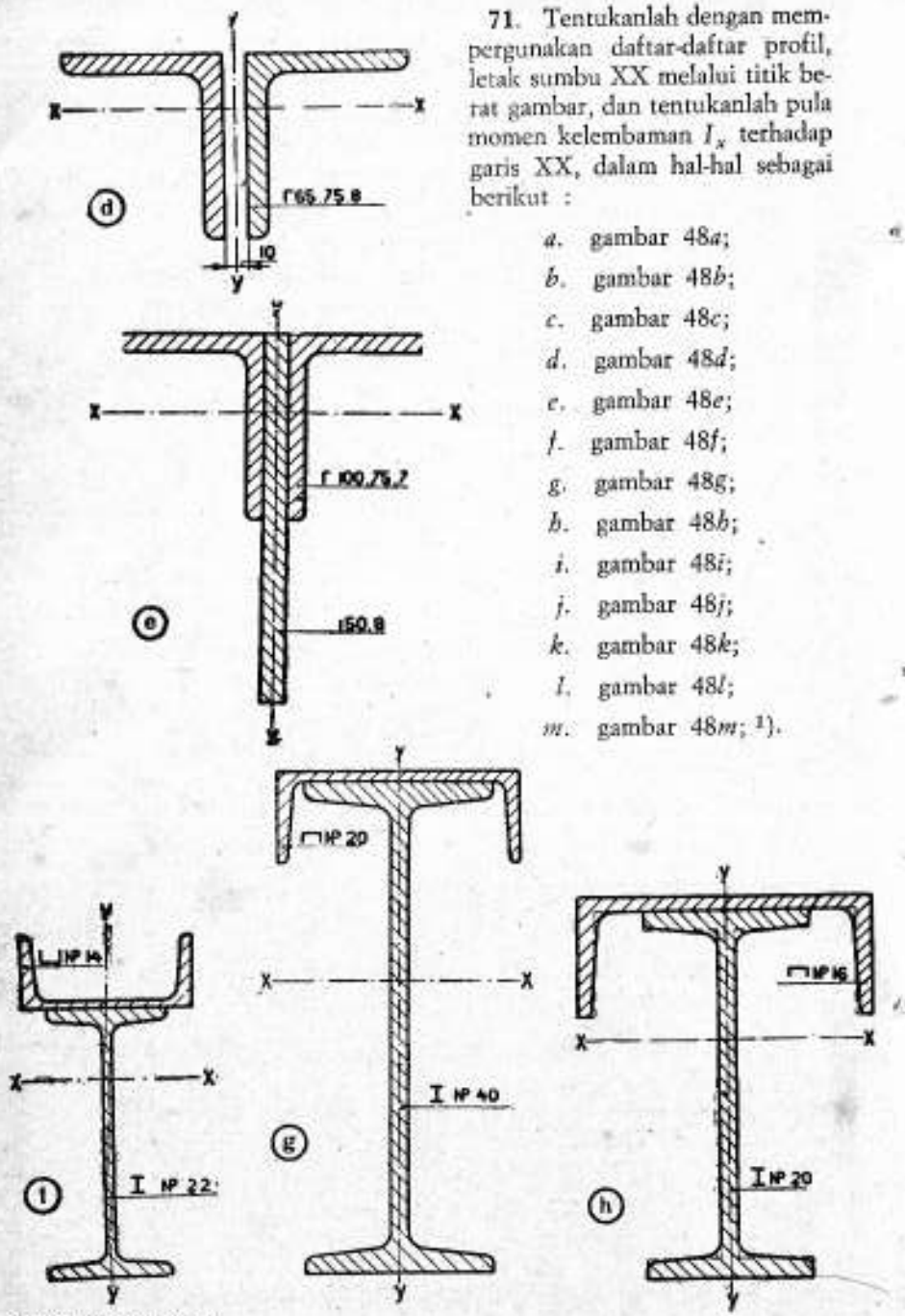
68. Garis XX pada gambar 48*a* adalah sebuah garis melalui titik berat gambar itu tegak lurus pada sumbu simetri YY. Tentukanlah jarak sumbu XX hingga bagian bawah gambar itu. Tentukanlah kemudian momen kelembaman I_x terhadap sumbu XX.

69. Seperti soal 68, tetapi sekarang untuk gambar 48*b*.

70. Seperti soal 68, tetapi sekarang untuk gambar 48*c*.



Gamb. 48

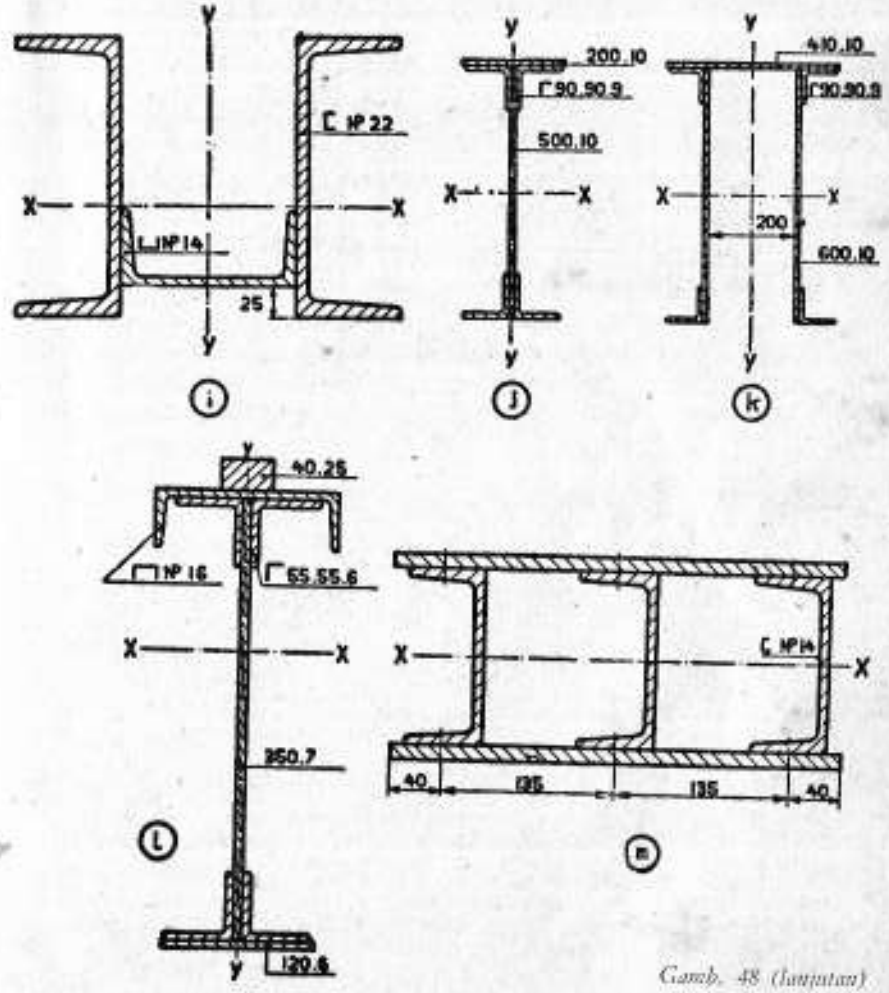


Gamb. 48 (lanjutan)

1) Tebal pelat sisi adalah 12 mm.

71. Tentukanlah dengan mempergunakan daftar-daftar profil, letak sumbu XX melalui titik berat gambar, dan tentukanlah pula momen kelembaman I_x terhadap garis XX, dalam hal-hal sebagai berikut :

a. gambar 48*a*;
b. gambar 48*b*;
c. gambar 48*c*;
d. gambar 48*d*;
e. gambar 48*e*;
f. gambar 48*f*;
g. gambar 48*g*;
h. gambar 48*h*;
i. gambar 48*i*;
j. gambar 48*j*;
k. gambar 48*k*;
l. gambar 48*l*;
m. gambar 48*m*; [1].

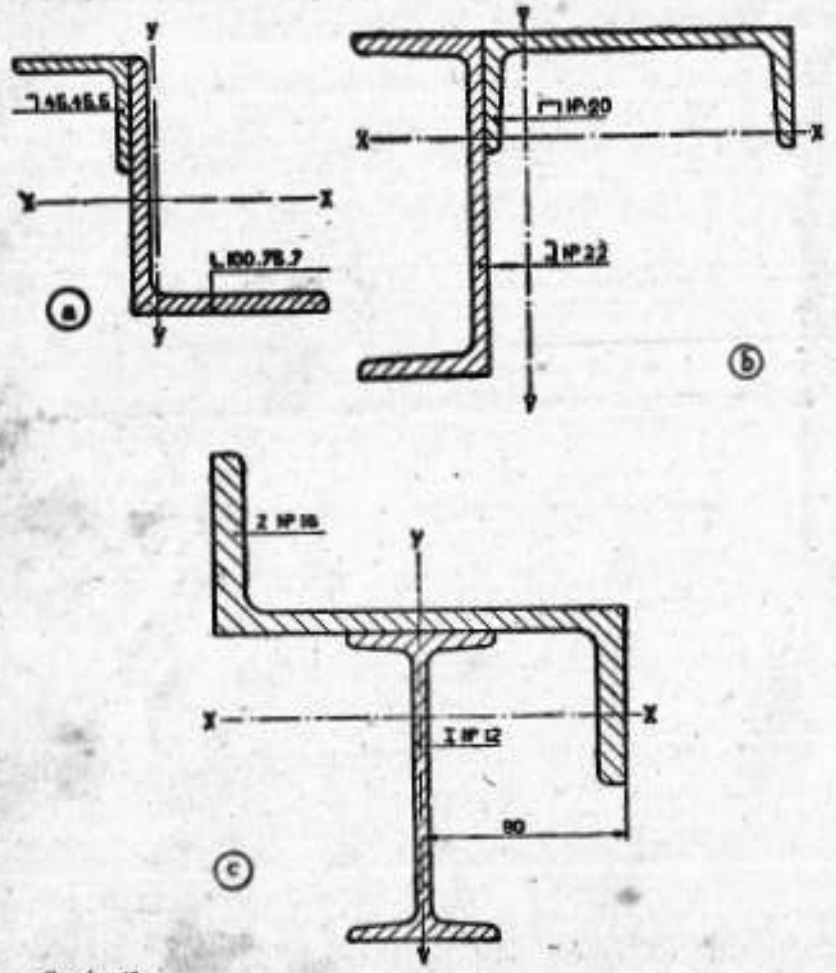


Gamb. 48 (lanjutan)

72. Tentukanlah dengan mempergunakan tabel-tabel profil, letak titik berat gambar terhadap bagian bawah dan tentukan pula sebuah garis, melalui titik yang letaknya pada bagian yang paling kiri, sejajar dengan sumbu YY.

Tentukanlah pula momen-momen kelembaman I_x dan I_y untuk hal-hal sebagai berikut :

a. gambar 49*a*;
b. gambar 49*b*;
c. gambar 49*c*;



Gamb. 49

PELAJARAN KE-8 *Perhitungan momen-momen kelembaman linier jajaran dan segitiga*

§ 50 Contoh-contoh

Dalam hal-hal ini pembicaraan kita batasi dengan mengambil beberapa contoh yang mudah.

a. Momen kelembaman I_x jajaran dari gambar 50*b*, terhadap garis XX.

Momen kelembaman ini kita persamakan dengan momen kelembaman segipanjang dari gambar 50*a*, terhadap sumbu yang sama.

Jika kedua gambar tadi kita bagi dalam jalur-jalur elementer dengan menarik garis-garis yang sejajar dengan sisi-sisi b, maka terdapatlah untuk segipanjang : $I_x = \Sigma y^2.b\triangle y$, dan untuk jajaran genjang : $I_x = \Sigma y^2.b.\triangle y$.

Pada jumlah-jumlah ini, maka selalu suku jumlah pertama adalah sama dengan suku jumlah kedua yang bersangkutan. Jadi jumlah-jumlah ini adalah sama satu sama lainnya, momen kelembaman I_x untuk jajaran genjang adalah sama besar seperti momen kelembaman segipanjang. Besar momen kelembaman adalah :

$$I_x = {}^1/_{12}\ bh^3.$$

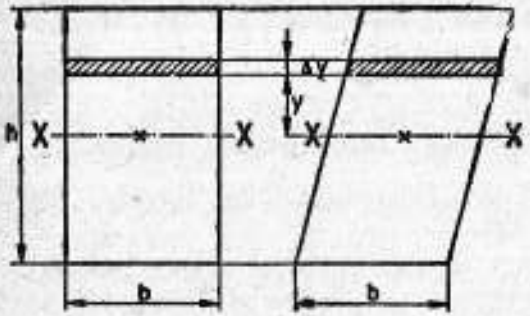
b. Momen kelembaman sebuah segitiga terhadap sebuah garis XX, di mana garis tinggi h berdiri tegak lurus pada garis alas b, dan membagi garis ini dalam dua bagian yang sama. Lihat gambar 51.

Segitiga ini dapat kita anggap sebagai setengah dari jajaran genjang, dengan garis alas yang sama besar dan tinggi yang sama. Jika jajaran genjang ini kita bagi dalam bagian-bagian elementer menurut gambar 51, maka nanti kita dapat melihat, bahwa momen kelembaman I_x segitiga itu adalah sama dengan setengah momen kelembaman jajaran genjang terhadap garis XX. Hal ini jelas, sebab $\Sigma y^2.\triangle F$ untuk jajaran genjang seluruhnya dapat kita pecahkan dalam dua golongan suku-suku demikian sehingga suku-suku golongan yang satu mempunyai hubungan dengan segitiga yang diketahui (bagian yang satu dari jajaran genjang), dan suku-suku golongan kedua mempunyai hubungan dengan bagian setengah yang lain dari jajaran genjang.

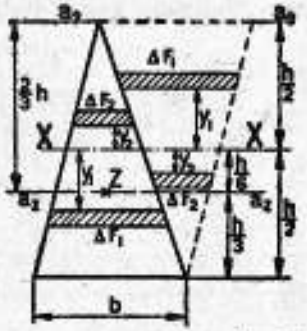
Ternyatalah, bahwa suku golongan pertama, adalah sama dengan suku golongan kedua yang bersangkutan. Kesimpulannya ialah, bahwa momen kelembaman I_x segitiga yang diketahui tadi, adalah sama dengan setengah dari momen kelembaman jajaran genjang, terhadap garis XX. Jadi terdapatlah sekarang :

$$I_x = {}^1/_2.\ {}^1/_{12}.\ bh^3 = {}^1/_{24}\ bh^3.$$

c. Momen kelembaman sebuah segitiga, terhadap sebuah garis a_2a_2



Gamb. 50a Gamb. 50b



Gamb. 51

yang melalui titik berat Z, yang letaknya sejajar dengan garis alas. Lihatlah gambar 51. Untuk ini kita menggunakan rumus : $I = I_z + a^2 F$.

Untuk I dapat kita mengambil $I_z = {}^1/_{36}\, bh^3$; a adalah sama dengan $\frac{1}{6} h$. Selanjutnya, $F = \frac{1}{2} bh$.

I_z adalah momen kelembaman yang dicari, dan besarnya adalah :

$I_z = I - a^2F = \frac{1}{24} bh^3 - (\frac{1}{6} h)^2 . \frac{1}{2} bh = \frac{1}{36} bh^3$ (28).

d. Momen kelembaman sebuah segitiga, terhadap garis a_1a_2, yang letaknya melalui puncak dan sejajar dengan garis alas. Lihatlah lagi gambar 51.

Jadi, momen kelembaman yang kita cari itu, kita namakan I_3, maka :

$I = I_z + a^2F, I = I_3, I_z = \frac{1}{36} bh^3; a = \frac{2}{3} h; F = \frac{1}{2} bh.$

Jika momen kelembaman yang kita cari, adalah :

$I_3 = \frac{1}{36} bh^3 + (\frac{2}{3} h)^2 . \frac{1}{2} bh = \frac{1}{4} bh^3$ (29).

§ 51 Soal-soal

73. Tentukanlah momen kelembaman sebuah segitiga sama sisi, dengan sisi-sisi 12 cm, terhadap garis alas.

74. Sebuah segitiga sama kaki, mempunyai garis alas sebesar 10 cm dan sisi-sisi yang berdiri 13 cm.

Hitunglah momen kelembaman segitiga itu terhadap garis alas.

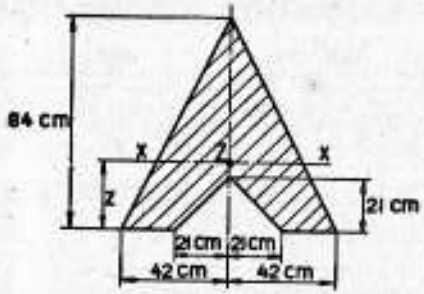
75. Sisi-sisi sebuah segiempat adalah 10 cm. Tentukanlah momen kelembamannya, terhadap diagonal.

dengan garis alas sebesar 6 cm dan sisi-sisi yang berdiri 5 cm.

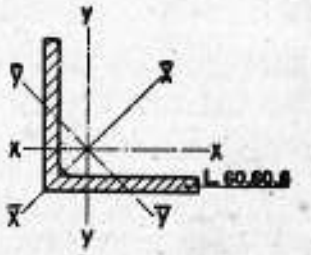
76. Tentukanlah momen kelembaman sebuah segitiga sama kaki,

a. terhadap garis alas;

b. terhadap sebuah garis melalui titik berat, sejajar dengan garis alas;



Gamb. 52



Gamb. 53

c. terhadap garis, yang letaknya tegak lurus pada garis tinggi dan membagi garis tinggi dalam dua bagian yang sama panjangnya;

d. terhadap sebuah garis melalui puncak, sejajar dengan garis alas.

77. Dari sebuah trapesium sama kaki, sisi sejajar yang terpanjang adalah 6 cm, dan yang terpendek adalah 3 cm. Jarak antara sisi-sisi sejajar tadi, adalah 9 cm. Hitunglah momen kelembaman terhadap sebuah garis melalui titik berat, ke arah sisi-sisi yang letaknya sejajar.

78. Sumbu XX dari gambar 52, letaknya melalui titik berat gambar. Tentukanlah letak sumbu XX ini, terhadap bagian bawah dan tentukanlah juga momen kelembaman I_x terhadap sumbu ini.

79. Lihat gambar 53. Gambar kita anggap sebagai terbagi dalam dua segipanjang-segipanjang. Hitunglah, berturut-turut selisih dua segiempat :

a. tempat titik berat (titik potong sumbu-sumbu yang digambarkan) ;

b. I_x ;

c. $I_{\bar{x}}$;

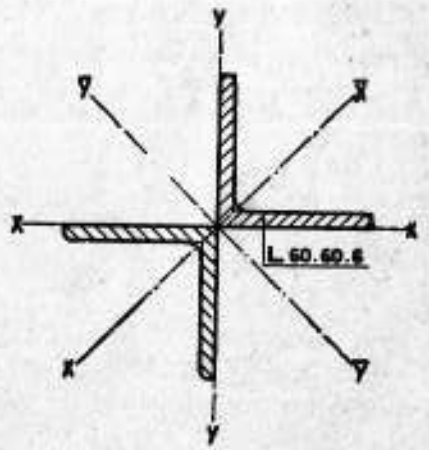
d. $I_{\bar{y}}$.

80. Hitunglah, dengan menggunakan tabel-tabel profil, untuk gambar 54;

a. I_x ;

b. $I_{\bar{x}}$;

c. $I_{\bar{y}}$.



Gamb. 54

PELAJARAN KE-9 *Momen kelembaman poler. Hubungan antara momen kelembaman poler dan momen kelembaman linier. Momen kelembaman untuk lingkaran dan elips*

§ 52 Momen kelembaman poler

Lihat gambar 55. Momen kelembaman poler I_p sebuah gambar datar terhadap sebuah titik P sembarangan pada bidang gambar itu, adalah sebuah suku banyak, di mana tiap-tiap suku terdiri atas hasil kali bagian elementer $\triangle F$ dari gambar dan pangkat dua jarak ϱ [1]) bagian elementer hingga P.

Suku banyak ini mempunyai sama banyak suku-suku, seperti gambar mempunyai bagian-bagian elementer; tiap bagian elementer hanya mempunyai hubungan dengan satu suku saja dari suku banyak tadi, dan sebaliknya.

Cara menulis simbolis dari momen kelembaman poler adalah :

$$\Sigma\ \varrho^2.\triangle F \qquad (30).$$

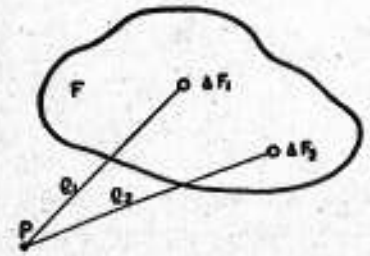
§ 53 Hubungan antara momen-momen kelembaman I_x dan I_y terhadap dua buah sumbu OX dan OY yang letaknya tegak lurus satu sama lain dan momen kelembaman poler I_p terhadap titik potong O. Lihat gambar 56.

$I_x = \Sigma y^2.\triangle F$. $I_y = \Sigma x^2.\triangle F$ dan $I_p = \Sigma \varrho^2.\triangle F$

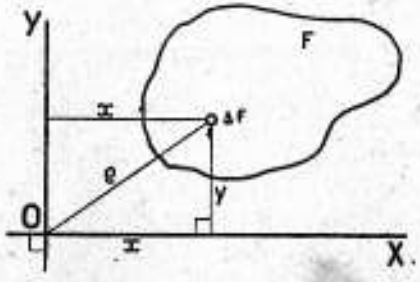
Untuk titik sembarangan : $\varrho^2 = x^2 + y^2$.

Jika ini kita ganti di dalam rumus I_p, maka terdapatlah :

$I_p = \Sigma\ (x^2 + y^2)\ \triangle F = \Sigma\ (x^2.\triangle F + y^2.\triangle F) = \Sigma\ x^2.\triangle F + \Sigma\ y^2.\triangle F$,



Gamb. 55



Gamb. 56

[1]) Sebagaimana juga halnya dalam § 43, maka bagian-bagian elementer ini kita anggap sangat kecil, sehingga jarak-jarak titik-titik di dalam sebuah bagian elementer hingga P, kira-kira adalah sama besarnya, sehingga kita dapat berkata tentang jarak dari bagian elementer hingga P.

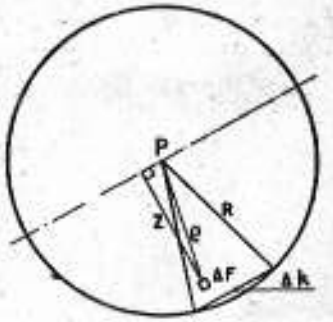
atau

$$I_p = I_y + I_x \qquad (31).$$

§ 54. Perhitungan momen kelembaman poler sebuah lingkaran terhadap titik tengah. Lihat gambar 57.

Lingkaran itu dapat kita anggap terbagi dalam beberapa sektor-sektor elementer. Salah satu di antara sektor-sektor ini kita perbesarkan. Jumlah momen-momen kelembaman sektor-sektor, dalam mana lingkaran itu kita bagi-bagi, adalah sama dengan momen kelembaman I_d yang dicari.

Mula-mula kita hitung momen kelembaman sektor elemen terhadap P, dan untuk itu sektor ini kita bagi dalam bagian-bagian elementer $\triangle F$. Jika jarak dari $\triangle F$ hingga P adalah sama dengan ϱ, maka kita dapat menghitung $\Sigma\ \varrho^2.\triangle F$. Karena sektor, yang kita anggap itu, adalah sangat kecil, maka ini dapat kita anggap sebagai sebuah segitiga.



Gamb. 57

Segitiga ini, mempunyai garis alas $\triangle k$, dan tingginya adalah kira-kira sama dengan R.

Juga jarak ϱ dapat diumpamakan kira-kira sama dengan z, sehingga $\Sigma\ \varrho^2.\ \triangle F$ dapat kita ganti, dan dituliskan: $\Sigma z^2.\triangle F$

Ini adalah momen kelembaman sebuah segitiga terhadap sebuah garis, melalui puncak dan letaknya sejajar dengan garis alas. Menurut halaman 100, maka ini adalah sama dengan $\frac{1}{4}bh^3$. Di sini $b = \triangle k$ dan $h = R$, maka terdapatlah :

$$\tfrac{1}{4}\ \triangle k.\ R^3.$$

I_p adalah jumlah momen-momen kelembaman sektor-sektor elementer (segitiga-segitiga), sehingga $I_p = \Sigma\ \frac{1}{4}\triangle k.R^3 = \frac{1}{4}R^3.\ \Sigma\ \triangle k$.

Di sini $\Sigma\triangle k$ adalah jumlah semua talibusur elementer, yang terdapat pada busur-busur elementer, di mana keliling lingkaran itu dibagi. Jadi $\Sigma\triangle k$ adalah sama dengan keliling lingkaran, atau sama dengan $2\pi R$, Jadi, terdapatlah :

$$I_p = \tfrac{1}{4}R^3.2\pi R, \text{ atau}$$

$$I_p = \tfrac{1}{2}\pi R^4.$$

Ambillah sekarang garis tengah d dari lingkaran, maka terdapatlah :

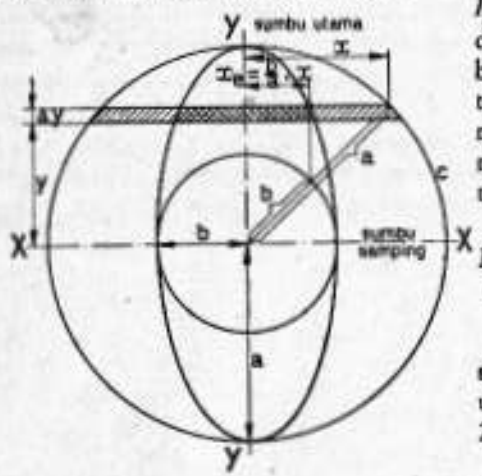
$$I_p = {}^1/_2\pi\ ({}^1/_2 d)^4 = {}^1/_{32}\ \pi d^4 \qquad (32)$$

§ 55 Momen kelembaman (linier) I dari lingkaran terhadap sebuah garis tengah

Dilihat dari sudut simetri terdapatlah, bahwa momen-momen kelembaman terhadap dua garis tengah adalah sama besarnya. Ini adalah juga sama halnya terhadap dua garis tengah yang letaknya tegak lurus satu sama lain. Berhubung dengan :

$I_p = I_x + I_y = 2I_x = 2I_y = 2I$

dapatlah kita segera melihat, bahwa momen kelembaman I terhadap garis tengah, besarnya adalah setengahnya momen kelembaman terhadap titik tengah.



Gamb. 58

Jadi, terdapatlah :

$I = \frac{1}{2}I_p = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\pi R^4 = \frac{1}{4}\pi R^4 = \frac{1}{64}\pi d^4$ (33).

§ 56 Momen kelembaman sebuah elips, dengan sumbu utama $2a$ dan sumbu samping $2b$, terhadap sumbu samping.

Elips kita bagi dengan garis-garis dalam jalur-jalur elementer, garis-garis mana adalah sejajar dengan sumbu samping. Pada gambar 58 digambarkan satu jalur.

Jalur ini dapat kita anggap sebagai sebuah segipanjang, dengan lebar $2x_e$ dan tinggi Δy. Momen kelembaman I_{e_x} adalah sama dengan :

$$I_{e_x} \Sigma y^2.\ 2x_e.\ \Delta y.$$

Jika momen kelembaman ini kita persamakan dengan momen kelembaman I_x dari lingkaran, yang mempunyai sumbu utama dari elips sebagai garis tengah, maka terdapatlah :

$$I_x = \Sigma y^2.\ 2x.\ \Delta y.$$

Menurut konstruksi terkenal untuk elips-elips dari sumbu-sumbu, maka terdapatlah perbandingan seharga :

$$x_e : x = b : a$$

dan

$$x_e = \frac{b}{a}x.$$

Jadi terdapatlah momen kelembaman elips

$$I_{e_x} = \Sigma y^2.2\ \frac{b}{a}\ x.\Delta y = \frac{b}{a}\ \Sigma y^2.2x\Delta y = \frac{b}{a}\ I_x.$$

Sekarang :

$$I_x = \frac{\pi}{4}\ .a^4.$$

sehingga

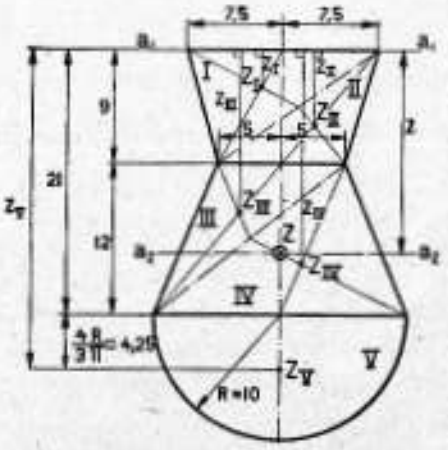
$$I_{e_x} = \frac{b}{a}\ \frac{\pi}{4}a^4 = \frac{\pi}{4}\ ba^3 \qquad (34).$$

Catatan. Untuk $b = a$ terdapatlah sebagai batas sebuah lingkaran dengan jari-jari a. dan I_{e_x} adalah :

$$I_x = \frac{\pi}{4}.ba^3 = \frac{\pi}{4}.a^4.$$

§ 57 Contoh-contoh (lanjutan)

Soal 28. Tentukanlah jarak z antara titik berat Z dari gambar 59*a* dan gari a_1a_1. Tentukanlah pula momen kelembaman gambar, terhadap sebuah garis a_2a_2, yang melalui z dan sejajar dengan garis a_1a_1 itu.

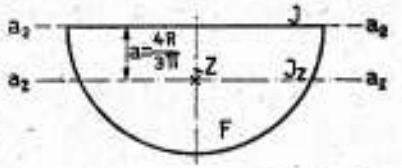


Gamb. 59a

Tambahan. Jarak antara titik berat setengah lingkaran hingga titik pusat, adalah : $\frac{4R}{3\pi}$, jika besar jari-jari lingkaran adalah R.

Cara menghitung. Gambar kita bagi dalam lima bagian I, II, III, IV dan V. Kemudian hitunglah dalil momen terhadap garis a_1a_1. Momen-momen berbagai-bagai bagian terdapat pada kolom keempat dari daftar; jumlah momen-momen ini adalah 7256,8 cm³. Menurut kolom kedua, maka luas gambar seluruhnya adalah 449,5 cm². Jarak z yang kita cari adalah :

$$z = \frac{7256,8}{449,5} \sim 16,1 \text{ cm}.$$



Gamb. 59b

Untuk dapat menghitung momen kelembaman, maka untuk tiap-tiap bagian I, II, III, IV dan V dianggap suku dua $I_z + a^2F$.

Menurut halaman 77, maka momen kelembaman untuk segitiga-segitiga, adalah $I_z = \frac{1}{36} bh^3$.

Karena huruf a selamanya kita artikan sebagai jarak antara titik berat suatu bagian dan sumbu a_2a_2, maka untuk segitiga-segitiga, jarak-jarak ini dapat segera kita nyatakan, lihat kolom ke-6.

Bagian	F dalam cm²	Jarak antara titik berat dan a_1a_1 dalam cm	Momen terhadap garis a_2a_2 dalam cm³	Momen kelembaman sendiri dalam cm⁴	a dalam cm	a^2F dalam cm⁴
I	67,5	3	202,5	$\frac{1}{36}.15.9^3 \sim 304$	16,1 − 3 = 13,1	$13,1^2.67,5 \sim 11584$
II	45	6	270	$\frac{1}{36}.10.9^3 \sim 203$	16,1 − 6 = 10,1	$10,1^2.45 \sim 4591$
III	60	13	780	$\frac{1}{36}.10.12^3 \sim 480$	16,1 − 13 = 3,1	$3,1^2.60 \sim 577$
IV	120	17	2040	$\frac{1}{36}.20.12^3 \sim 960$	16,1 − 17 = −0,9	$0,9^2.120 \sim 97$
V	157	25,25	3964,3	1094	16,1 − 25,25 = −9,15	$9,15^2.157 \sim 13144$
	449,5		7256,8	3041		29993
						3041
						33034

$$z = \frac{7256,8}{449,5} \sim 16,1 \text{ cm}^3$$

Momen kelembaman sendiri dari setengah lingkaran, atau dapat dikatakan momen kelembaman I_z dari setengah lingkaran, terhadap garis a_2a_2, lihat gambar 59*b*, dapat kita hitung dengan rumus :

$$I = I_z + a^2F.$$

Dalam ini, maka untuk I harus kita ambil momen kelembaman setengah lingkaran, terhadap garis a_2a_2. Ini adalah sama dengan setengahnya momen kelembaman lingkaran, terhadap sebuah garis tengah, jadi

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{8} R^4.$$

a adalah sama dengan jarak antara titik berat setengah lingkaran dan garis a_2a_2, jadi sama dengan $\frac{4R}{3\pi}$, sedangkan F sama dengan luas setengah lingkaran $= \frac{1}{2}\pi R^2$. Dengan ini, maka terdapatlah :

$$I_z = I - a^2F = \frac{\pi}{8} R^4 - \left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = \frac{R^4}{72\pi} (9\pi^2 - 64) \quad (35a).$$

Untuk $R = 10$ cm, terdapatlah :

$$I_z \sim \frac{10.000}{72.3,14} (9\pi^2 - 64) \sim 1094 \text{ cm}^4.$$

Untuk perhitungan selanjutnya, lihatlah tabel.

Catatan. Sebagai gantinya rumus 35a, dapatlah kita kira-kira menuliskan

$$I_z \sim 0,11\ R^4 \quad (35b).$$

Untuk $R = 10$ cm, terdapatlah :

$$I_z \sim 0,11 \times 10^4 = 1100 \text{ cm}^4.$$

§ 58 Soal-soal

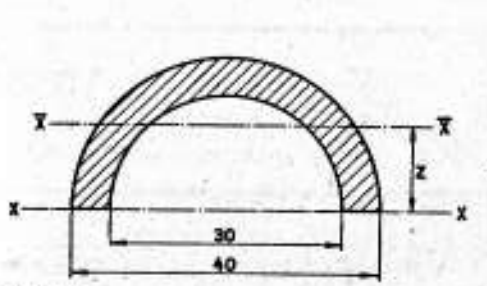
81. Garis tengah luar sebuah penampang berbentuk cincin, adalah 22 cm; garis tengah dalam = 18 cm.

Hitunglah momen kelembaman penampang ini terhadap garis tengah.

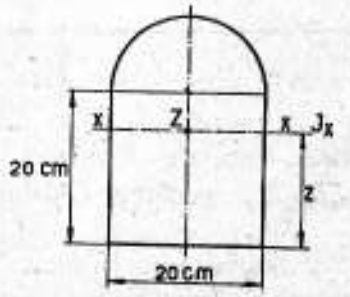
Berapa besarkah momen kelembaman, terhadap titik pusat ?

82. Hitunglah untuk gambar 60 (ukuran-ukuran dalam cm), z, I_x dan $I_{\bar{x}}$.

83. Hitung untuk gambar 61 z dan I_x.



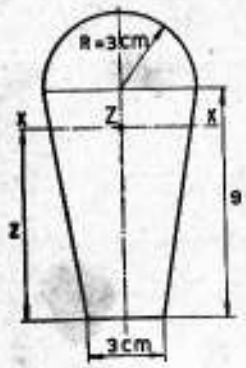
Gamb. 60



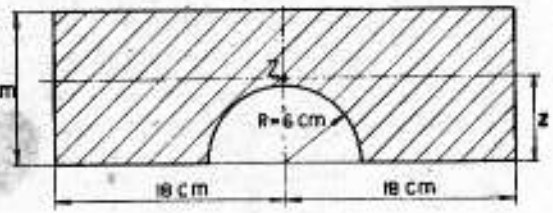
Gamb. 61

84. Hitunglah untuk gambar 62 tempat titik berat dan momen kelembaman I_x.

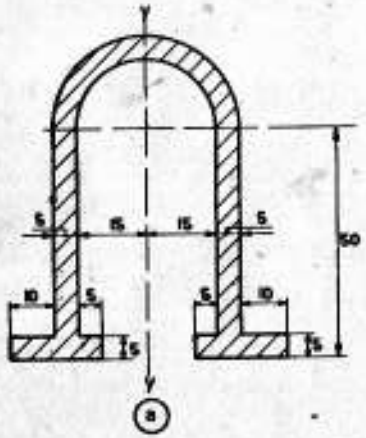
85. Hitunglah untuk gambar 63 tempat titik berat dan momen kelembaman I_x.

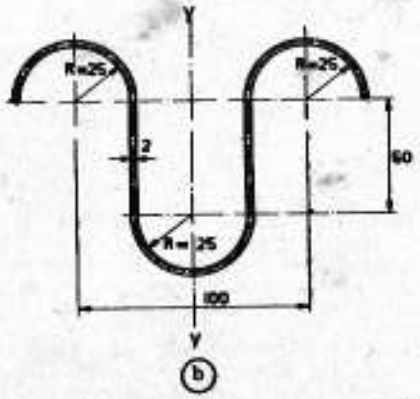


Gamb. 62



Gamb. 63





Gamb. 64

Hitunglah momen kelembaman I_x terhadap sebuah garis melalui titik berat, tegak lurus pada garis YY, dalam keadaan sebagai berikut :

86. Untuk gambar 64a (ukuran-ukuran dalam mm).

87. Untuk gambar 64b (ukuran-ukuran dalam mm).

PELAJARAN KE-10 *Perhitungan balok-balok dengan beban lengkung*

§ 59 Pendahuluan

Pada halaman 57, kita telah mendapatkan rumus : $M = \sigma W$. Dalam hal ini M adalah momen lengkung, W adalah momen tahanan terhadap lengkungan penampang normal, yang termasuk pada serat-serat dengan tegangan.

Momen lengkung adalah tergantung atas tempat penampang normal; ini selamanya dapat kita hitung, menurut kesetimbangan bagian dari balok, yang letaknya (pada sikap balok yang mendatar) di sebelah **kiri** atau sebelah **kanan** penampang normal.

Momen lengkung pada sebuah penampang (-normal) sembarangan X, biasanya kita nyatakan dengan M_x; rumusnya adalah : $M_x = \sigma W$.

Pembicaraan-pembicaraan ini hanya kita batasi hingga hal-hal beban, yang dapat memenuhi syarat-syarat sebagai berikut :

1. Balok pada satu sisi dijepit, atau ditahan pada dua titik penahan (satu pemasangan rol dan satu pemasangan engsel).
2. Bentuk balok adalah prismatis, dan hanya mempunyai satu bidang simetri.
3. Semua beban letaknya pada satu bidang simetri dan, jika tidak diharuskan lain, letaknya tegak lurus pada sumbu balok (balok, poros atau batang).

Menurut halaman 57, maka rumus lengkung $M = \sigma W$. Rumus ini memberi jalan pada tiga macam soal.

a. Pada sebuah momen lengkung M yang tertentu dan momen tahanan W yang tertentu, kita dapat menghitung tegangan normal.

b. Pada momen lengkung M tertentu dan tegangan σ tertentu, kita dapat menghitung momen tahanan W. Jika pada berbagai-bagai penampang sebuah penunjang terdapat pelbagai momen lengkung (pada balok-balok yang berbentuk prisma) untuk M diambil momen lengkung yang terbesar. Pada ini, umumnya kita hanya memperhatikan pada nilai-nilai mutlak momen-momen lengkung.

Biasanya, dalam hal ini tegangan yang tertentu adalah tegangan yang terbesar, yang boleh kita ijinkan. Ini kita namakan tegangan lengkung yang diijinkan, dan kita nyatakannya dengan tanda $\bar{\sigma}_b$.

Rumus lengkungan, karenanya menjadi :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{M}{W} \text{ atau } W = \frac{M}{\bar{\sigma}_b} \qquad (36).$$

$\bar{\sigma}_b$ adalah sama dengan $\bar{\sigma}_t$ atau $\bar{\sigma}_d$.

c. Jika $\bar{\sigma}_d$ dan W diketahui, maka kita dapat menghitung M. Jadi

kita mendapatkan momen lengkung, yang dapat diijinkan pada penampang yang dimaksudkan tadi.

Hal-hal yang tertulis pada *a*, *b* dan *c* akan kita jelaskan pada pasal-pasal berikut dengan beberapa contoh.

§ 60 Balok-balok, yang pada satu ujungnya dijepit

Soal 29 [1]). Sebuah balok kayu, pada ujung belah kanan, di B dijepit mendatar dalam tembok. Pada ujung bebas A bekerja sebuah tenaga tegak ke atas, sebesar P kg [2]).

Panjang bagian AB adalah 2 m. Besar P adalah 480. Penampang balok adalah segipanjang, dengan sisi-sisi sebesar 14 cm dan 26 cm.

Pada penampang manakah akan terdapat tegangan normal yang terbesar ?

Hitunglah tegangan normal yang terbesar, dan tegangan geser yang terdapat, jika tenaga geser terbagi teratur pada seluruh penampang.

Cara menghitung. Lihat gambar-gambar 65*a*, 65*b* dan 65*c*.

Tegangan normal yang terbesar pada suatu penampang, yang mendapat beban lengkung, dapatlah kita hitung dengan pertolongan rumus :

$$\sigma = \frac{M}{W}.$$

Pada balok AB, untuk semua penampang, W adalah sama besarnya, sedangkan M pada berbagai-bagai penampang mempunyai nilai yang lain. Nilai yang tertinggi untuk σ jadi akan terdapat pada penampang, di mana bekerja momen lengkung yang terbesar. Anggaplah sekarang, pertama-tama momen lengkung M_x pada penampang X sembarangan. Ini adalah berkenaan dengan § 41, sama dengan :

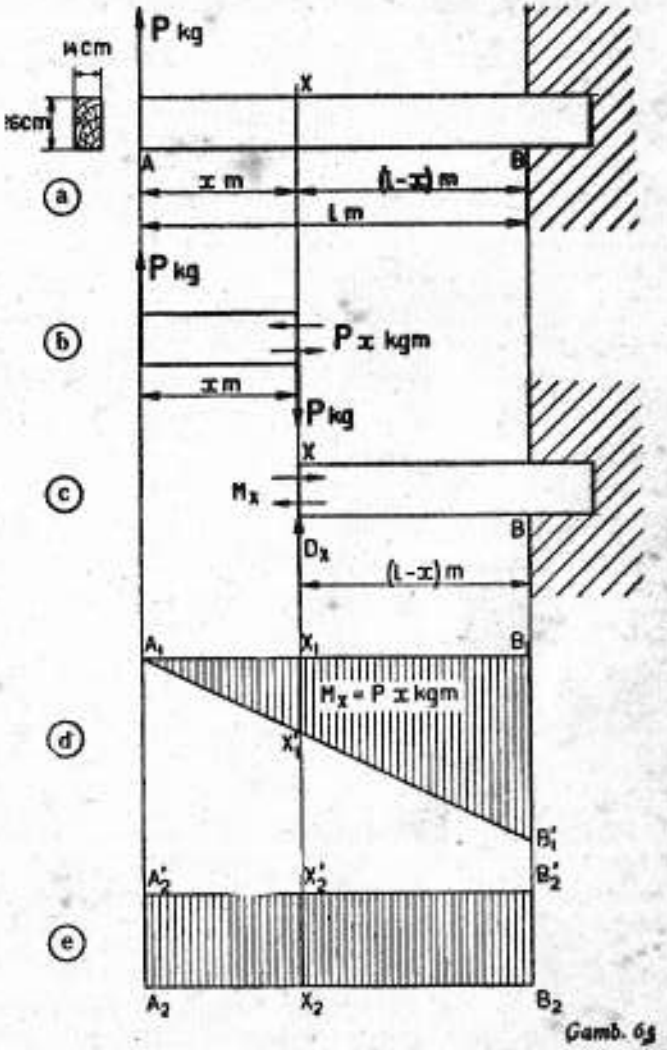
$$M_x = Px \text{ kgm}.$$

Menurut hubungan ini M bertambah sebanding dengan x; M_x adalah fungsi linier dari x, dan akan mencapai harga yang terbesar bersamaan dengan x. Nilai yang terbesar, yang dapat dicapai oleh x pada gambar 65*a*, adalah 2; pada ini termasuklah penampang B.

Momen lengkung yang terbesar, jadi juga tegangan normal yang terbesar, akan terdapat pada penampang B. Untuk mendapat gambaran

[1]) Dalam soal ini P dan x ialah bilangan-bilangan ta' bernama, lihat gamb. 65*a*; begitu juga dalam soal-soal berikut akan dinyatakan gaya-gaya dan ukuran-ukuran panjang.

[2]) Gaya P bekerja dalam bidang simetri tegak. Pada soal-soal yang berikut hal ini dipandang biasa untuk semua pembebanan.



Gamb. 65

yang jelas tentang besarnya momen-momen lengkung pada berbagai-bagai penampang balok, maka kita gambarkan secara grafik pada gambar 65*d*. Pada tiap titik x_1 dari garis A_1B_1 yang bergandengan dengan sebuah penampang X dari AB, kita gambarkan sebuah garis tegak lurus pada A_1B_1, yang menggambarkan besarnya M_x, dengan skala yang tertentu.

Karena $M_x = P.x$ kgm adalah fungsi linier dari x, maka semua titik ujung semua garis ini, letaknya pada sebuah garis lurus. Garis lurus ini, dapat kita gambarkan, jika dua buah dari titik-titik itu telah diketahui. Dari itu, kita memberikan dua nilai kepada x, dan dapatlah kita menemukan harga-harga yang bersangkutan dari M_x.

Untuk $x = 0$, adalah $M_x = M_A = P.0 = 0$; dengan ini terdapatlah titik A_1. Untuk $x = l$, adalah $M_x = M_B = Pl$ kgm; dengan ini terdapatlah titik B'_1.

Garis lurus A_1B_1 kita namakan garis momen balok AB. Gambar $A_1B_1B_1$ yang terkurung oleh garis nol A_1B_1, garis baca $B_1B'_1$ yang termasuk pada B, garis momen $A_1B'_1$, dinamakan bidang momen.

Pada umumnya bidang momen itu ialah lukisan yang dikurung oleh garis momen, sebuah (dua buah) garis baca dan garis nol. Dari bidang momen ini, dapatlah kita melihat dengan segera, bahwa, untuk balok dari gambar 65*a*, momen lengkung yang terbesar terdapat pada B, dan besarnya adalah sama dengan $M_B = Pl$ kgm.

Dengan $P = 480$ dan $l = 2$, terdapatlah :

$$M_B = 480.2 = 960 \text{ kgm atau } 96.000 \text{ kgcm.}$$

Momen tahanan W yang bersangkutan dari penampang segipanjang, adalah sama dengan :

$$W = \frac{I}{\frac{h}{2}} = \frac{\frac{1}{12} bh^3}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{6} bh^2 = \frac{1}{6}.14.26^2 \sim 1.577 \text{ cm}^3$$

Dengan rumus pelengkungan $\sigma = \frac{M}{W}$, adalah $M = M_B = 96.000$ kgcm dan $W = 1.577$ cm^3, dan terdapatlah tegangan normal yang terbesar :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{96.000}{1.577} \sim 61 \text{ kg/cm}^2.$$

Menurut soalnya, maka harus kita umpamakan, bahwa gaya geser $D_x = P$ kg itu terbagi teratur pada seluruh penampang.

Tegangan geser pada penampang X sembarangan, adalah sama dengan

$$\tau = \frac{D_x}{F}.$$

$D_x = P$ kg $= 480$ kg, dan $F = 14.26 = 364$ cm^2, sehingga

$$\tau = \frac{480}{364} \sim 1{,}32 \text{ kg/cm}^2.$$

Catatan-catatan. 1. Gaya-gaya melintang, yang bekerja pada berbagai-bagai penampang, digambarkan secara grafik, pada gambar 65*e*. Karena pada semua penampang terdapat gaya-gaya melintang yang sama besarnya, maka apa yang disebut garis gaya melintang $A'_2B'_2$ itu, adalah sejajar dengan $A'_2B'_2$.

$A'_2B'_2$ kita namakan garis nol atau garis alas.

Sebuah gambar yang terkurung oleh garis nol atau garis alas, garis gaya melintang dan beberapa garis baca (atau satu), kita namakan bidang gaya melintang.

2. Tegangan geser di sini, adalah sangat kecil dibandingkan terhadap tegangan normal.

Soal 30. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk balok dari gambar 66*a*. Hitunglah momen lengkung yang terbesar, dan momen tahanan yang dibutuhkan. Tegangan lengkung yang diijinkan, adalah $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Jika kita memilih profil I, nomor profil manakah yang kita anggap cukup ?

Cara menghitung. Titik-titik pegangan C dan D dari gaya-gaya membagi balok dalam tiga bagian AC, CD dan DB.

Pada medan AC tidak ada gaya yang bekerja; dalam medan ini, kita tidak mempunyai gaya melintang, dan juga tidak mempunyai momen lengkung. Untuk medan ini, maka garis gaya melintang, letaknya berimpitan dengan garis nol, begitu juga halnya dengan garis momen. Lihatlah gambar-gambar 66*c* dan 66*d*.

Pada penampang-penampang normal dari medan CD, bekerja gaya-gaya melintang dan momen-momen lengkung. Lihatlah sekarang bagian AX, sebelah kiri dari penampang normal X sembarangan pada medan CD. Lihat gambar 66*b*.

Menurut syarat-syarat kesetimbangan, maka untuk bagian ini pada X haruslah bekerja sebuah gaya tegak ke atas, sebesar 1.500 kg dan sebuah kopel dengan momen $1.500\ (x - 1)$ kgm.

Bagian kiri akan bekerja pada bagian kanan dengan gaya tegak ke bawah, sebesar 1.500 kg dan momen lengkung sebesar $-1.500\ (x - 1)$ kgm. Ini adalah berlaku untuk tiap penampang (tiap titik) X antara C dan D. Tenaga melintang D_x pada sebuah titik sembarangan pada medan ini, adalah $D_x = -1.500$ kg dan momen lengkung $M_x = -1.500\ (x - 1)$ kgm. Rumus-rumus yang penghabisan, hanya berlaku untuk medan CD, jadi untuk harga-harga dari x, yang letaknya antara 1 dan 3 jadi untuk :

$$1 \leq x \leq 3.$$

Grafik untuk D_x adalah sebuah garis lurus, yang sejajar dengan garis nol,

$$C'_2C'_2 = D'_2D'_2 = -1.500 \text{ kg}.$$

Garis momen adalah juga sebuah garis lurus, karena M_x adalah fungsi linier dari x. Garis lurus ini, kita gambarkan melalui dua buah titik.

Untuk $x = 1$, adalah $M_x = Mc = 0$ dan untuk $x = 3$, adalah $M_x = MD = -3.000$ kgm.

Pada harga-harga momen lengkung ini, termasuk titik-titik C_1 dan D'_1. Garis lurus $C_1D'_1$, adalah garis momen untuk bagian CD. Akhirnya kita masih meninjau bagian DB. Menurut setimbangnya bagian AX, lihat gambar 66*c*, kita mendapat kesimpulan, bahwa gaya melintang D_x pada titik X sembarangan dari medan ini, adalah sama dengan :

$$D_x = -1.500 - 1.000 \doteq -2.500 \text{ kg}.$$

Garis gaya melintang $D''_2B'_2$ adalah sejajar lagi dengan garis nol.

$$D_2D''_2 = B_2B'_2 = -2.500 \text{ kg}.$$

Momen lengkungnya adalah $M_x \doteq -1.500\ (x-1) - 1.000\ (x-3)$ kgm.

Rumus ini, hanyalah berlaku untuk $3 \leq x \leq 4$.

Garis momen medan ini, adalah sebuah garis lurus lagi, karena M_x adalah fungsi linier dari x.

Untuk $x = 3$, kita dapati $M_x = M_D = -3.000$ kgm, dan untuk $x = 4$:

$$M_x = M_B = -1500.3 - 1000.1 = -5.500 \text{ kgm}.$$

Dengan ini, maka titik-titik D'_1 dan B'_1 garis momen telah ditentukan, dan garis momen dapatlah digambar. Lihat gambar 66*d*.

Pada bentuk grafik, kita dapat segera melihat, bahwa momen lengkung yang terbesar terdapat di B, dan besarnya adalah sama dengan :

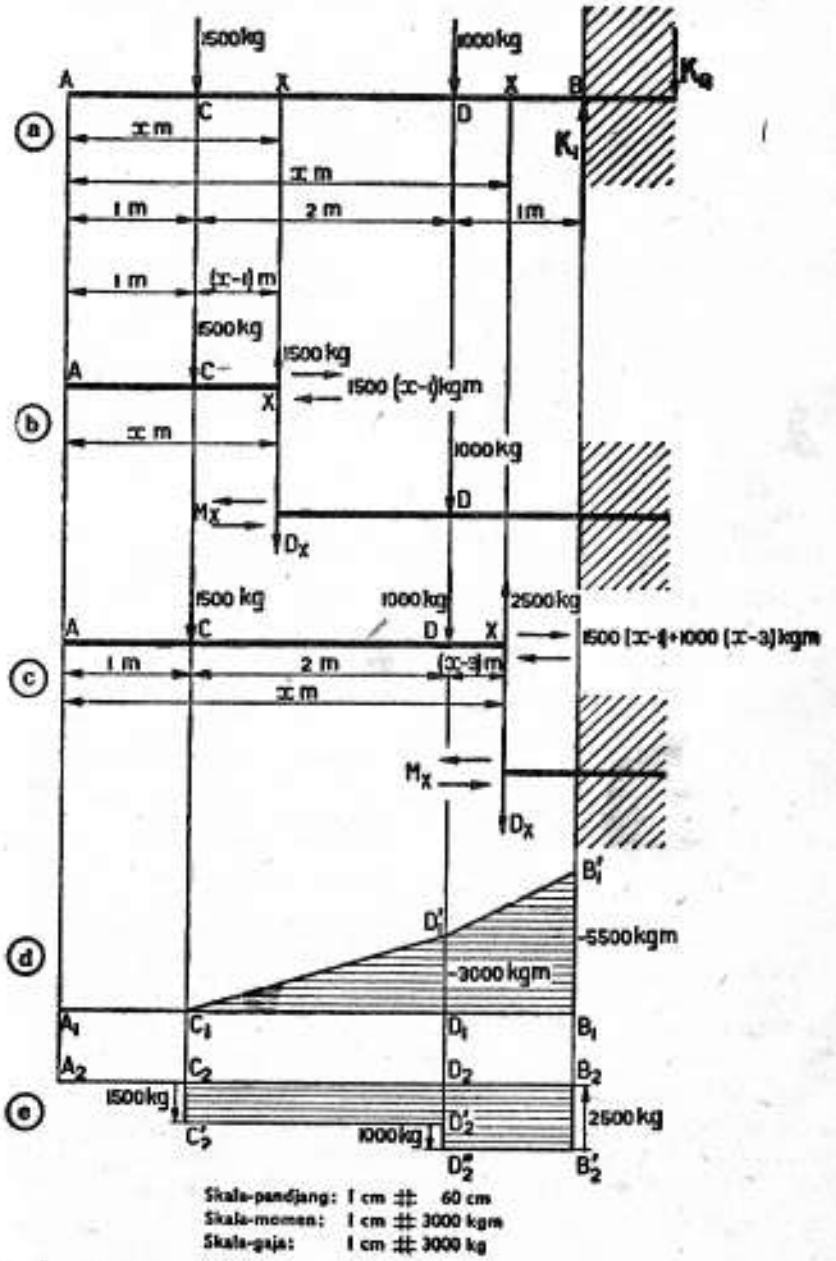
$$M_B = -5.500 \text{ kgm}.$$

Karena untuk perhitungan momen tahanan, hanya harga mutlak dari momen lengkung yang memberikan keputusan, maka selanjutnya kita menghitung dengan

$$M = 550.000 \text{ kgcm}$$

dan dari

$$W = \frac{M}{\sigma_b}$$



Gamb. 66

terdapatlah :

$$W = \frac{550.000}{1.200} \sim 458 \text{ cm}^3.$$

Jika profil I itu, kita pasangkan dengan flens-flens mendatar maka kita berhadapan dengan momen tahanan, yang dalam tabel-tabel dinyatakan dengan W_x dan kita mencukupi dengan profil I 28.

Catatan-catatan. 1. Menurut tabel-tabel, W_x untuk profil yang kita pilih, ialah 542 m^3. Tegangan terbesar, yang terdapat, adalah hanya :

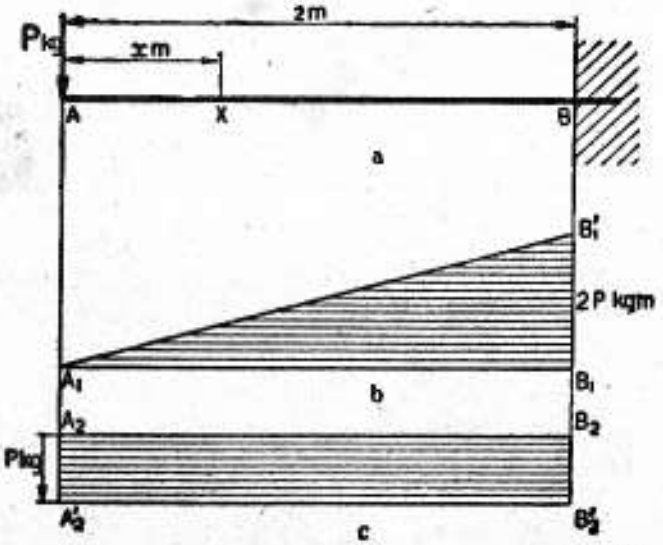
$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{550.000}{542} \sim 1.015 \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan ini, hanya terdapat pada titik-titik yang di atas dan yang di bawah penampang pada B. Di semua titik lainnya, tegangannya adalah tetap di bawah 1.051 kg/cm^2.

2. Jika badan profil, kita pasangkan mendatar, maka kita harus menghitung dengan W_y.

Profil yang terberat (I-60) masih belum cukup juga, karena profil pada sikap ini, hanya mempunyai momen tahanan sebesar 434 cm^3 dan yang diharuskan adalah 458 cm^3.

3. Karena balok ada dalam keadaan setimbang, disebabkan oleh gaya-gaya sebesar 1.500 kg dan 1.000 kg dan gaya-gaya K_1 dan K_2, yang dikerjakan oleh tembok pada B terhadap balok, maka kita dapat menghitung gaya-gaya K_1 dan K_2 dari syarat-syarat kesetimbangan, sehingga tempatnya yang tepat dari gaya-gaya itu dapat diketahui.



Gamb. 67

Tempat gaya-gaya ini, adalah tergantung dari perubahan-perubahan bentuk, dari tembok, yang disebabkan karena balok; ini adalah sukar

untuk ditentukan, sehingga pada umumnya kita tidak mempergunakan perhitungan dari K_1 dan K_2.

Karena momen pada medan antara gaya-gaya K_1 dan K_2, turun dari M_B sehingga nol, maka K_1 dan K_2 tidak mempunyai pengaruh atas besarnya dari profil, dan kita anggap cukup dengan perhitungan dari bagian bebas yang menonjol keluar.

Soal 31. Sebuah balok mendatar dengan profil I-10, pada satu ujungnya dijepit dan ujung lainnya yang bebas, mendapat beban tegak, sebesar P kg. Lihat gambar 67*a*. Panjangnya AB adalah 2 m. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Gambarlah untuk balok ini bidang momen dan bidang gaya-gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar, sebagai fungsi dari P.

Berapa besarkah dapat kita ambil P, jika flens-flens profil kita pasangkan mendatar ?

Cara menghitung. Pada sebuah penampang X sembarangan dari AB, adalah $D_x = -P$ kg. Garis gaya-gaya melintang $A'_2B'_2$ adalah sejajar dengan garis nol A_2B_2. Lihat gambar 67*c*. Momen lengkung pada X adalah sama dengan $M_x = -Px$ kgm. Jadi garis momen ini adalah sebuah garis lurus.

Untuk $x = 0$, $M_x = M_A = 0$. Untuk $x = 2$, adalah $M_x = M_B = -P.2$ kgm. Dengan nilai-nilai ini terdapatlah titik-titik A_1 dan B_1 dari momen, dan ini dapat kita gambarkan.

Dengan tidak memandang pada tanda, maka momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan :

$$M = 2P \text{ kgm} = 200\ P \text{ kgm}.$$

Menurut tabel-tabel profil, maka W adalah sama dengan $W_x = 34{,}2$ cm^3. Karena $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2, maka kita setinggi-tingginya hanya dapat mengijinkan momen lengkung :

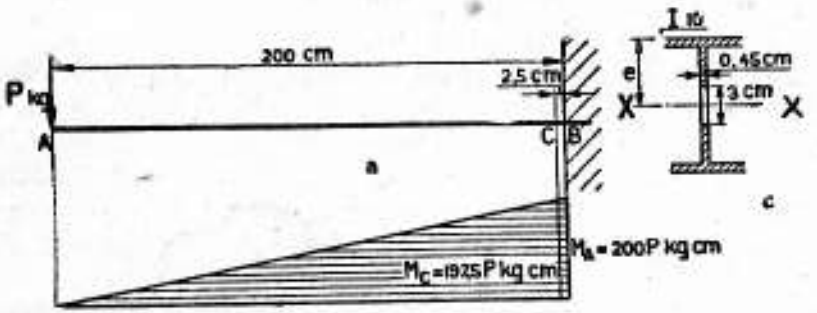
$$M = \bar{\sigma}_b \cdot W = 1200.34{,}2 = 41.040 \text{ kgcm}.$$

Dengan $M = 200\ P$ kgcm, terdapatlah :

$$200\ P = 41.040$$
$$P \sim 205.$$

Soal 32. Berapa besarkah P (dari soal yang lampau) setinggi-tingginya, jika pada pelat badan di C, simetris terhadap lapisan netral, kita buat sebuah lubang, dengan garis tengah 30 mm ? Jarak antara titik tengah lubang hingga penampang di B, adalah 25 mm.

Cara menghitung. Lihat gambar 68*a*.



Gamb. 68

Karena momen tahanan di C, disebabkan adanya lubang pada penampang adalah lebih kecil daripada di penampang B yang tidak dibor, maka perhitungannya harus kita tujukan untuk penampang C. Momen tahanan W' pada C, kita peroleh dari momen kelembaman I' dari penampang yang dibor, dan jarak e; jadi *tidak* sebagai selisih dari momen-momen tahanan penampang-penampang yang dibor dan dari lubang. I' adalah sama dengan selisih dari I_x dan momen kelembaman lubang terhadap sumbu X-X. Menurut tabel-tabel profil, $I_x = 171$ cm⁴.

Jadi terdapatlah :

$$I'_x = 171 - \frac{1}{12}\,0{,}45.3^3 \backsim 170 \text{ cm}^4.$$

$$W' = \frac{I'_x}{e} = \frac{170}{5} = 34 \text{ cm}^3.$$

Untuk penampang C, adalah $Mc = P\,(200 - 2{,}5) = 197{,}5\,P$ kgcm. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

Dengan $W' = 34$ cm³, terdapatlah dari rumus pelengkungan :

$$197{,}5\,P = 1200.34, \text{ atau } P = \frac{1200.34}{197{,}5} \backsim 207.$$

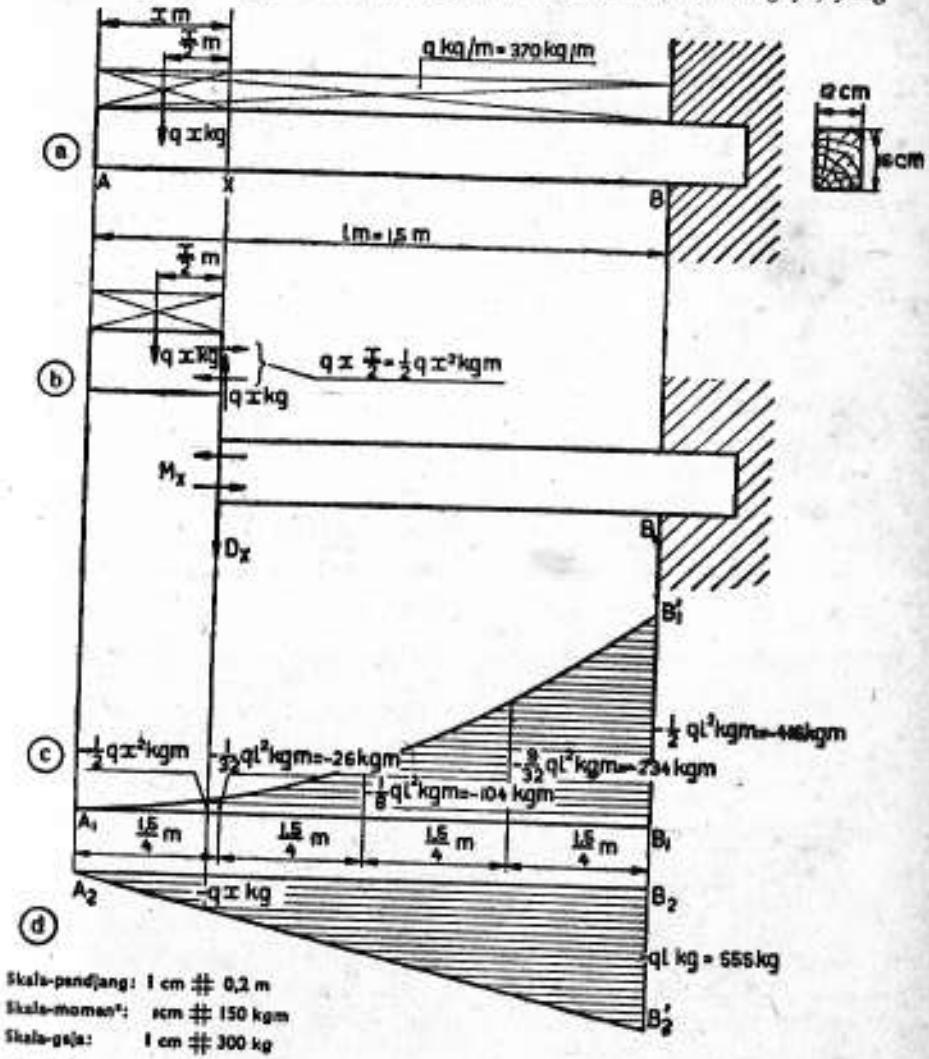
Perhitungan menurut penampang pada B, lihat soal 31, memberikan $P = 205$, sehingga gaya tidak boleh melampaui nilai 205 kg.

Soal 33. Sebuah balok lurus, ujung yang satunya di B dijepit mendatar dalam tembok, dan panjang seterusnya AB mendapat beban teratur. Gambarkanlah untuk balok ini, bidang momen dan bidang gaya-gaya melintang, dan hitunglah tegangan normal yang bekerja padanya.

Beban yang terbagi teratur jumlahnya 370 kg/cm. Ukuran-ukuran penampang normal, adalah 12 cm dan 16 cm. AB = 1,5 m.

Cara menghitung. Lihat gambar 69.

Kita katakan beban **terbagi teratur,** jika pada *tiap-tiap* titik penunjang bekerja gaya yang sama besarnya dengan arah dan tujuan yang tertentu. Arah gaya-gaya ini pada beberapa hal tegak lurus pada sumbu penunjang itu. Bagaimana juga kecilnya kita mengambil Δx, pada beban yang dibagi teratur, maka resultante-resultante semua gaya, yang



Gamb. 69

bekerja pada bagian-bagian Δx yang sama dari balok, adalah sama besarnya.

Beban yang dibagi teratur diberikan oleh resultante gaya-gaya, yang bekerja pada kesatuan panjang. Jika misalnya kita memberikan sebuah beban yang dibagi teratur, sebesar q kg/m, maka ini berarti, bahwa resultante semua gaya, yang bekerja pada balok itu sepanjang 1 m, jumlahnya q kg.

Resultante gaya-gaya, yang bekerja pada panjang x m, adalah qx kg, dan karena semua gaya-gaya itu adalah sama besarnya, maka resultante ini letaknya di tengah-tengah dan panjang x m tadi.

Lihatlah sekarang pada setimbangnya bagian AX. Bebannya adalah q kg/m. Pada panjang x m, maka sebagaimana kita lihat di atas, bebannya adalah qx kg. Beban ini akan membuat kesetimbangan dengan gaya-gaya, di mana bagian kanan akan bekerja pada bagian kiri. Jadi pada penampang X, akan bekerja dari kanan terhadap kiri, sebuah gaya tegak ke atas, sebesar qx kg dan sebuah kopel, sebesar $qx \cdot \frac{x}{2}$ kg m.

Pembicaraan-pembicaraan selanjutnya, dapat kita ambil lebih luas lagi, dengan tidak menyebutkan kesatuan-kesatuan kg dan m; q dan x adalah angka-angka yang tidak bernama.

Jadi kita mengatakan tentang beban tiap kesatuan panjang q, panjang l, panjang x, gaya qx tsb.

Bagian kiri bekerja terhadap bagian kanan dengan gaya tegak ke bahwa sebesar qx dan kopel dengan momen $-\frac{1}{2}qx$.

Menurut perjanjian dari halaman 77, maka gaya melintang $D_x = -qx$ dan momen lengkung $M_x = -\frac{1}{2}qx$.

D_x dan M_x kedua-duanya, adalah fungsi-fungsi dari x; ke dua rumus ini, adalah berlaku untuk $0 \leq x \leq 1{,}5$.

D_x adalah fungsi linier dari x, dan garis gaya-gaya melintang dapat digambarkan sebagai garis lurus. Untuk $x = 0$, adalah $D_x = 0$; untuk $x = 1{,}5$, adalah $D_x = -555$ kg. Dengan ini terdapatlah titik-titik A_2 dan B'_2. Garis lurus A_2B_2 adalah garis gaya-gaya melintang.

M_x adalah fungsi kwadratis dari x; grafik untuk M_x adalah sebuah garis lengkung [1]).

Kita akan mendapatkan koordinat-koordinat dari beberapa jumlah titik garis lengkung ini, dengan jalan memberikan beberapa jumlah

[1]) Dalam ilmu ukur analisa dibuktikan bahwa garis lengkung ini ialah sebuah parabol.

harga kepada x, dan menghitung beberapa harga dari M_x yang bersangkutan. Lihatlah daftar pada halaman ini.

Dengan pertolongan harga-harga kolom penghabisan dan yang sebelumnya, maka dapatlah digambarkan garis momen dari gambar 69c.

Momen lengkung dengan harga mutlak yang terbesar, terdapat pada B, dan besarnya adalah sama dengan $M_B = -416$ kgm. Dalam rumus $\sigma = \frac{M}{W}$ kita harus mengganti untuk M 416 kgm = 41.600 kgcm. Selanjutnya $W = \frac{1}{6}bh^2 = \frac{1}{6}.\ 12.16^2 = 512$ cm^3. Jadi tegangan normal σ yang terbesar adalah :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{41.600}{512} \sim 81{,}3 \text{ kg/cm}^2.$$

q, l dan x angka-angka bernama			q, l dan x angka-angka tidak bernama	
x dicapkan dalam l	$M_x = -\frac{1}{2}qx^2$		x	$M_x = -\frac{1}{2}qx^2$ kgm $= -\frac{1}{2}.370.x^2$ kgm M_x dalam kgm
0	0		0	0
$\frac{1}{4}l$	$-\frac{1}{2}q\left(\frac{l}{4}\right)^2 = -\frac{1}{32}ql^2$		$\frac{1}{4}l = 0{,}375$	$-\frac{1}{32}ql^2 \sim -26$
$\frac{1}{2}l$	$-\frac{1}{2}q\left(\frac{l}{2}\right)^2 = -\frac{1}{8}ql^2$		$\frac{1}{2}l = 0{,}75$	$-\frac{1}{8}ql^2 \sim -104$
$\frac{3}{4}l$	$-\frac{1}{2}q\left(\frac{3l}{4}\right)^2 = -\frac{9}{32}ql^2$		$\frac{3}{4}l = 1{,}125$	$-\frac{9}{32}ql^2 \sim -234$
l	$= -\frac{1}{2}ql^2$		$l = 1{,}5$	$-\frac{1}{2}ql^2 \sim -416$

Soal 34. Gambarkanlah untuk balok dari gambar 70, bidang momen dan bidang gaya-gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar dan profilnya. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Cara menghitung. Titik-titik A, C, D dan B membagi bagian yang diluar tembok, dalam medan-medan AC, CD dan DB. Untuk tiap-tiap medan ini, kita akan melihat besar gaya melintang D_x dan momen lengkung M_x pada suatu penampang X sembarangan. Jarak dari suatu penampang X sampai ujung A, selamanya kita umpamakan x m.

Medan AC. Untuk medan ini, x letaknya antara 0 dan 1, jadi $0 \leq x \leq 1$.

$D_x = -80$ kg. $M_x = -80\,x$ kgm.

Medan CD $\qquad 1 \leq x \leq 2.$

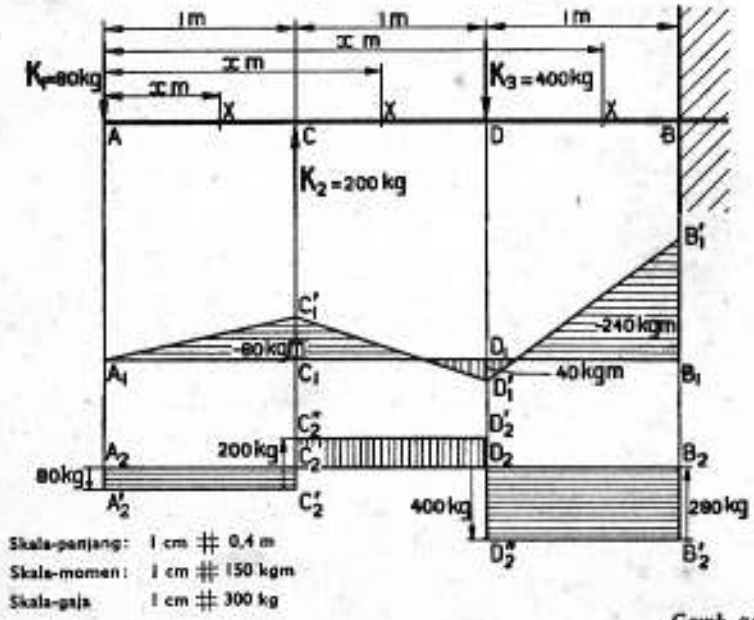
$D_x = -80 + 200 = 120$ kg. $M_x = -80\,x + 200\,(x-1)$ kgm.

Medan DB. $\qquad 2 \leq x \leq 3.$

$D_x = -80 + 200 - 400 = -280$ kg.

$M_x = -80\,x + 200\,(x-1) - 400\,(x-2)$ kgm.

Dari rumus-rumus yang telah diuraikan, ternyata, bahwa garis gaya-gaya melintang terdiri atas bagian-bagian, yang sejajar dengan garis nol. *Gaya-gaya melintang yang positif, kita gambarkan di atas garis nol, dan gaya-gaya melintang yang negatip, kita gambarkan di bawah garis nol;* dengan begitu terdapatlah garis gaya-gaya melintang $A'_2C'_2C''_2D'_2D''_2B'_2$.



Gamb. 70

M_x adalah fungsi linier dari x untuk tiap-tiap medan; jadi garis momen akan terdiri atas bagian-bagian yang lurus. Untuk menggambarkan garis momen, maka kita harus mengetahui dahulu harga-harga momen lengkung pada titik-titik : A, C, D dan B.

$M_A = 0$. $M_C = -80$ kgm. $M_D = -80.2 + 200.1 = 40$ kgm.

$M_B = -80.3 + 200.2 - 400.1 = -240$ kgm.

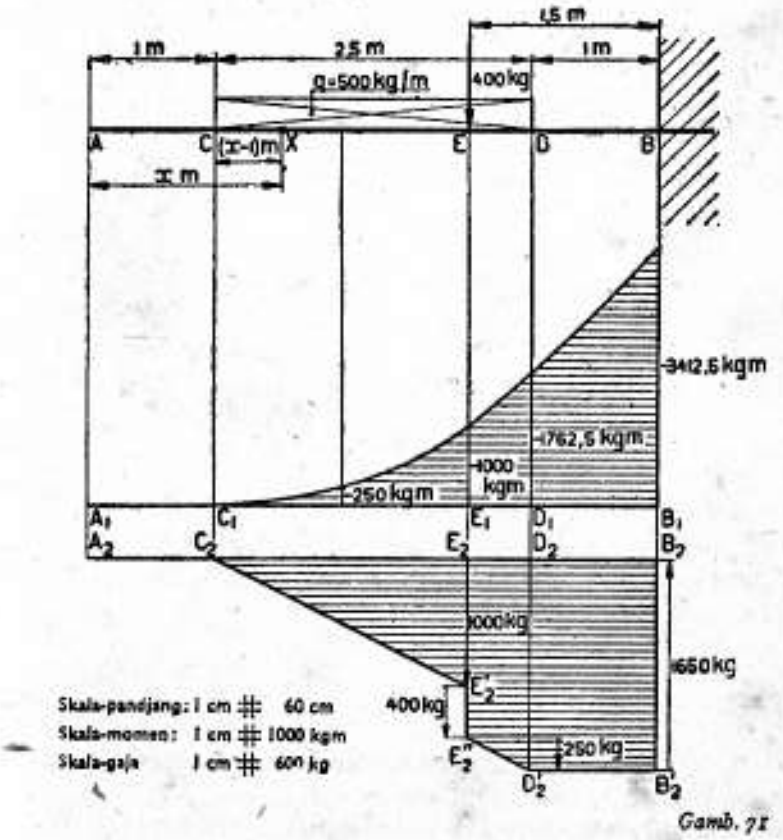
Di sini kita mempunyai momen-momen positif dan momen-momen negatif, keduanya ini kita gambarkan pada kedua belah sisi garis nol; *momen positif di sebelah bawah, dan momen negatif di sebelah atas dari garis nol* [1].

Dengan begitu, terdapatlah garis momen-momen $A_1C'_1D'_1B'_1$.

Momen lengkung yang terbesar (tidak mengindahkan pada tanda) adalah 240 kg m. Dari rumus pelengkungan :

$$W = \frac{M}{\sigma_b}$$

$3 \leq x \leq 3{,}5.$



Gamb. 71

[1]) Demikian kita mendapat penyesuaian baik dengan bidang-bidang momen yang dihasilkan secara grafik: lihat halaman 189 dan seterusnya.

terdapatlah, dengan

$M = 240 \text{ kgm} = 24.000 \text{ kgcm}$ dan $\bar{\sigma}_b = 1.200 \text{ kg/cm}^2$,

$$W = \frac{24.000}{1.200} = 20 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini, kita harus mengambil profil I-10 dengan $W_x = 34{,}2 \text{ cm}^3$.

Tegangan σ yang terbesar, yang bekerja pada profil, adalah menurut $\sigma = \frac{M}{W}$

sama dengan

$$\sigma = \frac{24.000}{34{,}2} \sim 703 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 35. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya-gaya melintang, untuk balok dari gambar 71. Tentukanlah pula momen lengkung yang terbesar dan besarnya profil. $\bar{\sigma}_b = 1.200 \text{ kg/cm}^2$.

Cara menghitung. Lihatlah berturut-turut medan-medan AC, CE, ED dan DB.

Pada medan AC tidak terdapat beban, jadi di sini kita tidak mempunyai gaya-gaya melintang dan juga tidak ada momen-momen lengkung. Untuk medan ini, garis gaya melintang letaknya berimpitan dengan garis nol, begitu juga halnya dengan garis momen.

Medan CE.

$$1 \leqq x \leqq 3.$$

$D_x = -500\ (x-1)$ kg. D_x adalah fungsi linier dari x, dan garis gaya melintang adalah sebuah garis lurus. Untuk $x = 1$, $D_x = D_C = 0$ untuk $x = 3, D_x = D_E = -1.000$ kg. Dengan ini termasuklah titik-titik C_2 dan E'_2. Garis gaya melintang untuk bagian ini, ditentukan oleh titik-titik ini.

$$M_x = -500\ (x-1).\ \frac{x-1}{2} = -250\ (x-1)^2 \text{ kgm}.$$

M_x adalah fungsi kwadratis dari x; jadi garis momen adalah melengkung. Kita dapat menggambarkan beberapa titik dari garis lengkung ini, dengan jalan memberikan beberapa harga kepada x, dan menghitung harga-harga yang bersangkutan untuk M_x. Lihatlah daftar, pada halaman 161.

Medan ED.

$D_x = -500\ (x-1) - 400 = 100 - 500x$ kg. D_x sekali lagi fungsi linier dari x, sehingga juga pada medan ini, garis gaya melintang adalah lurus.

Untuk $x = 3$, $D_x = D_E = -1.400$ kg. Dalam ini termasuk titik E''_2. Untuk $x = 3{,}5$ maka $D_x = D_E = -1.650$ kg; dalam ini termasuk titik D'_2. Jadi garis gaya-gaya melintang letaknya berimpitan dengan $E''_2D'_2$.

$M_x = -250\ (x-1)^2 - 400\ (x-3)$ kgm. Jadi garis momen yang bersangkutan adalah lagi garis lengkung; karena bagian ini adalah kecil, maka cukuplah jika kita menghitung momen lengkung untuk E dan D, lihat daftar.

Medan DB. $3{,}5 \leqq x \leqq 4{,}5.$

$D_x = -1.650$ kg. Gaya melintang adalah tetap, dan garis gaya melintang $D'_2B'_2$ adalah sejajar dengan garis nol.

$M_x = -500.2{,}5\ \{x - (1 + 1{,}25)\} - 400\ (x-3) = -1250.(x - 2{,}25) - 400\ (x-3)$ kgm. Untuk medan ini, M_x adalah fungsi linier dari x; jadi di sini garis momen adalah lurus dan ditentukan oleh nilai-nilai M_D dan M_B.

Garis momen dapat kita gambarkan dengan pertolongan daftar di bawah ini :

Medan	x	M_x dalam kgm	Momen lengkung dalam kgm
AC	0	0	— 0
	1		— 0
CE	1	$-250\ (x-1)^2$	— 0
	2		— 250
	3		— 1.000
ED	3	$-250\ (x-1)^2 - 400\ (x-3)$	— 1.000
	3,5		— 1.762,5
DB	3,5	$-1250\ (x - 2{,}25) - 400\ (x-3)$	— 1.762,5
	4,5		— 3.412,5

Momen yang terbesar terdapat pada B, dan besarnya adalah : 341.250 kgcm.

Untuk W terdapat $W = \frac{M}{\bar{\sigma}_b} = \frac{341.250}{1.200} \sim 284 \text{ cm}^3$.

Untuk ini, dapatlah kita mengambil DIN-16 dengan $W_x = 329$ cm³. Tegangan terbesar yang terdapat, adalah hanya :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{341.250}{329} \sim 1.037 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 61 Soal-soal

Gambarkanlah untuk hal-hal yang di bawah ini, garis momen dan garis gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung terbesar dan profil-I yang dibutuhkan, $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

88. Untuk gambar 72*a*.
89. Untuk gambar 72*b*.
90. Untuk gambar 72*c*.
91. Untuk gambar 72*d*.
92. Untuk gambar 72*e*.
93. Untuk gambar 72*f*.
94. Untuk gambar 72*g*.

Gambarkan garis momen dan garis gaya melintang; tentukanlah momen lengkung terbesar dan profil yang dibutuhkan.

95. Untuk gambar 73*a*; $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm²; profilnya adalah profil-I.

96. Untuk gambar 73*a*; $\bar{\sigma}_b = 80$ kg/cm²; penampang normalnya adalah segipanjang; tinggi h, lebar b ($h = 2{,}5b$);

97. Untuk gambar 73*b*; $\bar{\sigma}_b = 500$ kg/cm²; penampang normalnya adalah sebuah lingkaran.

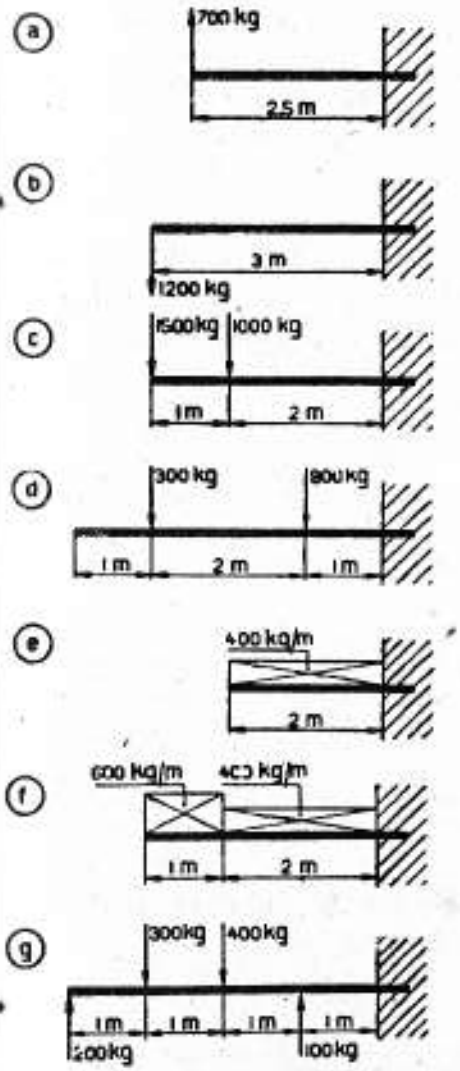
98. Untuk gambar 73*c*; $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm²; profilnya adalah profil-I.

99. Untuk gambar 73*d*; $\bar{\sigma}_b = 100$ kg/cm²; penampang normalnya adalah segipanjang; tinggi h, dan lebar $\frac{1}{3}h$.

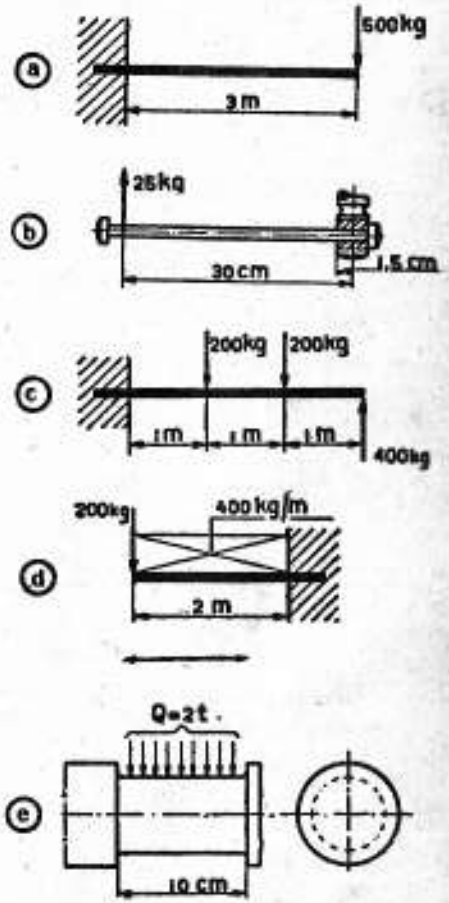
100. Untuk gambar 73*e*; $\bar{\sigma}_b = 400$ kg/cm²; penampang normalnya adalah lingkaran.

101. Untuk gambar 73*e*; $\bar{\sigma}_b = 500$ kg/cm²; penampang normalnya adalah sebuah cincin, dengan garis tengah dalam = 0,8 kali garis tengah luar.

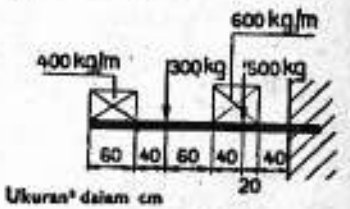
102. Gambarkan garis momen dan garis gaya melintang untuk balok dari gambar 74. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar dan profil-DIN yang dibutuhkan. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².



Gamb. 72



Gamb. 73



Ukuran² dalam cm

Gamb. 74

PELAJARAN KE-11 *Perhitungan balok-balok pada lengkungan di atas dua buah titik tunjang dengan beban-beban setempat.*

§ 62 Contoh-contoh

Soal 36. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk balok dari gambar 75*a*.

Hitunglah momen lengkung yang terbesar, jika diketahui : $P = 540$ kg; $AB = l = 6$ m; $a = 2$ m.

Hitunglah juga momen tahanan, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2; dan tentukan profil-I yang dibutuhkan.

Cara menghitung. Pada balok, bekerja gaya P dan reaksi-reaksi R_A dan R_B. Karena pada B terdapat pemasangan rol, maka R_B harus tegak lurus pada AB. R_A juga harus tegak lurus pada AB. Besar R_A dapat diperoleh dengan pertolongan dalil momen. Jika ini kita lakukan terhadap B, maka dari

$$R_A.l - Pb = 0, \text{ terdapat } R_A = \frac{b}{l} P.$$

R_B dihitung dengan mempergunakan dalil momen terhadap A. Dari

$$P.a. - R_B.l = 0, \text{ terdapatlah : } R_B = \frac{a}{l} P.$$

Balok dibagi oleh C, dalam dua bagian, ialah AC dan CB. Pada bagian-bagian ini, berlaku berbagai-bagai rumus untuk D_x dan M_x.

Lihatlah sekarang medan AC. Pada suatu penampang normal X sembarangan bekerja gaya melintang dan momen lengkung. Kedua-duanya dapat kita tentukan dari kesetimbangan bagian AX. Lihat gambar 75*b*. Terdapatlah sekarang, tidak dengan langsung untuk gaya melintang $D_x = R_A$ dan untuk momen lengkung $M_x = R_A x$ (lihat gambar 75*c*).

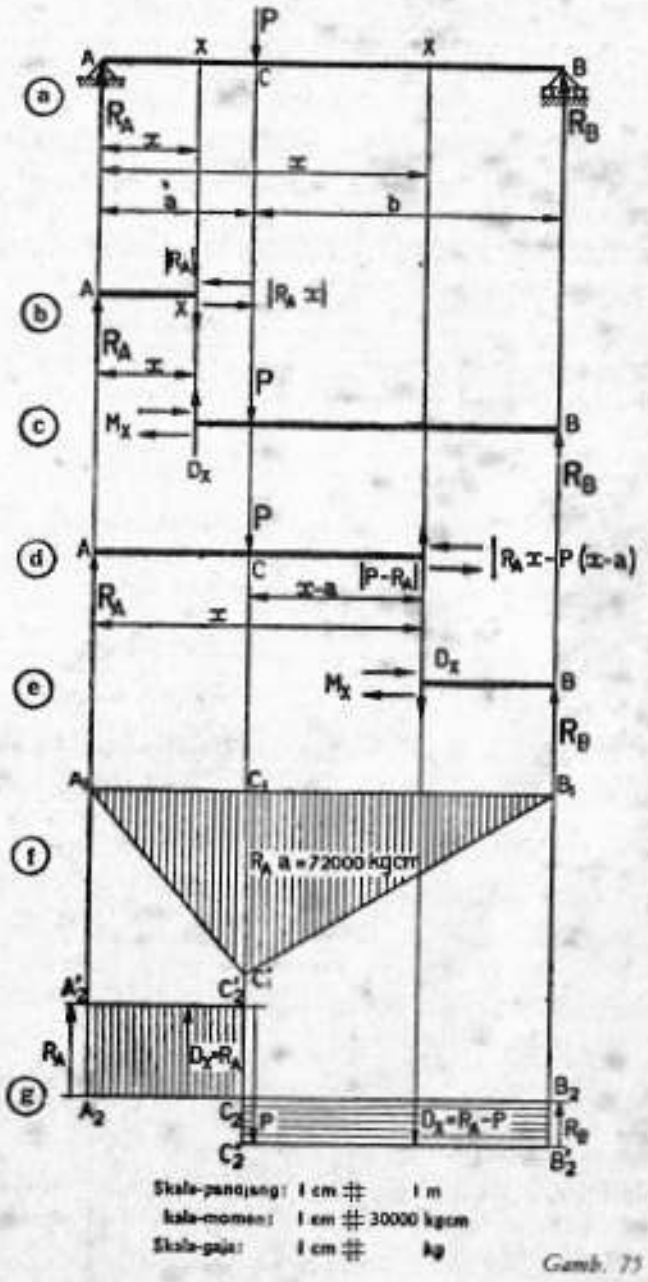
Rumus-rumus hanya berlaku untuk medan AC, jadi jika $0 \leqq x \leqq a$. Karena D_x adalah konstan, maka untuk medan AC, garis gaya melintang A_2C_2 adalah garis lurus, yang sejajar dengan garis nol.

$$A_2A'_2 = C_2C'_2 = D_x = R_A.$$

$M_x = R_A.x$ adalah fungsi linier dari x, dan dinyatakan oleh garis lurus. Pada $x = 0$, terdapatlah $M_x = M_A = 0$, untuk $x = a$, terdapatlah $M_x = M_C = R_A.a$. Dengan nilai-nilai ini, terdapatlah titik-titik A_1 dan C'_1. Garis lurus $A_1C'_1$ adalah garis momen.

Lihatlah sekarang pada medan CB. Menurut kesetimbangan bagian AX [1]) (lihat gambar 75*d*), terdapatlah dengan tidak langsung, bahwa

[1]) Titik x yang berubah-rubah letaknya sekarang antara C dan B.



Gamb. 75

pada penampang X sembarangan bekerja sebuah gaya melintang, yang besarnya adalah sama dengan $D_x = R_A - P$, dan sebuah momen lengkung $M_x = R_A x - P\ (x - a)$. Rumus-rumus ini, berlaku untuk bagian di mana

$$a \leqq x \leqq l.$$

Dari rumus untuk D_x, kita melihat, bahwa gaya melintang pada medan CB, adalah konstan dan negatif; jadi garis gaya melintang $C_2B''_2$, adalah sejajar dengan garis nol.

$C_2C''_2 = B_2B'_2 = | P - R_A |$. Dapatlah kita melihat pula bahwa garis gaya melintang, terdapat loncatan $C_2C''_2 = P$.

Menurut $M_x = R_A x - P\ (x - a)$, M_x adalah fungsi linier dari x, dan garis momen untuk medan CB, adalah garis lurus. Untuk $x = a$, $M_x = M_C = R_A . a$; pada ini termasuk titik C'_1. Untuk $x = l$, terdapatlah :

$$M_x = R_A . l - P\ (l - a) = \frac{bP}{l}\ l - Pb = Pb = 0.$$

Pada ini termasuk titik B_1. Garis momen ditentukan oleh C'_1 dan B_1. Dari gambar 75*f*, ternyata, bahwa momen lengkung M yang terbesar, terdapat pada C dan besarnya adalah sama dengan :

$$M = R_A . a = \frac{b.P}{l}\ a = \frac{ab}{l}\ .P.$$

Menurut soal :

$P = 540$ kg, $l = 6$ m, $a = 2$ m, jadi $b = l - a = 4$ m.

Sehingga :

$$M = \frac{2.4}{6}\ 540 = 720 \text{ kgm atau } M = 72.000 \text{ kgcm.}$$

Menurut rumus pelengkungan,

$$W = \frac{M}{\bar{\sigma}_b} = \frac{72.000}{1.200}\ 60 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini, dapat kita pergunakan profil I-14 dengan $W_x = 81{,}9$ cm^3. Tegangan yang terbesar adalah :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{72.000}{81{,}9} \sim 880 \text{ kg/cm}^2,$$

jadi banyak kurangnya dari $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Kita tidak boleh mengambil nomor profil yang lebih kecil karena untuk profil I-12, terdapatlah $W_x = 54{,}7$ cm^3. Dalam ini akan terdapat tegangan terbesar

$$\sigma = \frac{72.000}{54{,}7} \sim 1.320 \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan ini, adalah terlalu tinggi.

Soal 37. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk penunjang dari gambar 76*a*. Hitunglah tegangan terbesar yang terdapat, jika diketahui $K_1 = 1.000$ kg; $K_2 = 1.500$ kg; $a = 1$ m, $b = 2$ m dan $c = 2$ m. $W = 214$ cm^3.

Cara menghitung. Pada penunjang ini, bekerja gaya-gaya K_1 dan K_2 dan reaksi-reaksi R_A dan R_B.

R_A dapat kita hitung dengan pertolongan dalil momen, yang kita lakukan terhadap B.

$$R_A = \frac{K_1\ (b + c) + K_2 c}{l}.$$

Dengan mempergunakan dalil momen terhadap A, maka untuk R_B terdapatlah :

$$R_B = \frac{K_1 a + K_2\ (a + b)}{l}.$$

Penunjang dibagi oleh C dan D dalam tiga medan, ialah medan-medan AC, CD dan DB. Medan-medan ini, akan kita tinjau masing-masing.

Medan AC. $\qquad D_x = R_A;\ M_x = R_A x.$

Garis momen dan garis gaya melintang kedua-duanya adalah lurus; kita dapat menggambarkan dengan cara seperti biasa.

Medan CD. $\qquad D_x = R_A - K_1.\ M_x = R_A . x - K_1\ (x - a).$

Juga untuk medan ini, ke dua garis itu adalah garis lurus. Ini adalah juga berlaku untuk medan DB. Di sini adalah :

$$D_x = R_A - K_1 - K_2.$$

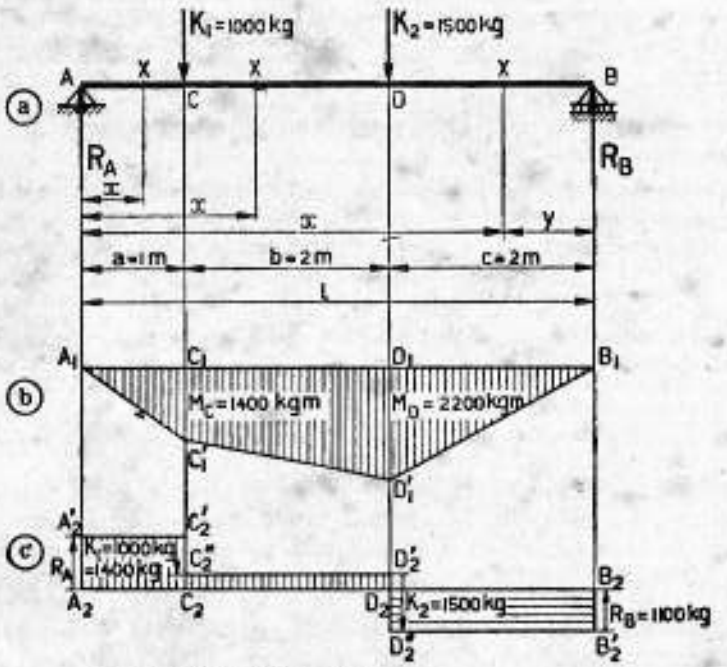
$$M_x = R_A . x - K_1\ (x - a) - K_2 - (x - a - b).$$

Rumus-rumus untuk medan pertama berlaku untuk harga-harga dari x, yang memenuhi syarat $0 \leqq x \leqq a$.

Rumus-rumus untuk medan kedua, mempunyai hubungan dengan nilai-nilai dari x, yang letaknya antara $(a + b)$ dan a, dan berlaku juga, jika x memenuhi pada $a \leqq x \leqq (a + b)$.

Untuk medan ketiga berlaku syarat $(a + b) \leqq x \leqq l$.

Untuk $K_1 = 1.000$ kg, $K_2 = 1.500$ kg, $a = 1$ m, $b = 2$ m dan $c = 2$ m, adalah :



Gamb. 76

$$R_A = \frac{1.000\ (2 + 2) + 1.500.2}{5} = 1.400 \text{ kg.}$$

$$R_B = \frac{1.000.1 + 1.500\ (1 + 2)}{5} = 1.100 \text{ kg.}$$

Garis gaya melintang dan garis momen terdiri lagi atas bagian-bagian yang lurus (lihat gambar-gambar 76*b* dan 76*c*); ini dapat kita gambarkan, dengan jalan menghitung harga-harga D_x dan M_x, untuk titik-titik A, C, D dan B. Harga-harga ini, dapatlah kita lihat dalam daftar berikut.

Medan	x dalam m	D_x dalam kg	M_x dalam kgm
AC	0	1400	0
	1	1400	1400
CD	1	400	1400
	3	400	2200
DB	3	— 1100	2200
	5	— 1100	0

Menurut gambar 76*b* ternyatalah, bahwa momen lengkung yang terbesar terdapat di D, dan besarnya adalah :

$$M_D = -(-1.100.2) = 2.200 \text{ kgm.}$$

dan tegangan normal yang terbesar, adalah :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{220.000}{214} \sim 1.028 \text{ kg/cm}^2.$$

Catatan-catatan.

a. **Dari soal-soal yang telah dihitung, ternyata, sesuai dengan § 41 :**

1. tenaga melintang (D_x) pada penampang normal (X) sembarangan dari sebuah balok mendatar, adalah sama dengan jumlah secara aljabar dari semua gaya tegak (reaksi-reaksi telah dihitung di dalamnya), yang bekerja di sebelah kiri daripada penampang yang dimaksud.

2. momen lengkung (M_x) pada penampang normal (X) sembarangan adalah sama dengan jumlah secara aljabar dari momen-momen terhadap X dari semua gaya, yang bekerja di sebelah kiri X.

b. Momen lengkung pada medan DB dapat kita hitung lebih mudah dengan mengambil jumlah aljabar dari momen-momen terhadap X, dari gaya-gaya dan reaksi-reaksi yang bekerja di sebelah kanan penampang X. Dalam gambar 76*a*, terdapatlah : $-R_B.y$.

Kita harus juga ingat, bahwa dengan begini, kita dapat menemukan pengaruh bagian kanan terhadap bagian kiri; jadi tidak dari bagian kiri terhadap bagian kanan. Kedua pengaruh itu bedanya hanya dalam tanda saja. Maka terdapatlah sekarang :

$$M_x = -(-R_B.y) = R_B.y$$

Ini jadi tepat sama dengan momen lengkung di X yang dihitung dari gaya-gaya, yang bekerja pada bagian kiri, ialah :

$R_A x = K_1 (x - a) - K_2 (x - a - b) = (K_1 + K_2 - R_B)\, x -$

$- K_1 (x - a) - K_2 (x - a - b) = - R_B x + R_B l = R_B (l - x) = R_B y.$

Rumus $M_x = R_B . y$ hanyalah berlaku untuk medan DB, jadi untuk

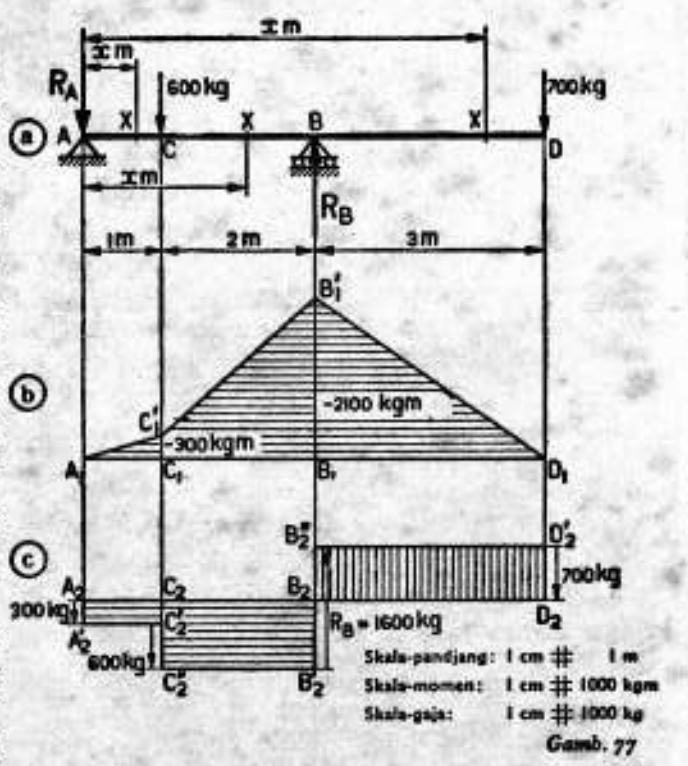
$$0 \leqq y \leqq c.$$

Catatan-catatan ini hanyalah dapat berlaku, jika terdapat berbagai-bagai medan.

Soal 38. Tentukanlah reaksi-reaksi untuk balok dari gambar 77*a*. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah pula momen lengkung yang terbesar. Tentukan profil-I. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

Cara menghitung.

Pada balok bekerja gaya-gaya 600 kg dan 700 kg dan reaksi di A dan B, Pemasangan rol di B, menghasilkan reaksi *RB*, yang letaknya tegak lurus pada AB. Karena gaya-gaya dari 600 kg dan 700 kg mempunyai arah ini, maka R_A adalah sejajar dengan R_B.



Gamb. 77

Kita menghitung R_A, dengan menggunakan dalil momen terhadap B. Pada perhitungan ini kita umpamakan, bahwa R_A itu arahnya ke atas, dan kita mendapat :

$+ R_A . 3 - 600 . 2 + 700 . 3 = 0.$

Dari ini terdapatlah :

$$R_A = - 300 \text{ kg}.$$

Hasil ini adalah negatif; jadi *RA* arahnya ke bawah. Jika kita mempergunakan dalil momen terhadap A, maka adalah :

atau $600 . 1 - R_B . 3 + 700 . 6 = 0,$

$$R_B = 1.600 \text{ kg}.$$

Pemeriksaan. Jikalau terdapat keadaan yang setimbang, maka harus juga dipenuhi syarat $\Sigma X = 0$ dan $\Sigma Y = 0$. Umpamakan [1] sumbu X mempunyai arah kejurusan balok, dan sumbu Y letaknya tegak lurus padanya maka dengan sendirinya telah dipenuhi syarat $\Sigma X = 0$; sebab tidak ada gaya-gaya yang bekerja dalam arah penunjang itu. Menurut $\Sigma Y = 0$ haruslah :

$$R_A - 600 + R_B - 700 = 0.$$

Ini adalah betul, karena $R_A = - 300$ kg dan $R_B = 1.600$ kg. Titik-titik A, C, B dan D membagi balok dalam medan-medan AC, CB dan BD.

Medan AC. $0 \leqq x \leqq 1.$

D_x adalah tetap (konstan), dan $D_x = - 300$ kg. Jadi garis gaya melintang adalah sejajar dengan garis nol. $A_2'A_2'$ digambarkan di bawah garis nol, karena D_x di sini arahnya adalah ke bawah.

$M_x = - 300x$ kgm. M_x adalah fungsi linier dari x, jadi garis momen adalah sebuah garis lurus. Untuk $x = 0$, adalah $M_x = M_A = 0$; pada ini termasuk titik A_1.

Untuk $x = 1$, $M_x = M_C = - 300$ kgm; pada ini termasuk titik C_1'. Garis momen letaknya berimpitan dengan A_1C_1'.

Medan CB. $1 \leqq x \leqq 3.$

$D_x = - 300 - 600 = - 900$ kg dan arahnya ke bawah. Pada ini termasuk garis $C_2''C_2'$.

$M_x = - 300x - 600\ (x - 1) = - 900x + 600$ kgm.

Pada fungsi x yang linier ini terdapat garis momen lurus.

Untuk $x = 1$ maka $M_x = M_C = - 300$ kgm dan untuk

$x = 3$ maka $M_x = M_B = - 2.100$ kgm.

Pada ini terdapat titik-titik $C_1'B_1'$. Garis momen berimpitan dengan $C_1'B_1'$.

Medan BD. $3 \leqq x \leqq 6.$

[1] Dalam soal-soal selanjutnya sumbu X dan sumbu Y selalu dinyatakan demikian.

$$D_x = -300 - 600 + 1.600 = 700 \text{ kg.}$$

Gaya D_x arahnya ke atas, dan besarnya untuk seluruh medan, adalah sama. Garis gaya melintang $B''_2D'_2$ adalah sejajar dengan garis nol dan digambarkan disebelah atas, karena arahnya adalah ke atas.

$$M_x = -300x - 600\ (x - 1) + 1.600\ (x - 3) \text{ kgm, atau}$$

$$M_x = 700x - 4.200 \text{ kgm.}$$

M_x adalah fungsi linier dari x, jadi garis momen adalah sebuah garis lurus. Untuk $x = 3$, M_x adalah $= M_B = -2.100$ kgm; untuk $x = 6$, M_x adalah $= M_D = 0$ kgm. Pada ini termasuk titik-titik B_1 dan D_1; garis momen ditentukan oleh titik-titik ini. Dari bidang momen (lihat gambar 77) terlihat, bahwa momen lengkung yang terbesar terdapat di B.

Jadi, dengan tidak melihat pada tanda, M adalah sama dengan 2.100 kgm = 210.000 kgcm.

Dari $W = \frac{M}{\sigma_b}$, terdapatlah : $W = \frac{210.000}{1.200} = 175 \text{ cm}^3$.

Kita dapat memilih, misalnya profil I-20 dengan $W_x = 214 \text{ cm}^3$ atau profil-DIN dengan $W_x = 217 \text{ cm}^3$. Profil yang pertama adalah lebih tinggi, tetapi ada lebih ringan daripada profil kedua.

Selidikilah dalam tabel-tabel profil.

Soal 39. Tentukanlah reaksi-reaksi untuk balok dari gambar 78. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar, dan caritah profilnya yang tetap. $\bar{\sigma}_b = 1.200 \text{ kg/cm}^2$.

Cara menghitung. Pada balok bekerja : R_A, 300 kg, 300 kg, R_B dan 750 kg. Keempat gaya yang terakhir letaknya tegak lurus pada AB; R_A hanya akan mendapat arah yang sama seperti gaya-gaya yang letaknya sejajar. Kalau digunakan dalil momen terhadap B, maka terdapatlah :

$$R_A . 6 - 300.4 - 300.1 + 750.2 = 0,$$

atau :

$$R_A = 0$$

Pada A tidak akan terdapat reaksi.

Jika kita mempergunakan dalil momen terhadap A, maka terdapatlah :

$$300.2 + 300.5 - R_B.6 + 750.8 = 0$$

atau

$$R_B = 1.350 \text{ kg.}$$

Pemeriksaan. Menurut $\Sigma Y = 0$, seharusnya : $R_A = 300 - 300 + R_B - 750 = 0$. Ini adalah tepat, karena $R_A = 0$, dan $R_B = 1.350$ kg.

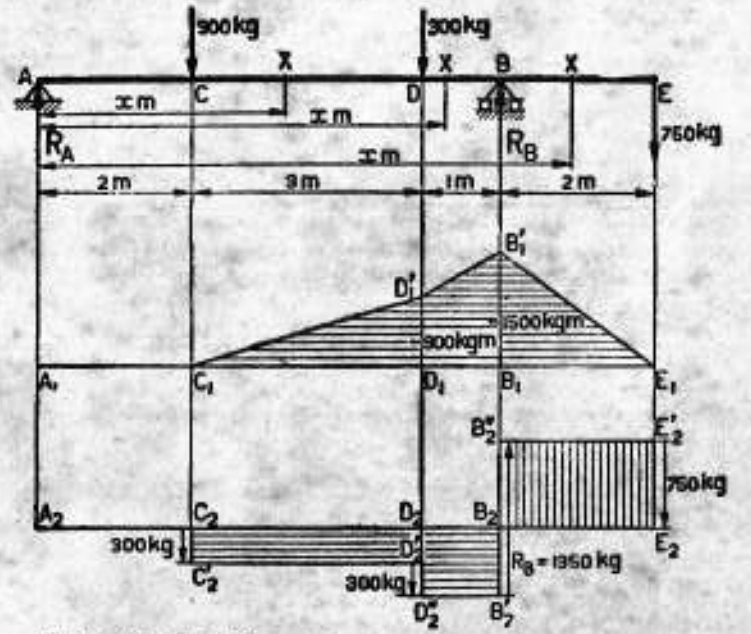
Lihatlah sekarang medan AC, CD, DB dan BE.

Pada medan AC tidak terdapat gaya-gaya. $D_x = 0$ dan $M_x = 0$.

Garis gaya melintang dan garis momen letaknya berimpitan dengan garis nol.

Medan CD $\qquad 2 \leq x \leq 5$

$D_x = -300$ kg, jadi arahnya ke bawah.



Skala-pandjang: 1 cm ≙ m
Skala-momen: 1 cm ≙ 1000 kgm
Skala-gaja: 1 cm ≙ 675 kg

Gamb. 78

$M_x = -300\ (x-2)$ kgm.

Medan DB. $5 \leq x \leq 6$.

$D_x = -300 = -300 - 600$ kg, jadi arahnya ke bawah.

$M_x = -300\ (x-2) - 300\ (x-5) = -600x + 2.100$ kgm.

$6 \leq x \leq 8$.

Medan BE.

$D_x = -300 - 300 + 1350 = +750$ kg. D_x bekerja ke atas.

$M_x = -300\ (x-2) - 300\ (x-5) + 1.350\ (x-6) = 750x - 6.000$ kgm.

Menurut rumus-rumus yang lampau ternyatalah, bahwa garis gaya-garis gaya melintang itu terdiri atas bagian-bagian, yang sejajar dengan garis nol.

$C_2C'_2 = D_2D'_2 = 300$ kg, digambarkan di bawah garis nol, karena gaya melintang arahnya ke bawah.

$D_2D'_2 = B_2B'_2 = 600$ kg, digambarkan di bawah garis nol, karena gaya melintang D_x dalam medan DB arahnya ke bawah.

$B_2B'_2 = E_2E'_2 = 750$ kg, digambarkan di bawah garis nol, karena gaya melintang D_x dalam medan ini, arahnya ke bawah. Karena M_x pada medan-medan CD, DB dan BE, adalah fungsi linier dari x, garis momennya adalah garis lengkung. Ini dapat kita gambarkan, jika kita sudah mengetahui momen-momen di C, D, B dan E.

$M_C = 0$, $M_D = -300.3 = -900$ kgm.

$M_B = -300.4 - 300.1 = -1.500$ kgm. $M_E = 0$.

Dengan begini, terdapatlah titik-titik C_1, D_1, B_1 dan E_1 dari garis momen.

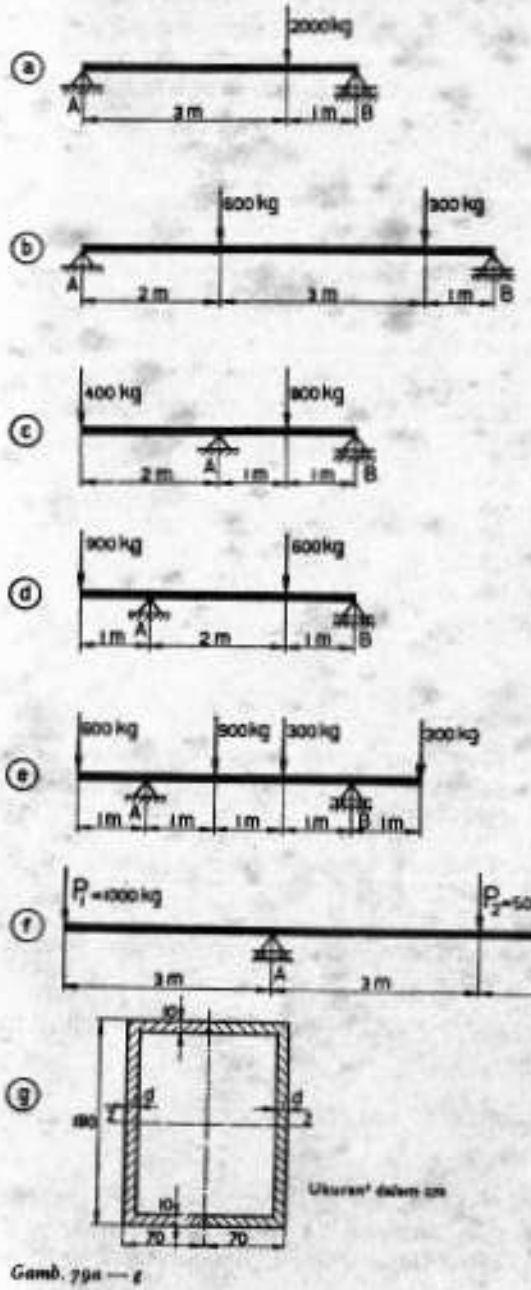
Momen lengkung yang terbesar terdapat pada B; jadi, dengan tidak memandang pada tanda-tanda, terdapatlah :

$$M = 1.500 \text{ kgm.}$$

Dari $W = \frac{M}{\sigma_b}$, terdapatlah :

$$W = \frac{150.000}{1.200} = 125 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini, dapat kita mengambil profil I-18.



Gamb. 79a — g

§ 63 Soal-soal

Hitunglah reaksi-reaksi untuk hal-hal sebagai berikut; gambarkan garis momen, dan garis gaya melintang; tentukanlah profil I yang dibutuhkan $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

103. Untuk balok dari gambar 79*a*.

104. Untuk balok dari gambar 79*b*.

105. Untuk balok dari gambar 79*c*.

106. Untuk balok dari gambar 79*d*.

107. Untuk balok dari gambar 79*e*.

108. Untuk balok dari gambar 79*f*.

Jika balok dari gambar 79*f* itu, terdiri atas dua buah balok, dengan profil [menurut gambar 79*g*, maka diminta untuk menghitung tebal *d*, jika diketahui, $\bar{\sigma}_b = 1.000$ kg/cm² (acte N_1, 1938).

PELAJARAN KE-12 *Hubungan antara momen lengkung M_x pada titik X sembarangan dari balok, dan luas lukisan gaya melintang balok itu, pada satu sisi dari garis baca, melalui X.*

§ 64 Uraian

Kita meninjau gambar 80. Dalam gambar ini digambarkan sebagian dari balok mendatar, di mana bekerja berbagai-bagai gaya tegak. Jarak-jarak x, x_1, a_R, a_D, a_E kita ambil dari satu titik yang sama, pada bagian kiri dari balok.

Resultante gaya-gaya ini, yang bekerja di sebelah kiri dari X_1, adalah R_L. Momen lengkung di X_1 adalah sama dengan jumlah secara aljabar dari momen-momen semua gaya di sebelah kiri dari X_1 terhadap X_1, dan jumlah ini adalah menurut dalil momen-momen sama dengan momen resultante R_L, jadi $M_{x1} = R_L\ (x_1 - a_R)$.

Momen lengkung pada sebuah titik sembarangan X, medan CD adalah sama dengan, $M_x = R_L\ (x - a_R)$.

Bertambahnya $\triangle M_x$ dari momen lengkung, antara X dan X_1 adalah sama dengan :

$$\triangle M_x = M_x - M_{x1} = R_L\ (x - a_R) - R_L\ (x_1 - a_R) = R_L\ (x - x_1).$$

$R_L\ (x - x_1)$ adalah sebanding dengan luas bagian $F_2F'_2\,G_2G'_2$ dari bidang gaya melintang. Ini adalah berlaku untuk semua penampang X, yang letaknya di sebelah kiri dari D.

Untuk titik x dari medan DE, kita mendapat,

$$\triangle M_x = R_L\ (x - a_R) - K_n\ (x - a_D) - R_L\ (x_1 - a_R) = \\ = R_L\ (x - x_1) - K_n\ (x - a_D).$$

Dalam gambar

$$x - x_1 = F_2H_2,\quad R_L = M_2F'_2,\quad x - a_D = D'_2H''_2$$
$$\text{dan } K_n = D'_2D''_2.$$

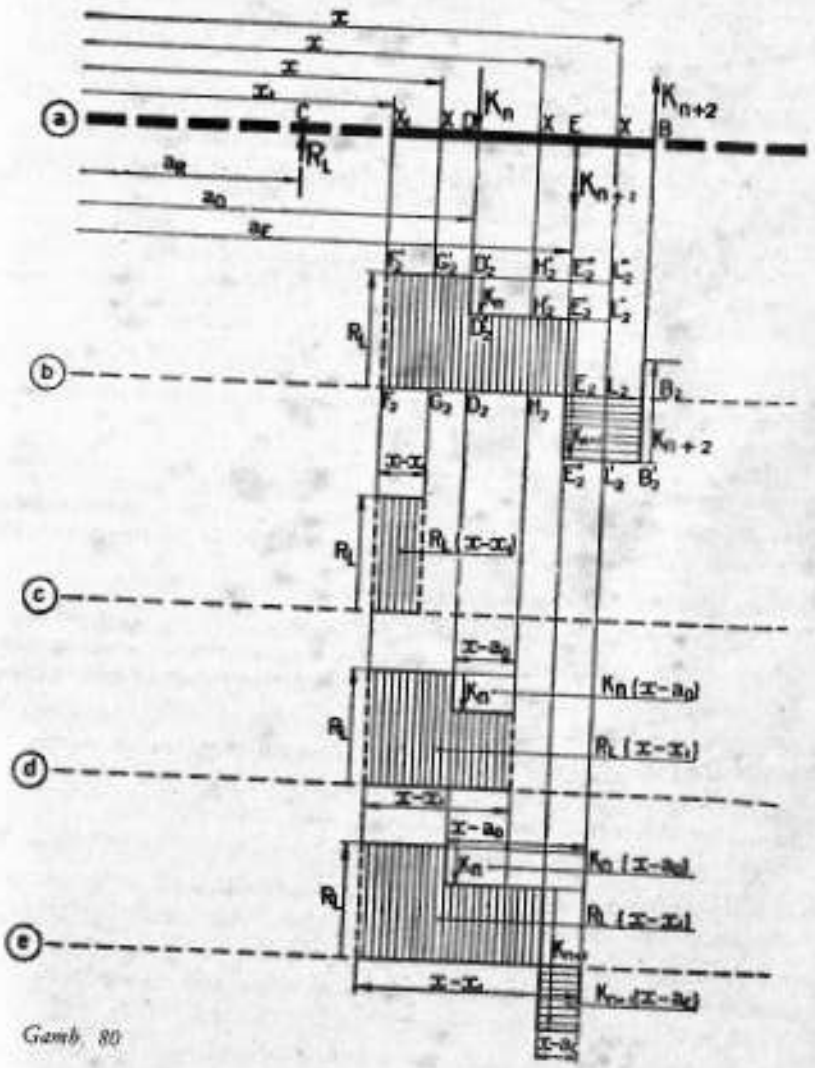
Jadi $R_L\ (x - x_1)$ dinyatakan oleh luas segipanjang $F_2F'_2\,H''_2H_2$ dan $K_n\ (x - a_D)$ oleh luas $D''_2D''_2H''_2H_2$.

Penambahan momen lengkung $\triangle M_x$ dinyatakan oleh luas bidang gaya melintang antara garis-garis baca melalui X_1 dan X. Lihatlah pula gambar 80*d*. Untuk titik X dari medan EB, kita mendapat

$$M_x = R_L\ (x - a_R) - K_n\ (x - a_D) - K_{n+1}\ (x - a_E).$$

Penambahan $\triangle M_x$ dari momen lengkung, antara X dan X_1, adalah sama dengan $\triangle M_x = R_L\ (x - a_R) - K_n\ (x - a_D) - K_{n+1}\ (x - a_E) - R_L\ (x_1 - a_R) = R_L\ (x - x_1) - K_n\ (x - a_D) - K_{n+1}\ (x - a_E) =$ luas $F_2F'_2L'''_2L_2$ — luas $D'_2D''_2L''_2L_2$ — luas $E'_2E''_2L'_2L''_2$.

Jikalau bagian bidang gaya melintang, yang letaknya dibagian bawah garis nol, kita perhitungkan juga dengan tanda negatif, maka



Gamb. 80

penambahan momen lengkung $\triangle M_x$ adalah juga sama lagi dengan luas bagian bidang gaya melintang, yang letaknya antara garis baca yang bersangkutan. Lihatlah juga gambar 80e. Mulai dari X_1, momen lengkung akan menjadi lebih besar sebandingan seharga dengan luas lukisan gaya-gaya melintang, di sebelah kanan dari garis pembaca, melalui X_1.

Pada gambar, M_x menjadi besar dengan teratur hingga K_n kemudian teratur lagi dari K_n sampai K_{n+1}, tetapi menjadi besarnya itu tidak begitu pesat kemudian sesudah K_{n+1} mulai turun, berbandingan seharga dengan luas lukisan gaya melintang, di bawah garis nol.

Jadi ternyatalah, bahwa momen itu menjadi besar hingga K_{n+1}, dan kemudian menjadi turun lagi. Jika pada K_{n+1} terdapat nilai yang tertinggi dari momen lengkung.

Hubungan yang terdapat di sini antara momen lengkung dan bidang gaya melintang menunjukkan, bahwa gaya melintang berganti tanda jika momen mempunyai nilai yang terbesar (setempat).

Jadi selalu kita dapat mengharap nilai momen lengkung tertinggi dalam penampang-penampang, yang terdapat di titik-titik di mana garis gaya-gaya melintang memotong garis nol.

Jika pada sebuah balok dengan dua buah titik penahan, garis gaya melintangnya hanya sekali memotong garis nol, maka momen lengkung yang terbesar terdapat pada penampang, yang digabungkan pada yang tersebut.

Jika terdapat berbagai-bagai titik potong dari garis gaya melintang dan garis nol, maka momen-momen lengkung yang terdapat dipenampang-penampang, yang digabungkan pada titik potong-titik potong, harus kita persamakan satu sama lainnya. Momen lengkung yang terbesarlah yang nanti harus kita ambil. Dengan tidak susah payah, dapatlah kita melihat, bahwa hasil-hasil ini adalah sama dengan yang kita dapatkan dalam soal-soal lampau yang telah dihitung.

Kita hanya hendak menunjukkan, bahwa sifat yang telah diketemukan itu agaknya tidak berlaku untuk balok-balok, yang satu ujungnya dijepit. Tetapi sifat ini namun masih berlaku juga untuk hal-hal semacam ini. Ini dapat kita lihat, kalau jepitannya itu kita ganti dengan dua buah titik penahan (terletak dekat sekali satu sama lain), lihat gambar 66, dan kita gambar garis gaya melintang untuk bagian dari balok, yang terletak di antara kedua titik penahan tadi.

§ 65 Contoh-contoh

Soal 40. Tentukanlah untuk balok dari gambar 81, reaksi-reaksi, rumus-rumus untuk M_x dan untuk D_x. Gambarkan bidang momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah pula momen lengkung yang terbesar, dan pilihlah sebuah profil DIN. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Cara menghitung. Seperti pada soal-soal lampau yang diuraikan, maka dapatlah terlihat, bahwa semua gaya, yang bekerja pada balok, letaknya sejajar satu sama lain.

Kedua reaksi itu, dapat kita hitung lagi dengan pertolongan dalil momen. Jika ini kita lakukan terhadap B, maka terdapatlah

$$R_A . 10 - 1000.8 + 1000.4 = 0, \text{ atau } R_A = 400 \text{ kg.}$$

Jika pada perhitungan, R_B kita umpamakan berarah ke atas, maka perhitungan dengan dalil momen terhadap A, menghasilkan :

$$1000.2 - 1000.6 - R_B . 10 = 0, \text{ atau } R_B = -400 \text{ kg.}$$

Jika R_B arahnya adalah ke bawah, sebagaimana kita lihat dalam gambar.

Catatan-catatan.

1. Kedua reaksi itu, adalah sama besarnya, sejajar, tetapi berlawanan. Ini dapat segera terlihat dari syarat kesetimbangan $\Sigma Y = 0$.

2. Gaya-gaya dari 1.000 kg merupakan sebuah kopel, begitupun halnya dengan kedua reaksi. Momen-momen kopel-kopel ini, bedanya hanya dalam tanda saja. Momen kopel (R_A, R_B) adalah $R_B . 10 = 400.10 = 4.000$ kgm; momen kopel (1.000, 1.000) adalah sama dengan $-1.000.4 = -4.000$ kgm.

Medan AC. $0 \leqq x \leqq 2$.

$D_x = R_A = 400$ kg, dan arahnya ke atas.

$M_x = 400x$ kgm.

Medan CD. $2 \leqq x \leqq 6$.

$D_x = 400 - 1.000 = -600$ kg. D_x arahnya ke bawah,

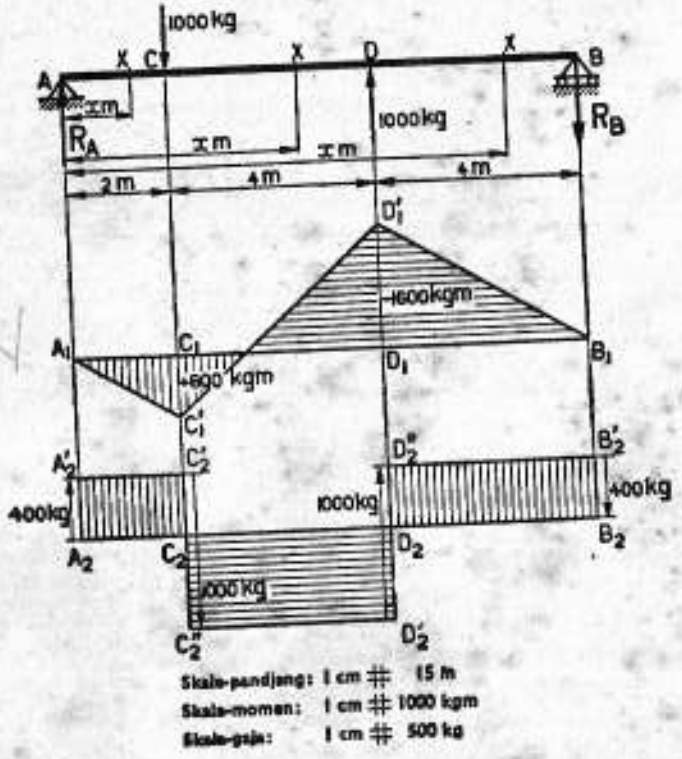
$M_x = 400x - 1.000\ (x - 2) = -600x + 2.000$ kgm.

Medan DB. $6 \leqq x \leqq 10$.

$D_x = 400 - 1.000 + 1.000 = 400$ kg. D_x arahnya ke atas.

$M_x = +400x - 1.000\ (x - 2) + 1.000\ (x - 6) = 400x - 4.000$ kgm.

Dari sini ternyatalah lagi, bahwa garis gaya melintang itu terdiri atas bagian-bagian, yang letaknya sejajar dengan garis nol, dan bahwa garis momen itu, adalah sebuah garis lurus terpotong-potong. Tentang momen kita gambarkan dengan pertolongan nilai-nilai.



Gamb. 81

$M_A = 0$; $M_C = 800$ kgm; $M_B = -1.600$ kgm; $M_B = 0$.

Momen lengkung yang terbesar, terdapat pada titik-titik balok, yang digabungkan pada titik potong-titik potong dari garis gaya melintang dengan garis nol. Titik-titik itu adalah C dan D. Momen pada D lebih besar dari pada di C. Jadi di sini M adalah = 1.600 kgm.

Catatan. Garis momen yang termasuk pada hal pembebanan dari gambar 81 dapatlah kita ketemukan secara sederhana dengan jalan „superponeren". Hal pembebanan yang kita ketahui dapat disusun dari hal pembebanan gambar 81a dan 81b dan bidang momen yang ditanyakan bidang momen gambar 81c dan 81d, yang masing-masing termasuk

pada gambar 81a dan 81b. Gambar 81c dapat kita ketemukan — gambar tersebut sesuai gambar 81 — bilamana momen-momen kita bentangkan lagi dari garis nol mendatar.

Jadi kita mendapat :

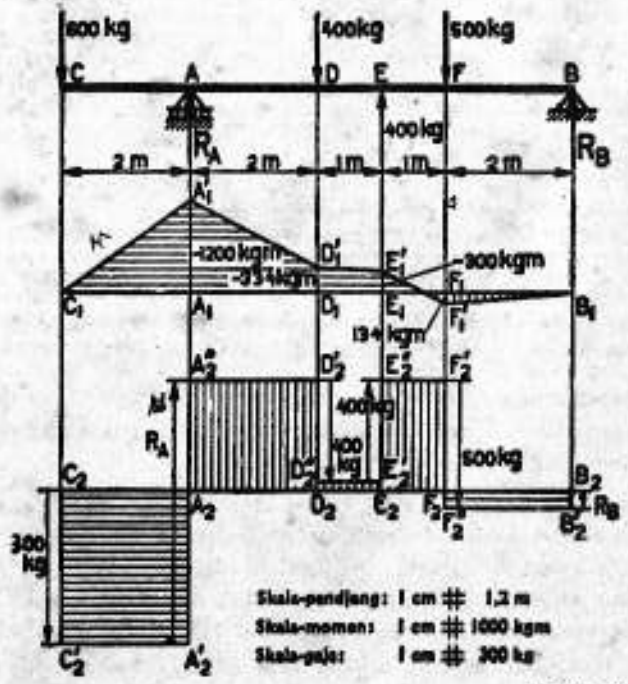
$$W = \frac{M}{\sigma_b} = \frac{160.000}{1200} \sim 133 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini kita dapat mengambil profil DIN-12.

Soal 41. Tentukanlah reaksi-reaksi balok dari gambar 82. Gambarkanlah bidang, momen-momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar, dan pilihlah profil yang tepat, Jika diketahui $\sigma_b = 1.200$ kg/cm^2.

Cara menghitung. Karena R_A dan gaya-gaya yang diketahui adalah tegak lurus pada AB, maka inipun sama halnya untuk R_B. Reaksi-reaksinya dapat kita hitung dengan jalan mempergunakan dalil momen. Jika ini kita lakukan terhadap B, maka terdapatlah

$-600.8 + R_A . 6 - 400.4 + 400.3 - 500.2 = 0$ dan $R_A \sim 1.033$ kg.



Gamb. 82

Jika dilakukan terhadap A, maka terdapatlah :

$-600.2 + 400.2 - 400.3 + 500.4 - R_B . 6 = 0$ atau $R_B \sim 67$ kg.

Pemeriksaan. Menurut $\Sigma Y = 0$, haruslah : $-600 + R_A - 400 + 400 - 500 + R_B = 0$. Ini adalah betul, karena $R_A + R_B = 1.100$ kg.

Seperti juga halnya dengan soal-soal yang lalu, dengan apa yang disebut beban-beban titik, maka garis gaya-garis gaya melintang di sini terdiri atas bagian-bagian, yang sejajar dengan garis nol. Garis momen, adalah berupa sebuah garis lurus terputus; kita dapat menggambarkan ini, jika momen-momen gaya-gaya pada titik pemegang dan reaksi-reaksi telah diketahui.

$M_C = 0.$

$M_A = -600.2 = -1.200$ kgm.

$M_D = -600.4 + 1033.2 \sim -344$ kgm.

$M_E = -600.5 + 1033.3 - 400.1 \sim -300$ kgm.

$M_F = -(-R_B . 2) \sim 67.2 \sim +134$ kgm.

Momen lengkung yang terbesar terdapat di A, dan besarnya adalah sama dengan $M_B = -1.200$ kgm. Jadi M adalah 120.000 kgm.

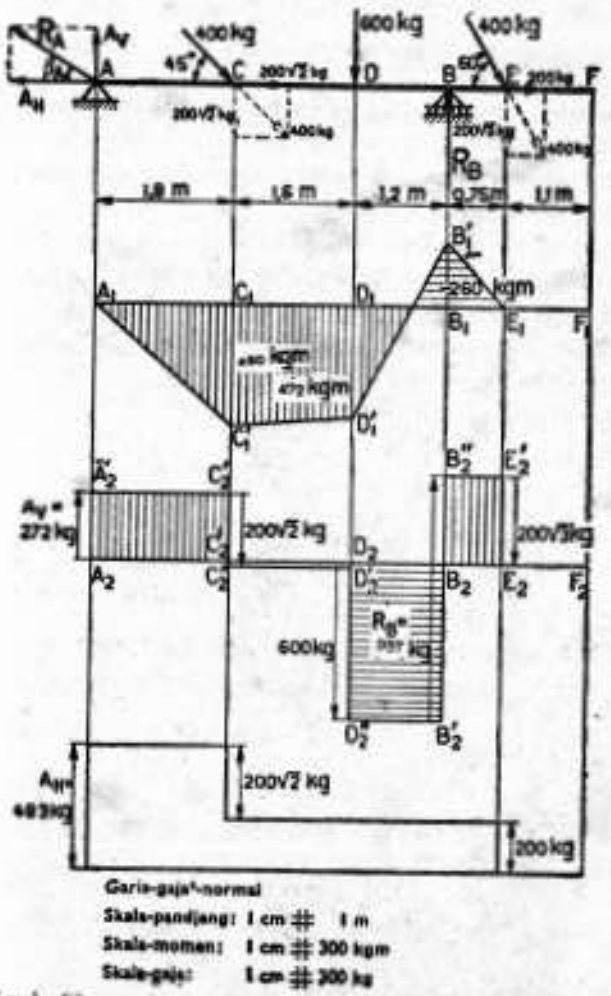
$$W = \frac{M}{\sigma_b} = \frac{120.000}{1.200} = 100 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini, kita dapat mengambil profil I-16.

Soal 42. Tentukanlah reaksi-reaksi titik-titik penahan untuk balok dari gambar 83. Gambarkanlah bidang momen dan lukisan gaya-gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar. Gambarkanlah juga gambaran secara grafik untuk gaya-gaya tegang normal.

Cara menghitung. Gaya-gaya yang tidak tegak lurus pada balok, kita uraikan dalam dua buah komponen, yang satu berimpitan dan yang satunya lagi tegak lurus pada balok.

Karena ukuran-ukuran tinggi balok biasanya kita hilangkan, karena ini adalah sangat kecil dibandingkan terhadap ukuran-ukuran panjang, maka gaya yang diuraikan, berimpitan dengan balok, hanya akan dapat memberikan beban tarik atau beban tekan, dan pada A dapat mengakibatkan reaksi A_H yang mendatar. Dengan komponen-komponen yang tegak dan gaya-gaya yang tegak, kita dapat kerjakan dengan cara yang sama seperti dalam contoh-contoh yang lalu.



Gamb. 83

Gaya-gaya, kita uraikan pada C dan E dalam komponen-komponen berimpitan dan tegak lurus pada AB. Pada C, terdapat komponen $200\sqrt{2}$ kg; pada E, komponen berimpitan dengan balok adalah 200 kg, dan yang lainnya adalah $200\sqrt{3}$ kg. Sebagaimana kita katakan, komponen-komponen gaya-gaya yang bekerja pada jurusan balok, diambil di A, menurut $\Sigma X = 0$, terdapatlah :

$A_H - 200\sqrt{2} - 200 = 0$, atau, $A_H = 200\sqrt{2} + 200 \sim 483$ kg.

Bagian CE dibebani oleh gaya tarik sebesar 200 kg, sedangkan penampang-penampang bagian AC mendapat beban tarik dengan gaya 483 kg. Gambaran secara grafik dari gaya-gaya normal ini, dapat kita buat dengan cara seperti untuk gaya-gaya melintang dan momen-momen lengkung. Lihatlah gambar 83.

Pada B terdapat pemasangan rol, sehingga di sana hanya terdapat gaya-gaya, yang tegak lurus pada balok.

Cara menghitung selanjutnya dilakukan sama dengan cara dari soal-soal lampau, jadi cukuplah dengan keterangan pendek.

$\Sigma M = 0$, dilakukan terhadap B, memberi :

$$A_v \ .4{,}6 - 200 \times 2.2{,}8 - 600.1{,}2 + 200 \times 3.0{,}75 = 0, \text{ atau}$$

$$A_v \sim 272 \text{ kg}.$$

Dari $\Sigma M = 0$, dilakukan terhadap A, terdapat :

$$200 \times 2.1{,}8 + 600.3{,}4 - R_B \ 4{,}6 + 200 \times 3.5{,}35 = 0, \text{ atau}$$

$$R_B \sim 957 \text{ kg}.$$

Menurut $\Sigma Y = 0$, maka seharusnya :

$$A_v - 200 \times 2 - 600 + R_B - 200 \times 3 = 0.$$

Ini adalah betul, karena $A_v = 272$ kg dan $R_B = 957$ kg.

Untuk bidang gaya melintang tidak usah diperlukan uraian lagi.

Garis momen digambar dengan pertolongan momen-momen, sebagai berikut :

$M_A = 0.$

$M_C = A_v \ .1{,}8 = 272.1{,}8 \sim 490$ kgm.

$M_D = 272.3{,}4 - 200 \times 2.1{,}6 \sim 472$ kgm.

$M_B = -(200 \times 3.0{,}75) \sim -260$ kgm.

$M_E = 0.$

$M_F = 0.$

Momen lengkung terbesar terdapat pada C

$$M = 490 \text{ kgm} = 49.000 \text{ kgcm}.$$

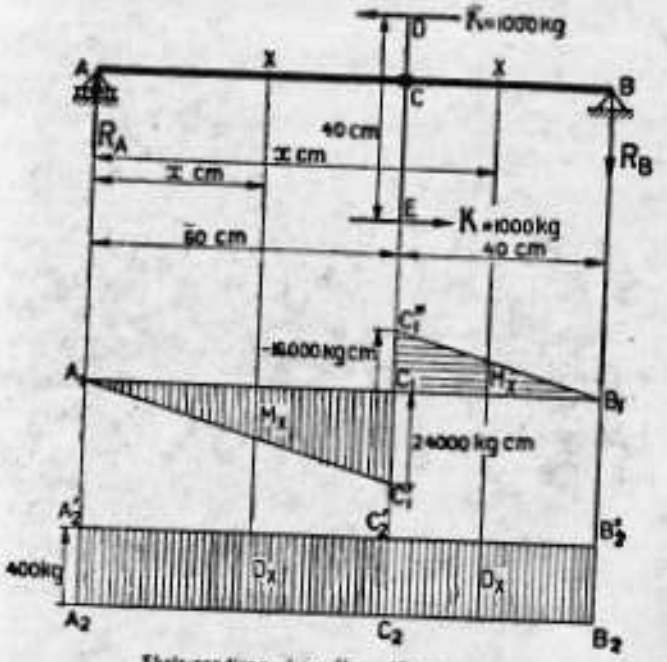
Reaksi R_A di A, ditentukan oleh A_H dan A_V.

$$R_A = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = \sqrt{483^2 + 272^2} \sim 555 \text{ kg}.$$

Arahnya ditentukan oleh β_A, dan terdapatlah dari

$$\text{tg } \beta_A = \frac{A_V}{A_H} = \frac{272}{483} \sim 0{,}564. \quad \beta_A \sim 29°25'.$$

Soal 43. Tentukanlah reaksi-reaksi dalam gambar 84. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk AB. Hitunglah



Gamb 84

momen lengkung yang terbesar. Gaya-gaya K bekerja pada batang DE, yang di C disambungkan kaku pada AB.

Cara menghitung. Reaksi-reaksi dapat kita tentukan dengan cara yang sama dengan cara dari soal-soal yang lampau. Tetapi kita dapat melihat, bahwa dari syarat-syarat keseimbangan ternyata, bahwa R_A dan R_B kedua-duanya bekerja tegak lurus pada AB, dan merupakan sebuah kopel, di mana momennya adalah sama dengan momen dari kopel (K, K). Dengan mudah, terdapatlah :

$$R_A \ .100 = 1000.40, \text{ atau } R_A = 400 \text{ kg}.$$

$$R_B = R_A = 400 \text{ kg}.$$

$$0 \leqq x \leqq 60.$$

$D_x = R_A = 400$ kg, dan arahnya adalah ke atas.

Garis gaya melintang $A_2'C_2'$ adalah sejajar dengan garis nol. $A_2A_2' = C_2C_2' = 400$ kg.

$M_x = R_A x = 400\ x$ kgcm.

M_x adalah fungsi linier dari x, sehingga garis momen merupakan sebuah garis lurus.

Untuk $x = 0$, $M_x = M_A = 0$. Pada ini termasuk titik A_1.

Pada $x = 60$, $M_x = M_C = 400.60 = 24.000$ kgcm, dan pada ini termasuk titik C'_1.

Garis momen letaknya berimpitan dengan $A_1C'_1$.

Medan CB. $60 \leq x \leq 100$.

$D_x = R_A = 400$ kg. Gaya-gaya dan kopel (K, K), tidak akan merupakan pengaruh yang langsung terhadap gaya melintang.

Gaya melintang dalam medan ini, adalah sama besarnya dengan gaya melintang dalam medan AC, jadi garis gaya melintang $C'_2B'_2$ letaknya pada terusan dari $A'_2C'_2$.

Ini adalah suatu keistimewaan, yang hingga sekarang belum pernah kita jumpai, tetapi yang sekarang terdapat, karena dalam medan ini tidak bekerja gaya-gaya yang letaknya tegak lurus pada sumbu balok.

$M_x = R_A x$ — momen dari kopel $(K, K) = 400x - 1000.40$ kgcm.

Karena M_x adalah fungsi linier dari x, maka garis momen adalah lurus. Untuk $x = 60$, $M_x = M_C = 400.60 - 1000.40 = -16.000$ kgcm.

Pada ini termasuk titik C''_1.

Untuk $x = 100$ maka $M_x = M_B = 400.100 - 1000.40 = 0$ kgcm.

Pada ini termasuk titik B_1. Garis momen letaknya berimpitan dengan $C''_1B'_1$.

Kita dapat melihat, bahwa momen sebelah kiri dari C, adalah 24.000 kgcm dan di sebelah kanan dari C, adalah — 16.000 kgcm.

Pada garis momen terdapat sebuah „loncatan", sebesar $24.000 - (-16.000) = 40.000$ kgcm; „loncatan" ini adalah sesuai dengan momen kopel yang bekerja di C.

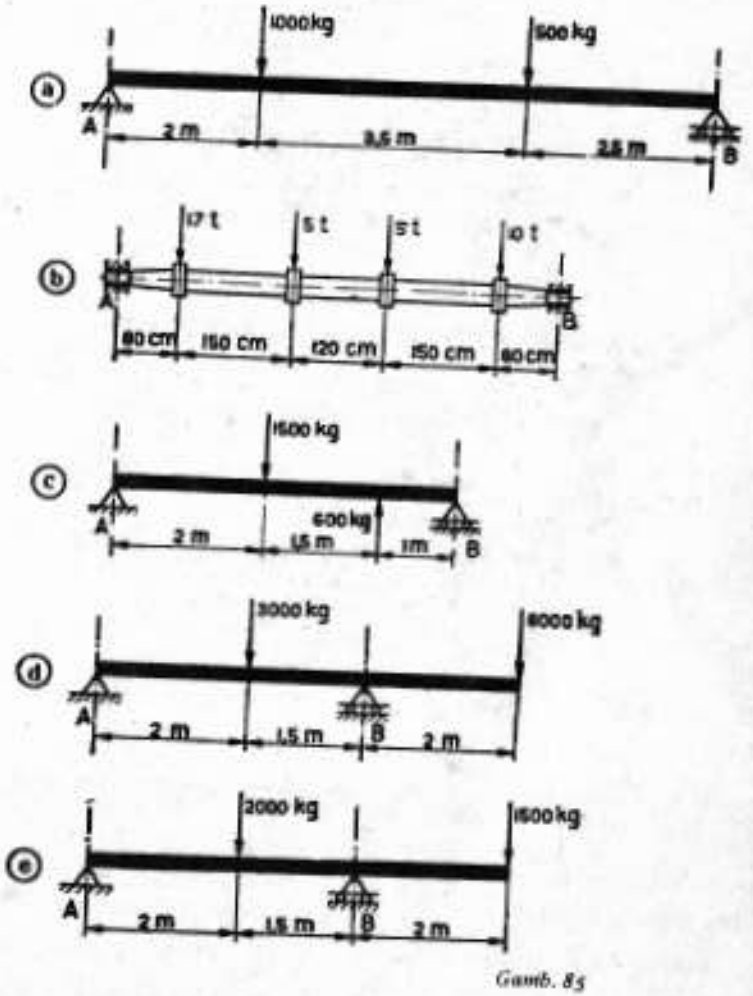
Momen lengkung yang terbesar, yang terdapat pada batang AB, adalah sebesar 24.000 kgcm.

Catatan. Tempat di mana terdapat momen lengkung yang terbesar, sekarang tidak lagi digabungkan pada titik potong garis gaya melintang dengan garis nol.

Lihatlah pula catatan 2 dari halaman 143.

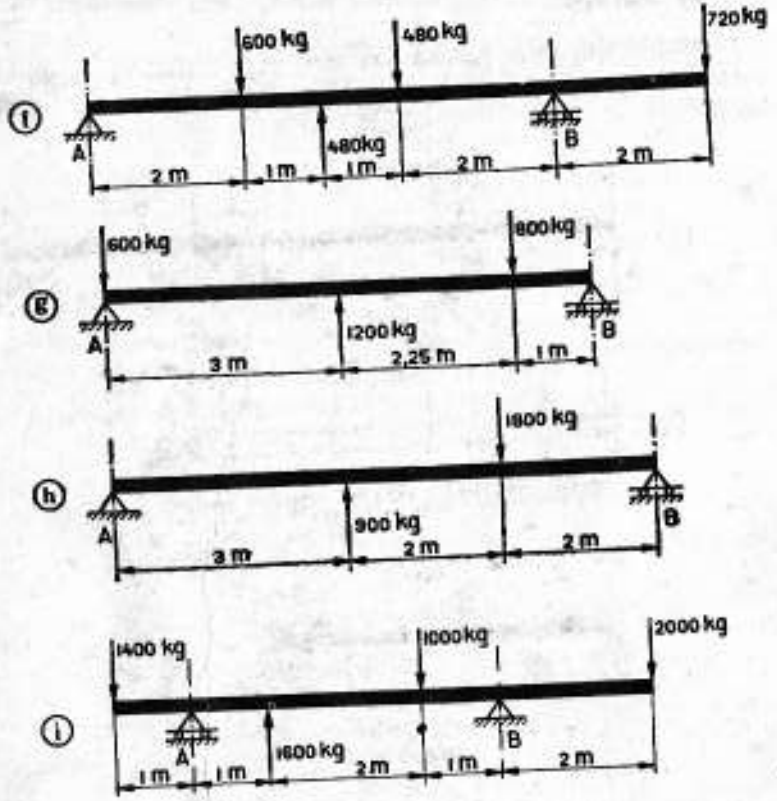
§ 66 Soal-soal

Gambarkanlah garis momen dan garis gaya melintang dalam hal-hal sebagai berikut. Tentukanlah profil I yang dibutuhkan. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².



Gamb. 85

109. Untuk gambar 85*a*.
110. Untuk gambar 85*c*.
111. Untuk gambar 85*d*.
112. Untuk gambar 85*e*.
113. Untuk gambar 85*f*.
114. Untuk gambar 85*g*.
115. Untuk gambar 85*b*.
116. Untuk gambar 85*i*.

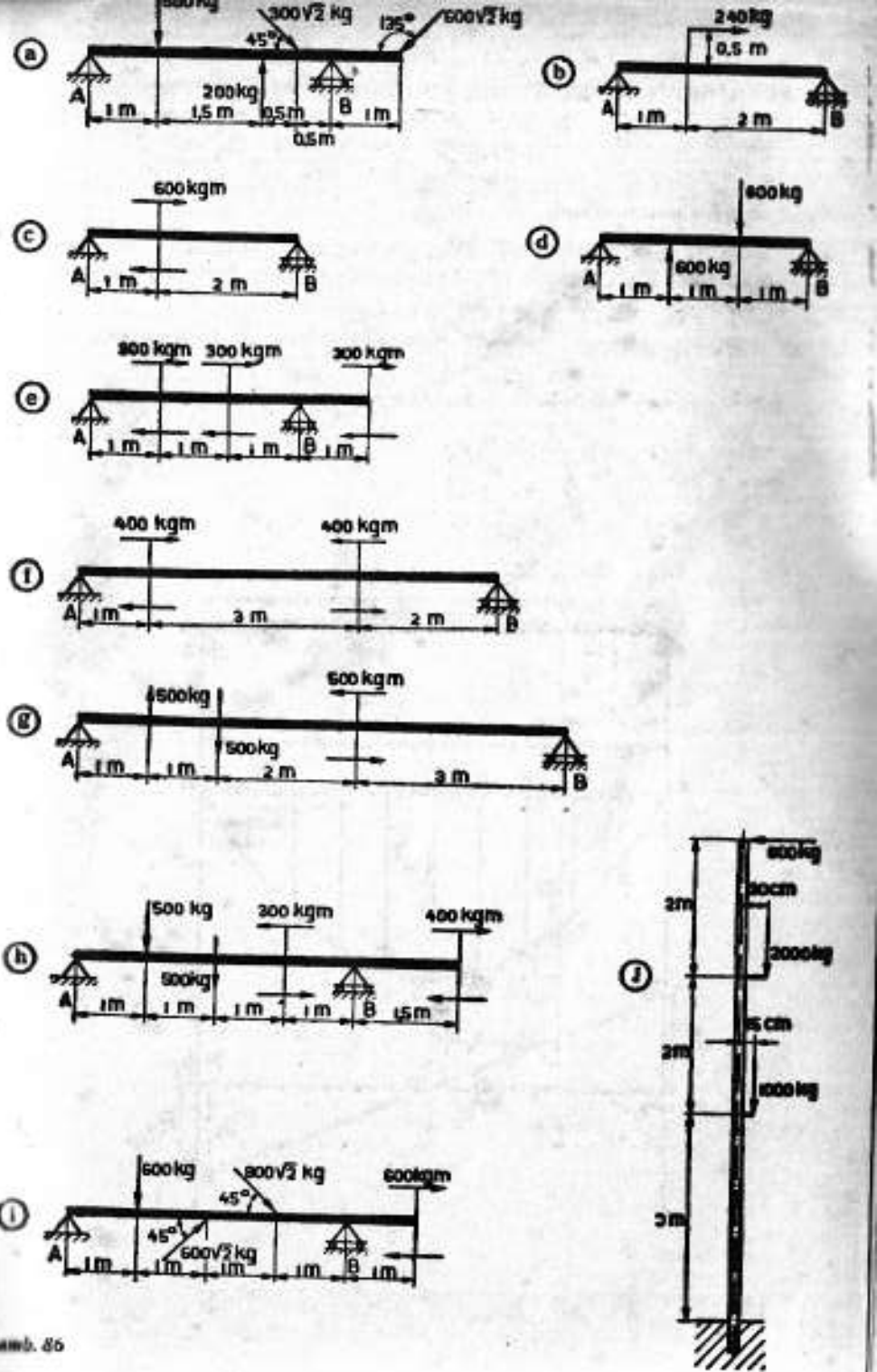


Gamb. 85 (lanjutan)

117. Tentukanlah garis tengah poros bulat dari gambar 85*b*. $\bar{\sigma}_b = 500$ kg/cm^2.

Gambarkanlah garis momen dan garis gaya melintang untuk hal-hal sebagai berikut :

118. Untuk gambar 86*a*.
119. Untuk gambar 86*b*.
120. Untuk gambar 86*c*.
121. Untuk gambar 86*d*.
122. Untuk gambar 86*e*.
123. Untuk gambar 86*f*.
124. Untuk gambar 86*g*.
125. Untuk gambar 86*b*.
126. Untuk gambar 86*i*.
127. Untuk gambar 86*j*.



Gamb. 86

PELAJARAN KE-13 *Perbitungan balok-balok pada lengkungan dengan dua buah titik tunjang dengan beban terbagi.*

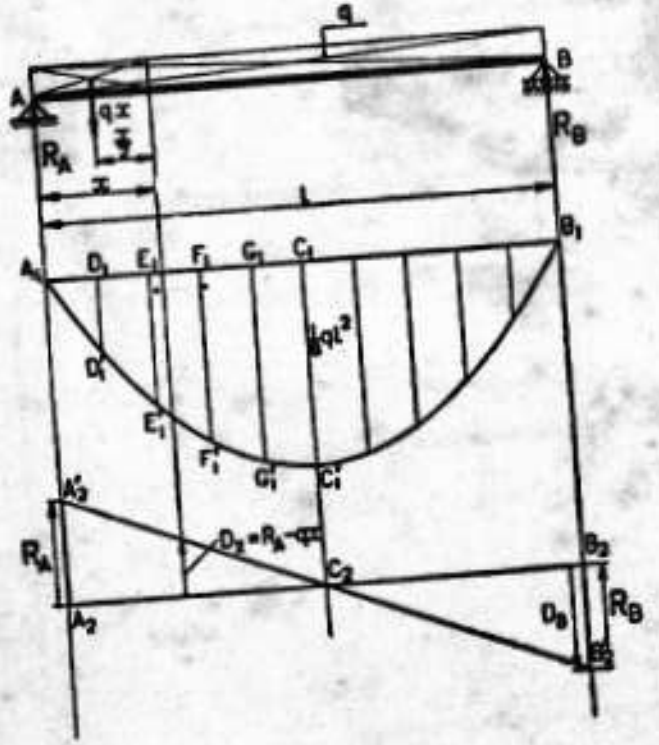
§ 67 Contoh-contoh

Soal 44. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk balok dari gambar 87. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar. Beban tiap kesatuan panjang, adalah q.

Cara menghitung. Beban seluruhnya $Q = ql$. Reaksi-reaksi R_A dan R_B adalah sama satu sama lain dan besarnya adalah $\frac{1}{2}ql$.

Pada penampang sembarangan dari penunjang, besarnya gaya melintang adalah :

$$D_x = R_A - qx = \frac{1}{2}ql - qx.$$



Gamb. 87

Ini adalah fungsi linier dari x, sehingga garis gaya melintang dinyatakan oleh sebuah garis lurus (yang miring).

Untuk $x = 0$, $D_x = D_A = \frac{1}{2}ql$ dan untuk

$$x = l,\ D_x = D_B = -\frac{1}{2}ql.$$

Titik-titik A'_2 dan B'_1 garis gaya melintang ditentukan oleh ini. Jadi sekarang dapat kita menggambarkan garis gaya melintang.

Momen lengkung M_x pada penampang sembarangan, ditentukan oleh :

$$M_x = \frac{1}{2}qlx - qx.\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}qlx - \frac{1}{2}qx^2.$$

Ini adalah fungsi kwadratis dari x, sehingga garis momen adalah sebuah garis lengkung. Kita dapat menggambarkan beberapa titik dari garis lengkung ini, jika sudah diketahui x dan M_x yang bersangkutan. Dalam daftar di bawah ini, terdapatlah harga-harga yang dipakai, untuk mengambarkan garis momen.

x	$Mx = \frac{1}{2}qlx - \frac{1}{2}qx^2$
0	0
$\frac{1}{10}\ l$	$\frac{9}{200}\ ql^2$
$\frac{2}{10}\ l$	$\frac{16}{200}\ ql^2 = \frac{2}{25}ql^2$
$\frac{3}{10}\ l$	$\frac{21}{200}\ ql^2$
$\frac{4}{10}\ l$	$\frac{24}{200}\ ql^2 = \frac{3}{26}ql^2$
$\frac{1}{2}\ l$	$\frac{25}{200}\ ql^2 = \frac{1}{8}ql^2$

Momen lengkung yang terbesar, ternyata adalah sama dengan $\frac{1}{8}ql^2$.

Karena beban *seluruhnya*, adalah $ql = Q$, maka dapatlah juga kita menuliskan bahwa momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan $\frac{1}{8}Ql$.

§ 68 Hubungkan antara M_x dan lukisan gaya melintang

Sekarang kita membicarakan hubungan antara momen-momen lengkung M_x dan M_{x1} pada dua penampang X dan X_1 sembarangan dari sebuah balok, yang dibebani beban terbagi dan gaya-gaya setempat, dan luas bidang gaya melintang, antara garis-garis baca dari X dan X_1.

Perhatikanlah soal dari § 64. Beban terbagi ini kita pisahkan dalam bagian-bagian elementer dan gantikan ini dengan gaya-gaya kecil, yang mempunyai titik pemegang di titik berat di bagian-bagian itu. Untuk keadaan beban yang baru ini, berlakulah sifat dari § 64.

Jika bagian-bagian elementer ini kita ambil cukup kecil, maka hal beban yang baru ini adalah sesuai dengan keadaan beban yang asli, sehingga sifat § 64 pun berlaku untuk hal ini.

Pada umumnya momen lengkung yang terbesar, dapat kita harapkan pada penampang-penampang, yang digabungkan pada titikpotong-titikpotong dari garis gaya melintang dan garis nol.

Pada gambar 87, garis gaya melintang melalui garis nol di titik C_2. Momen lengkung yang terbesar terdapat di titik balok, yang digabungkan pada C_2, jadi adalah tengah-tengah dari balok, jadi momen lengkung yang terbesar adalah sama dengan :

$$M_C = \frac{1}{2}\, ql.\, \frac{1}{2}\, l - \frac{1}{2}\, ql.\, \frac{1}{4}\, l = \frac{1}{8}\, ql^2.$$

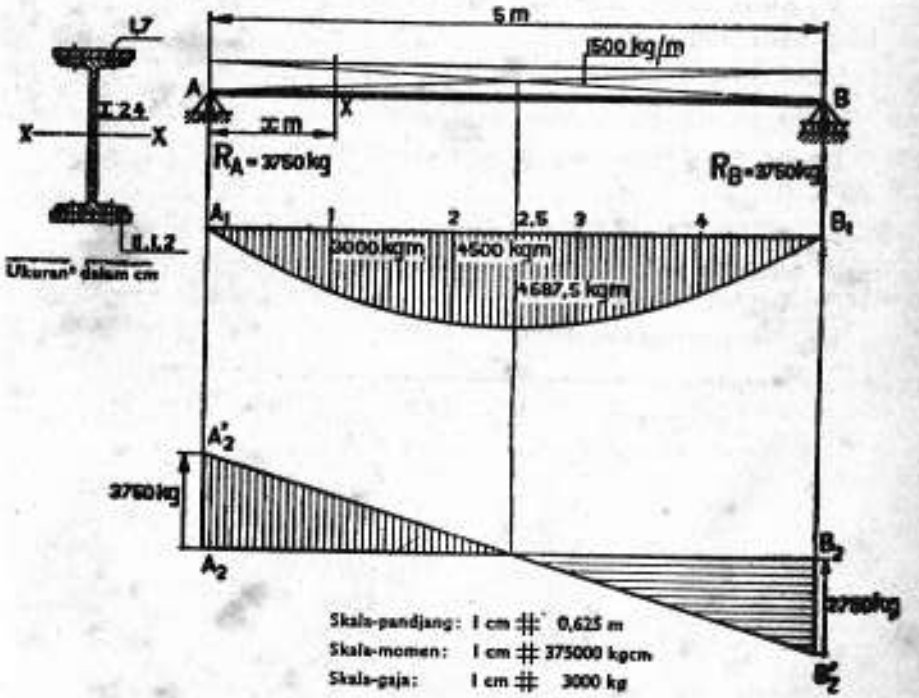
Catatan. Dari apa yang telah diuraikan, dapat kita pergunakan jika kita ingin menghitung momen lengkung pada penampang sembarangan X. Begitulah pada gambar 87, momen lengkung M_x pada suatu penampang yang letaknya pada jarak x sampai A, adalah berbandingan seharga dengan luas bagian bidang gaya melintang, yang sesuai dengan medan x. Jadi terdapatlah :

$$M_x = \frac{1}{2}\, x\, (R_A + R_A - qx) = \frac{1}{2}\, x\, (2R_A - qx) -$$

$$= R_A x - \frac{1}{2}\, qx^2 = \frac{1}{2}\, qlx - \frac{1}{2}\, qx^2.$$

§ 69 Contoh-contoh (lanjutan)

Soal 45. Sebuah balok mendatar, panjangnya adalah 5 m, dan dikedua ujungnya A dan B terdapat penahan-penahan. Pada A terdapat pemasangan engsel sedangkan pada B terdapat pemasangan rol. Balok ini, pada seluruh panjangnya mempunyai beban $q = 1.500$ kg/m yang dibagi teratur. Penampang tengah-tengah balok, dapat dilihat pada gambar 88, pada sebelah kiri. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang. Hitunglah tegangan lengkung yang terbesar.



Gamb. 88

Cara menghitung. Lihatlah gambar 88. Pada balok ini bekerja reaksi-reaksi R_A dan R_B, dan di samping itu, beban yang dibagi teratur. Reaksi di B, letaknya tegak lurus pada AB, sama seperti beban yang dibagi teratur.

Reaksi di A, adalah juga tegak lurus pada AB; dengan tidak susah payah, dapat kita melihat, bahwa reaksi kedua-duanya itu, adalah sama besar

$$R_A = R_B = \frac{1500.5}{2} = 3.750 \text{ kg.}$$

Pada penampang normal sembarangan X, pada jarak x m dari A, bekerja sebuah gaya melintang $D_x = 3.750 - 1.500\, x$ kg.

Momen lengkung di situ adalah :

$$M_x = 3.750x - \frac{1}{2}.\, 1.500x^2 \text{ kgm.}$$

Kedua rumus itu, berlaku untuk $0 \leq x \leq 5$.

D_x adalah fungsi linier dari x, garis gaya melintangnya adalah sebuah garis lurus.

Untuk $x = 0$, $D_x = D_A = 3.750$ kg.

Untuk $x = 5$, $D_x = D_B = -3.750$ kg.

Dengan pertolongan harga-harga ini, kita dapat menggambarkan garis $A'_1B'_2$.

M_x adalah fungsi kwadratis dari x, garis momennya adalah sebuah garis lengkung. Ini dapat kita gambarkan, kalau kita mengetahui koordinaat-koordinaat beberapa titik garis lengkung ini.

Lihatlah tabel di bawah ini.

x dalam m	$M_x = 3750\,x - \frac{1}{2}.1500.\,x^2$ kgm
0	0
1	3000
2	4500
2,5	4687,5
3	4500
4	3000
5	0

Dengan nilai-nilai ini, dapat kita gambarkan garis momen. Momen lengkung yang terbesar, terdapat di tengah-tengah.

$M = 4687{,}5$ kgm $= 468.750$ kgcm.

Momen kelembaman I_x penampang normal balok yang tidak menjadi lemah dari gambar 88 terhadap garis XX, adalah sama dengan :

$$I_x = 4.250 + 2\left\{\frac{1}{12}.11.1{,}2^3 + (12 + 0{,}6)^2.11.1{,}2\right\} \sim 8.444 \text{ cm}^4.$$

Karena pada penampang, di mana terdapat momen lengkung yang terbesar, terdapat pelemahan paku, maka kita harus menghitung dengan $I'_x = I_x$ — momen kelembaman pelemahan paku.

Jika tebal flens profil-I, sesuai dengan tabel-tabel profil, kita ambil sama dengan 1,31 cm, maka terdapatlah :

$$I'_x = I_x - 4\left\{\frac{1}{12}.1{,}7.(1{,}31 + 1{,}2)^3 + 11{,}94^2.1{,}7.(1{,}31 + 1{,}2)\right\} \sim$$

$$8.444 - 2.442 \sim 6.002 \text{ cm}^4.$$

Pada ini termasuk momen tahanan :

$$W = \frac{6002}{13{,}2} \sim 455 \text{ cm}^3.$$

Jadi tegangan lengkung yang terbesar, adalah :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{468.750}{455} \sim 1.030 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 46. Tentukanlah reaksi-reaksi untuk balok dari gambar 89. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang.

Tentukanlah momen lengkung yang terbesar. Hitunglah dan uraikanlah tegangan lengkung yang terbesar, yang terdapat pada balok.

Cara menghitung. Kedua gaya dari 28 t, beban yang dibagi rata dan reaksi pada B, kesemuanya itu mempunyai arah yang sama.

R_A seharusnya sejajar dengan R_B.

Dengan tidak susah payah, dapat kita melihat, bahwa R_A adalah sama dengan R_B, dan juga sama dengan setengahnya beban seluruhnya. Jadi kita mendapat :

$$R_A = R_B = \tfrac{1}{2}\,(28 + 28 + 8{,}4) = 44 \text{ t}.$$

Sekarang kita berturut-turut meninjau medan-medan AC, CD dan DB.

Medan AC. $0 \leqq x \leqq 2$.

$D_x = 44 - 4x$ t. Gaya melintang ini adalah fungsi linier dari x, dan dinyatakan oleh sebuah garis lurus. Untuk $x = 0$, D_x adalah $= 44$ t, D_x arahnya ke atas dan digambarkan oleh $A_2A'_2$. Untuk $x = 2$, $D_x = D_C = 44 - 4.2 = 36$ t.

Arah D_x adalah ke atas lagi, dan dinyatakan oleh $C_2C'_2$.

Garis gaya melintang letaknya berimpitan dengan $A'_2C'_2$.

$M_x = 44x - 4x.\,\frac{x}{2} = 44x - 2x^2$ tm. M_x adalah fungsi kwadratis dari x dan digambarkan oleh sebuah garis lengkung.

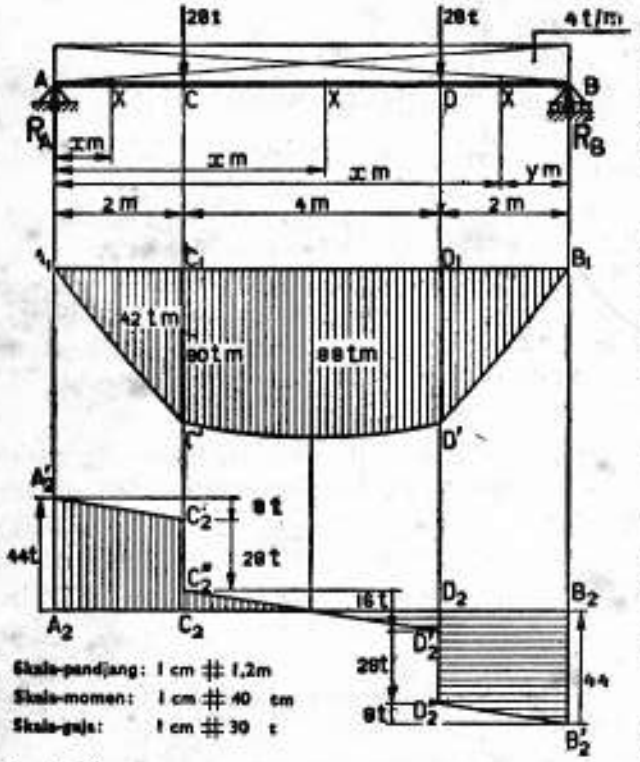
Beberapa ordinat-ordinat garis lengkung ini, kita hitung sebagai di bawah ini, lihat tabel.

Medan CD. $2 \leqq x \leqq 6$.

$$D_x = 44 - 28 - 4x = 16 - 4x \text{ t}.$$

Karena D_x adalah fungsi linier dari x, maka garis gaya melintang adalah sebuah garis lurus.

Untuk $x = 2$, $D_x = D_C = 16 - 4.2 = 8$ t; pada ini termasuk titik C''_2 ($C_2C'_2 = 8$ t). Untuk $x = 6$, $D_x = D_D = 16 - 4.6 = -8$ t.



Gamb. 89

Gaya melintang ini arahnya adalah ke bawah, dan digambarkan oleh $D_2D'_2$.

Bagian garis gaya melintang ini, letaknya berimpitan dengan garis lurus $C''_2D'_2$.

$M_x = 44x - 4x\frac{x}{2} - 28(x - 2) = 44x - 2x^2 - 28x + 56 = -2x^2 + 16x + 56$ tm.

M_x adalah fungsi kwadratis dari x, dan dinyatakan oleh sebuah garis lengkung. Beberapa nilai dari M_x dapat kita lihat pada tabel di bawah.

Medan DB. $6 \leq x \leq 8$.

$D_x = 44 - 4x - 28 - 28 = -12 - 4x$ t.

Garis gaya melintang dari DB adalah sebuah garis lurus lagi. Titik-titik D''_2 dan B''_2 dari garis lurus ini, dapat kita ketemukan dengan cara sebagai berikut.

Untuk $x = 6$, $D_x = D_D = -12 - 4.6 = -36$ t. Jadi $D_2D''_2$ adalah 36 t.

Untuk $x = 8$, $D_x = D_B = -12 - 4.8 = -44$ t.

Pada ini termasuk titik B'_2.

$M_x = 44x - 4x\frac{x}{2} - 28(x - 2) - 28(x - 6) = 44x - 2x^2 - 56x + 56 + 168 = -2x^2 - 12x + 224$ tm.

Dari perhitungan-perhitungan ini ternyatalah bahwa garis momen untuk medan ini adalah juga merupakan garis lengkung.

Lihatlah untuk beberapa nilai dari M_x dalam daftar.

Medan	x	Rumus untuk M_x M_x dalam tm.	Nilai untuk M_x dalam tm.
AC	0	$44x - 2x^2$	0
	1		42
	2		80
CD	2	$-2x^2 + 16x + 56$	80
	4		88
	6		80
DB	6	$-2x^2 - 12x + 224$	80
	7		42
	8		0

Momen lengkung yang terbesar terdapat di tengah-tengah, dan jumlahnya adalah 88 tm. Menurut halaman 94, $I_{x_{netto}}$ untuk gambar 46, adalah sama dengan 148.798 cm⁴. $W = \frac{I}{e} = \frac{148.798}{29} \sim 5.131$ cm³.

Jadi dari $\sigma = \frac{M}{W}$ dengan $M = 8.800.000$ kgcm dan $W \sim 5.131$ cm³,

terdapatlah : $\sigma = \frac{8.800.000}{5.131} \sim 1.715$ kg/cm².

Catatan. Tegangan ini adalah terlalu tinggi, jadi profilnya harus kita buat berat. Hal ini dapat kita lakukan dengan cara yang mudah dan baik yaitu, dengan jalan memberikan kepadanya dua buah pelat sisi.

Jadi kita menambah serat-serat luar, ini berarti penambahan penting untuk memperbesar momen kelembaman dan momen tahanan.

Jika kita pada sebelah atas dan sebelah bawah pada panjang seluruhnya menambahkan dua buah pelat sisi setebal 1,5 cm, maka selanjutnya kita serahkan pada para pembaca, untuk menghitung berapa besarkah tegangan yang terbesar.

Soal 47. Tentukanlah bidang momen dan bidang gaya melintang untuk penunjang dari gambar 90.

Tentukanlah pula momen lengkung yang terbesar. Tentukanlah besarnya profil I, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

Cara menghitung. Beban dan kedua reaksi R_A dan R_B bekerja tegak lurus pada AB. Kita dapat menghitung R_A dengan jalan mempergunakan dalil momen terhadap B dan R_B, dengan mempergunakan dalil momen terhadap A. Pada perhitungan *ini* beban yang dibagi teratur dapat kita ganti dengan Q, yang mempunyai arah yang sama dan besar yang sama seperti beban-beban yang dibagi teratur. Tenaga ini berpusat di tengah-tengah medan CD.

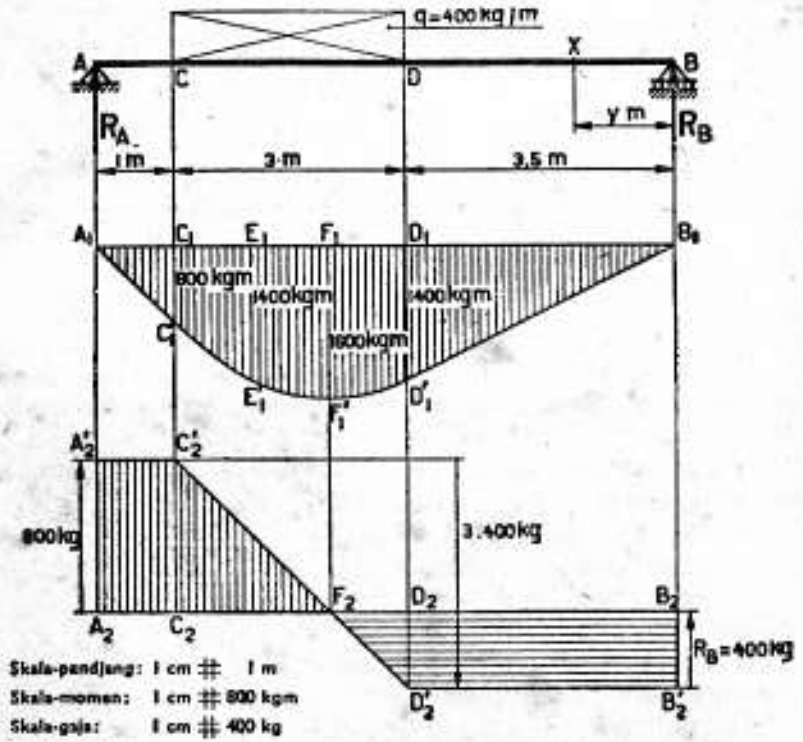
Besar Q adalah $= 400.3 = 1.200$ kg. Dengan begini terdapatlah :

$R_A.7{,}5 \; -1200.5 = 0$, atau $R_A = 800$ kg, dan

$-R_B.7{,}5 + 1200.2{,}5 = 0$, atau $R_B = 400$ kg.

Pemeriksaan. Menurut $\Sigma Y = 0$, maka seharusnya :

$R_A - 1200 + R_B = 0$, ini adalah betul, karena $R_A + R_B = 1.200$ kg.



Gamb. 90

Medan AC. $0 \leqq x \leqq 1$.

$D_x = R_A = 800$ kg. Gaya melintang ini adalah tetap (konstan), dan mempunyai arah ke atas. Garis gaya melintang $A'_2C'_2$ adalah sejajar dengan garis nol.

Pada suatu penampang X, pada jarak x m dari titik A, $M_x = 800\ x$ kgm.

M_x adalah fungsi linier dari x, sehingga garis momen adalah garis lurus. Untuk $x = 0$, maka $M_x = M = 0$, pada ini termasuk titik A_1. Untuk $x = 1$, $M_x = M_C = 800$ kgm. Pada ini termasuk titik C'_1. Garis momen letaknya berimpitan dengan garis $A_1C'_1$.

Medan CD. $1 \leqq x \leqq 4$.

Pada suatu penampang X, yang letaknya pada jarak m dari A, terdapatlah :

$$D_x = 800 - 400\ (x - 1) = 1.200 - 400\ x \text{ kg.}$$

D_x adalah fungsi linier dari x, jadi garis gaya melintangnya adalah garis lurus.

Untuk $x = 1$, $D_x = D_C = 800$ kg, untuk $x = 4$, $D_x = D_D = -400$ kg. Dengan begini, terdapatlah titik-titik C'_2 dan D'_2 dari garis gaya melintang.

$M_x = 800x - 200\ (x - 1)^2 = -200x^2 + 1.200x - 200$ kgm.

Ini adalah fungsi kwadratis dari x, jadi garis momennya adalah sebuah garis lengkung. Kita mendapat beberapa titik dari garis lengkung ini, dengan jalan menghitung M_x, dengan beberapa nilai untuk x.

Untuk $x = 1$, kita dapat : $M_x = M_C = 800$ kgm.

" $x = 2$, " " : $M_x = M_E = 1.400$ kgm.

" $x = 3$, " " : $M_x = M_F = 1.600$ kgm.

" $x = 4$, " " : $M_x = M_D = 1.400$ kgm.

Dengan begini, terdapatlah titik-titik C'_1, E'_1, F'_1, dan D'_1 dari garis momen.

Medan DB. $4 \leqq x \leqq 7{,}5$.

Gaya melintang pada suatu penampang X sembarangan yang letaknya pada jarak x m dari titik A, kita namakan lagi D_x sedangkan momen lengkungnya kita nyatakan lagi dengan M_x.

$D_x = -(R_B) = -400$ kg. Garis gaya melintang adalah sejajar dengan garis nol. Karena D_x ini adalah negatif maka garis gaya melintang $D'_2B'_2$ kita gambarkan di bawah garis nol. $D_2D'_2 = B_2B'_2 = 400$ kg.

$M_x = -(-400y) = 400y$ kgm. Garis momen adalah garis lurus, karena M_x adalah fungsi linier dari y. Untuk $y = 0$, $M = M_B = 0$ dan untuk $y = 3{,}5$, $M_x = M_D = 1.400$ kgm. Garis momen yang bersamaan, adalah D'_1B_1.

Menurut § 68, maka momen lengkung yang terbesar, terdapat pada titik, di mana gaya melintang adalah nol. Karena itu, kita tinjau lagi bagaimana jalan gaya melintang D_x. Dahulu kita melihat, bahwa gaya melintang pada medan AC, adalah sama dengan 800 kg, dan pada medan DB sama dengan — 400 kg. Dapatlah kita mengharapkan, bahwa gaya melintang D_x pada medan CD, mencapai harga nol.

Dari $D_x = 1.200 - 400x$, terdapatlah, bahwa D_x akan menjadi nol, untuk harga-harga itu dari x, di mana $1.200 - 400x = 0$. Hal ini terdapat, jika

$$x = \frac{1.200}{400} = 3$$

Momen lengkung yang terbesar, akan terdapat pada penampang F, yang letaknya pada jarak 3 m dari titik A. Dari $M_x = -200x^2 + 1.200x - 200$ kgm, terdapatlah momen lengkung yang terbesar,

$$M_F = -200.3^2 + 1200.3 - 200 = 1.600 \text{ kgm.}$$

Dengan $W = \frac{M}{\sigma_b}$, terdapatlah : $W = \frac{160.000}{1200} \sim 133$ cm³.

Untuk ini dapat kita memilih profil DIN-12, dengan $W_x = 140$ cm³. Tegangan lengkung yang terbesar, tidak akan melampaui harga $\frac{160.000}{140} \sim 1.143$ kg/cm².

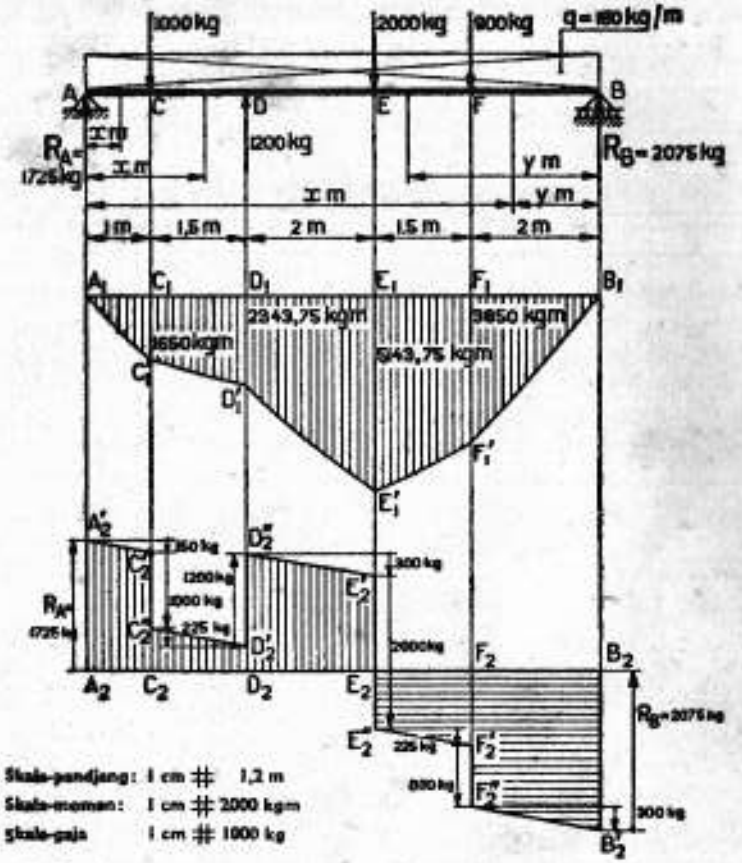
Soal 48. Tentukanlah reaksi-reaksi untuk penunjang dari gambar 91. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung terbesar. Pilihlah profil yang baik, yang kita butuhkan, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

Cara menghitung. Dengan tidak susah payah, dapat kita melihat, bahwa reaksi-reaksi itu adalah sejajar satu sama lain, dan tegak lurus pada AB. Untuk dapat menghitung R_A, hendaknya dipergunakan dalil momen terhadap B. Beban yang dibagi teratur, kita umpamakan diganti oleh gaya Q, yang mempunyai arah sama dengan beban, yang berpusat di tengah-tengah, dan besarnya adalah 8.150 atau 1.200 kg.

Jadi terdapatlah :

$R_A . 8 - 1000.7 + 1200.5{,}5 - 1200.4 - 2000.3{,}5 - 800.2 = 0$

atau $R_A = 1.725$ kg.



Gambar 91

Dengan jalan seperti ini, kita dapat juga menghitung besarnya R_B, dengan menggunakan dalil momen, terhadap A :

$1000.1 - 1200.2{,}5 + 1200.4 + 2000.4{,}5 + 800.6 - R_B . 8 = 0.$

atau : $R_B = 2.075$ kg.

Pemeriksaan. Menurut $\Sigma y = 0$, haruslah :

$R_A - 1.000 + 1.200 - 1.200 - 2.000 - 800 + R_B = 0.$

Ini adalah tepat, karena $R_A + R_B = 1.725 + 2.075 = 3.800$ kg.

Titik-titik pemegang gaya-gaya, membagi balok ini dalam lima medan. Untuk tiap-tiap medan ini, kita hitung D_x dan M_x dengan rumus, yang telah kita ketahui.

Jikalau momen lengkung M_x pada suatu penampang sembarangan X, kita nyatakan sebagai fungsi jarak (x) penampang X hingga ujung kiri, maka terdapatlah, bahwa M_x, maupun di medan AD, ataupun di medan BC, adalah fungsi kwadratis dari x. Jadi garis momen dikedua bagian, dinyatakan dengan sebuah garis lengkung. Untuk dapat menggambar garis-garis lengkung ini, maka kita menghitung dahulu momen-momen lengkungnya diberbagai-bagai penampang.

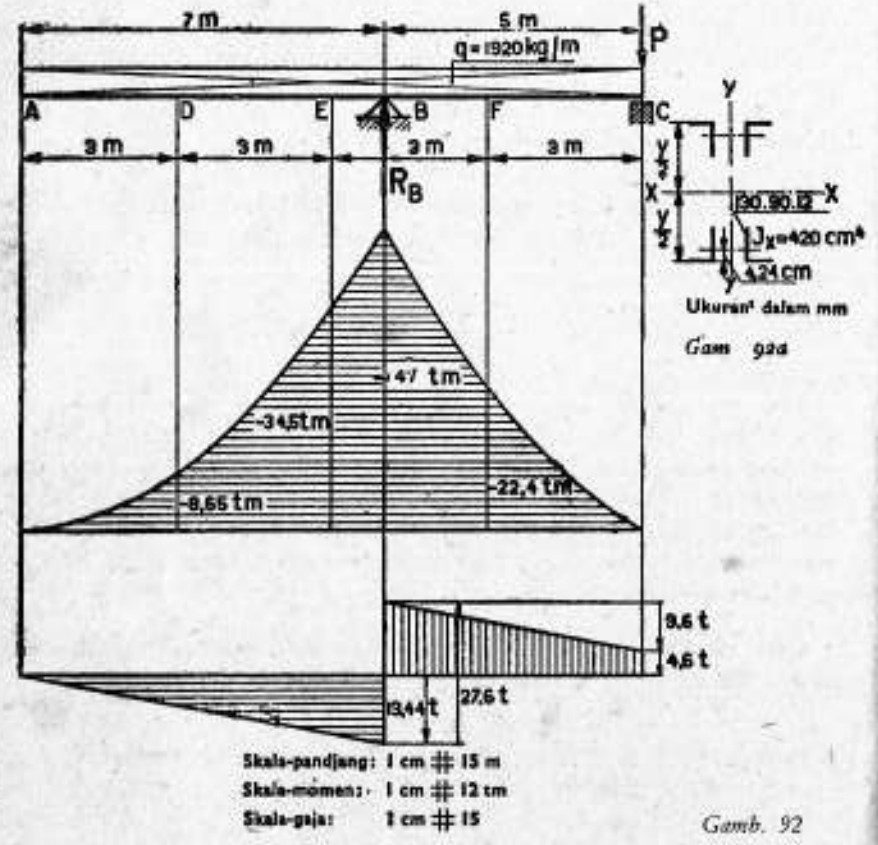
$M_A = 0$, $M_D = -\frac{1}{2}.\ 1{,}92.3^2 \sim -8{,}65$ tm.

$M_E = -\frac{1}{2}.\ 1{,}92.6^2 \sim -34{,}5$ tm.

$M_B = -\frac{1}{2}.\ 1{,}92.7^2 \sim -47$ tm.

$M_F = -\frac{1}{2}.\ 1{,}92.9^2 + 21{,}6.2 \sim -22{,}4$ tm.

$M_C = 0$.



Gamb. 92a

Gamb. 92

Garis gaya melintang dari gambar 92 tidak usah kita uraikan lagi. Penampang yang berbahaya, adalah di B. Momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan $M_B = 47$ tm.

Momen tahanan yang dibutuhkan, adalah menurut rumus pelengkungan :

$$W = \frac{M}{\bar{\sigma}_b} = \frac{4.700.000}{1.200} \sim 3.920 \text{ cm}^3.$$

Soal 50. Jembatan putar ABC, dari soal yang lampau, terdiri atas empat buah siku-siku. Penampang normalnya terdiri atas 4 profil dengan ukuran 130.90.12, lihat gambar 92*a*.

Pada jarak berapakah, harus kita pasangkan ini, agar supaya tegangan lengkung yang terbesar jangan melampaui tegangan yang diijinkan sebesar 1.200 kg/cm² ?

Cara menghitung. Pada gambar 92*a*, adalah :

$$I_x = 4.\left[420 + \left(\frac{y}{2} - 4{,}24\right)^2.25{,}1\right] \text{cm}^4.$$

Dari rumus ini, dengan $W = \frac{I_x}{\frac{1}{2}y}$, terdapatlah :

$$W = \frac{8[420 + (y - 8{,}48)^2.6{,}28]}{y} \text{ cm}^3.$$

Menurut yang terdahulu, W seharusnya = 3.920 cm³, jadi kita mendapat :

$$8[420 + (y - 8{,}48)^2.6{,}28] = 3920\ y$$

atau

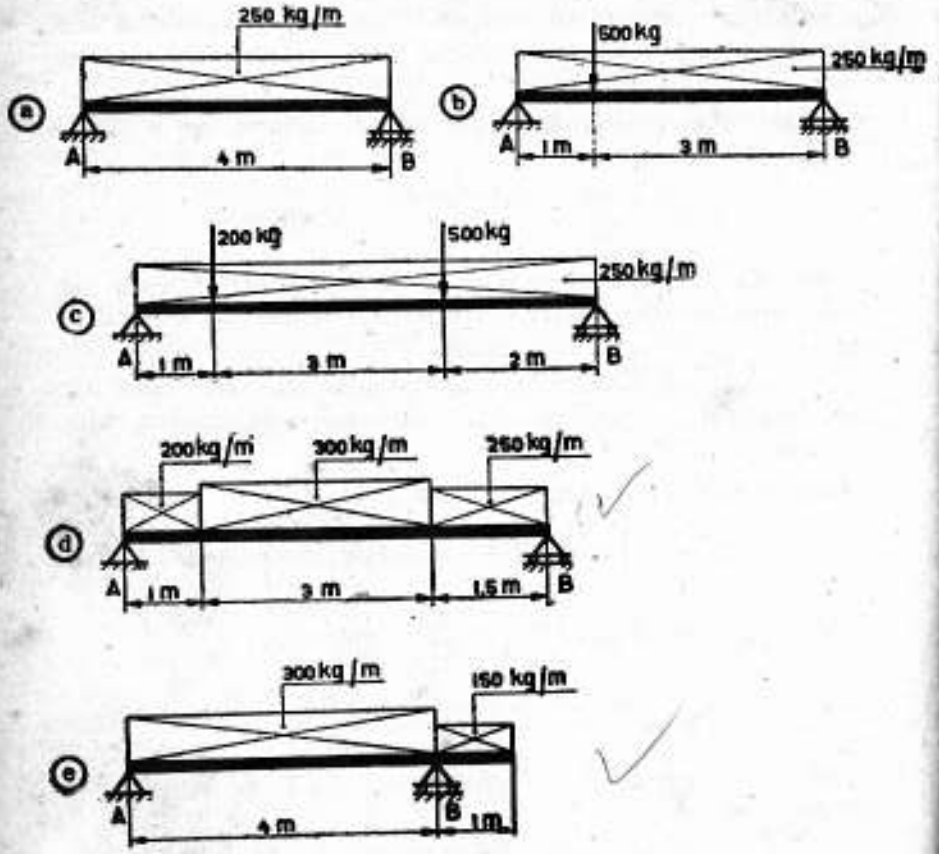
$$6{,}28\ y^2 - 596{,}5\ y + 871{,}60 = 0.$$

Akar persamaan pangkat dua ini yang dapat dipakai dalam soal-soal ilmu gaya, adalah ~ 93,5 cm. Jadi jarak sisi atas profil hingga sisi bawah profil, dapatlah kita ambil sebesar 94 cm.

§ 70 Soal-soal

Gambarkanlah garis momen dan garis gaya melintang untuk tiap-tiap dari balok-balok ini, dan tentukanlah pula profil-I yang dibutuhkan, jika diketahui $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

128. Untuk gambar 93*a*.
129. Untuk gambar 93*b*.
130. Untuk gambar 93*c*.
131. Untuk gambar 93*d*.
132. Untuk gambar 93*e*.
133. Untuk gambar 93*f*.

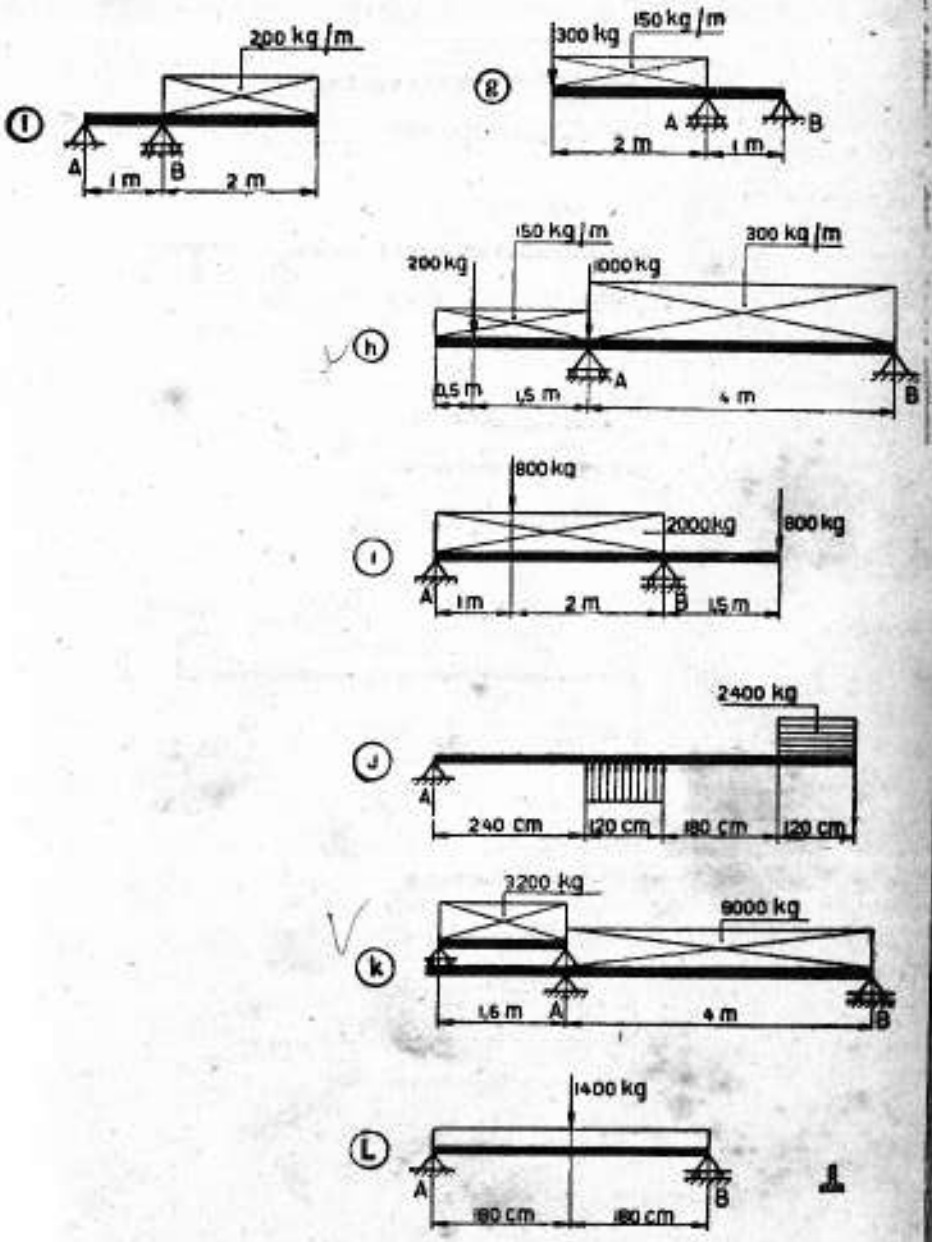


Gamb. 93a÷93e

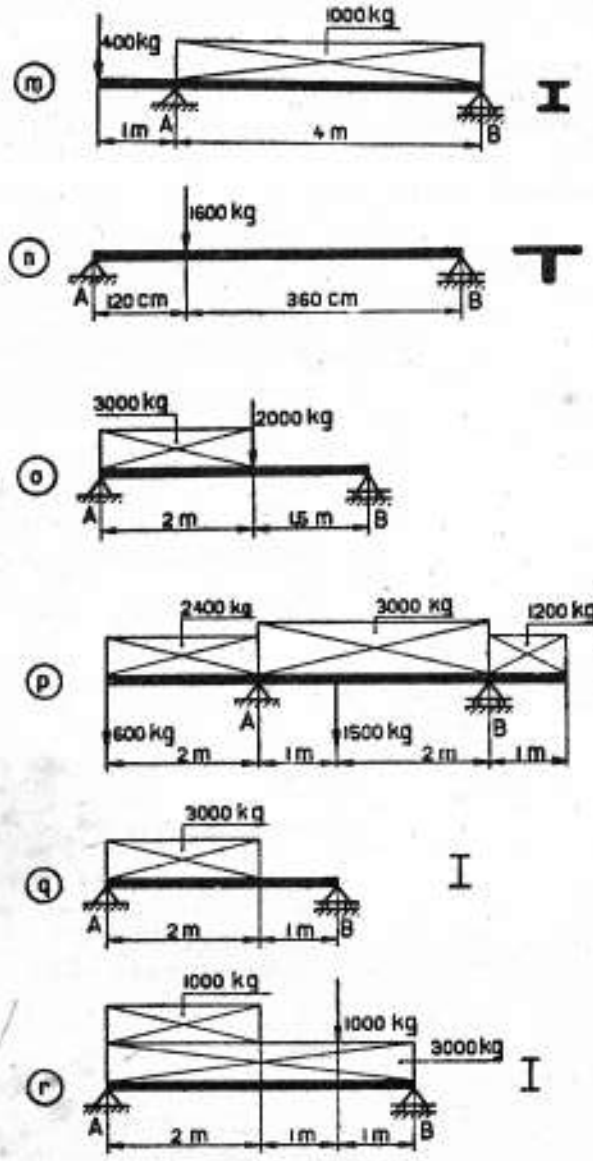
134. Untuk gambar 93*g*.
135. Untuk gambar 93*b*.
136. Untuk gambar 93*i*.
137. Untuk gambar 93*j*.
138. Untuk gambar 93*k*.
139. Untuk gambar 93*l*.

Gambarkanlah garis M_x dan garis D_x. Tentukanlah profil yang dibutuhkan (pada gambar 93*o* adalah profil-I) dalam hal-hal sebagai berikut :

140. Untuk gambar 93*m*.
141. Untuk gambar 93*n*.
142. Untuk gambar 93*o*.
143. Untuk gambar 93*p*.
144. Untuk gambar 93*q*.
145. Untuk gambar 93*r*.



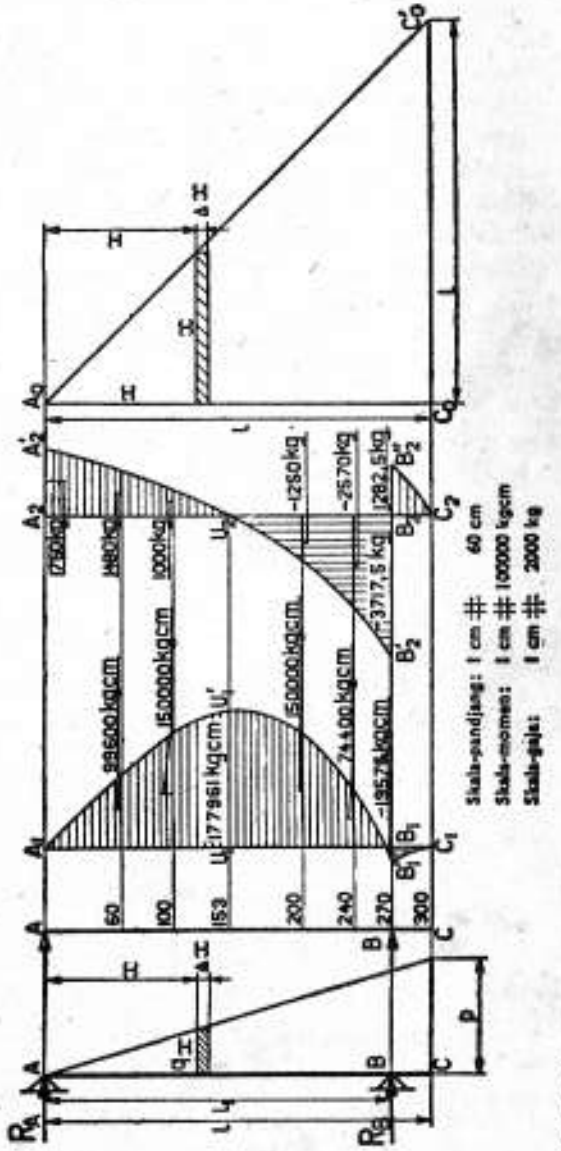
Gamb. 93f÷93l



Gamb. 93m ÷ 93r

§ 71 Balok dengan beban segitiga

Soal 51. Tiang tegak sebuah dinding bendungan mempunyai tahanan dan dibebani menurut gambar 94. Tentukanlah besarnya reaksi-reaksi. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang.



Gamb. 94

Tentukanlah ukuran-ukuran tiang ini, jika tiang itu mempunyai penampang yang berbentuk segipanjang dengan sisi-sisi b cm dan h cm. Tiang itu dipasang sebaik-baiknya.

$h = 2b$. $l_1 = 2{,}7$ m. $l = 3$ m. $p = 45$ kg/cm [1]). $\bar{\sigma}_b = 80$ kg/cm^2.

Cara menghitung. Selain apa yang dikatakan beban segitiga, maka pada tiang itu bekerja juga reaksi-reaksi di A dan B. Sebelumnya, kita harus menentukan dahulu reaksi-reaksi ini. Untuk dapat mencapai ini, maka kita umpamakan beban ini terbagi dalam bagian-bagian yang bekerja pada bagian-bagian elementer $\triangle x$ dari tiang itu.

Jika $\triangle x$ kita ambil cukup kecil, maka „beban trapesium" bagian semacam itu, kita umpamakan diganti oleh „beban segipanjang" yang diartikan, beban yang dibagi teratur.

Jika kita umpamakan, beban yang dibagi teratur itu, adalah pada bagian $\triangle x$ dipenampang normal sembarangan X ditentukan oleh q_x maka beban bagian itu, adalah kira-kira sama dengan $q_x.\triangle x$. Jumlah semua beban ini (pada nilai-nilai $\triangle x$, yang cukup kecil) adalah sesuai dengan beban yang diberikan.

Dengan beban-beban $q_x.\triangle x$, maka kita dapat menghitung selanjutnya dengan mudah, karena ini kita dapat nyatakan dalam harga p yang diberikan.

Dari gambar dengan pertolongan segitiga-segitiga yang sebangun terdapatlah :

$$q_x : p = x : l,$$

sehingga

$$q_x = \frac{x}{l} p \text{ dan } q_x.\triangle x = \frac{px.\triangle x}{l}.$$

Jadi penunjang ini dibebani kedua reaksi dan sejumlah banyak gaya-gaya elementer, sebesar $\frac{px.\triangle x}{l}$ (masing-masing bekerja pada jarak x dari A). Sekarang kita dapat menghitung R_A dan R_B. Jika kita mempergunakan dalil momen terhadap A, maka $-R_B.l_1$ + jumlah momen-momen dari gaya-gaya elementer :

$$-R_B.l_1 + \Sigma\,(q_x.\triangle x) = -R_B l_1 + \Sigma \frac{px.\triangle x}{l} x =$$

$$-R_B.l_1 + \frac{p}{l} \Sigma x^2.\triangle x = 0, \text{ atau } R_B = \frac{p}{ll_1} \Sigma x^2.\triangle x.$$

[1]) p ialah pembebanan tiap kesatuan panjang dan di sini sama dengan 45 kg/cm. Artinya : jika pembebanan di tempat p bekerja, adalah rata, maka sepanjang 1 cm akan terdapat pembebanan 45 kg.

Jika kita mempergunakan dalil momen terhadap B maka terdapatlah :

$$R_A.l_1 - \Sigma \frac{px.\triangle x}{l} (l_1 - x) = 0, \text{ atau.}$$

$$R_A.l_1 - \Sigma \frac{pl_1x.\triangle x}{l} + \Sigma \frac{px^2.\triangle x}{l} = 0, \text{ atau}$$

$$R_A.l_1 - \frac{pl_1}{l} \Sigma x.\triangle x + \frac{p}{l} \Sigma x^2.\triangle x = 0, \text{ atau}$$

$$R_A = \frac{-p \Sigma x^2.\triangle x + pl_1 \Sigma x.\triangle x}{l.l_1}.$$

Reaksi-reaksi ini dapat kita hitung lebih lanjut lagi, dengan jalan menentukan jumlah-jumlah $\Sigma x.\triangle x$ dan $\Sigma x^2.\triangle x$. Ini kita lakukan lagi dengan suatu cara akal. Lihatlah gambar 94, gambar pertama dari kanan. $\Sigma x.\triangle x$ adalah sesuai dengan luas segitiga yang digambar, dan besarnya adalah sama dengan :

$$\Sigma x.\triangle x = \frac{1}{2} l^2.$$

$\Sigma x^2.\triangle x = \Sigma x \times x \triangle x$ adalah sama dengan momen segitiga terhadap garis AA_0, sehingga $\Sigma x^2.\triangle x = \frac{1}{2} l^2 . \frac{2}{3} l = \frac{1}{3} l^3$.

Dengan harga-harga ini, terdapatlah :

$$R_B = \frac{p}{ll_1} \cdot \frac{1}{3} l^3 = \frac{pl^2}{3l_1}. \quad R_A = \frac{\frac{-pl^3}{3} + \frac{pl_1l^2}{2}}{ll_1} = \frac{p(3l_1 - 2l)}{6l_1} l.$$

Pemeriksaan. Menurut $\Sigma X = 0$, seharusnya :

$$R_A + R_B - \text{beban} = 0.$$

Bebannya adalah sama dengan $\Sigma q_x.\triangle x =$

$$\Sigma \frac{px\,\triangle x}{l} = \frac{p}{l} \Sigma x.\triangle x = \frac{p}{l} \cdot \frac{l^2}{2} = \frac{1}{2} pl$$

sedangkan

$$R_A + R_B = \frac{p(3l_1 - 2l)l}{6l_1} + \frac{pl^2}{3l_1}$$

adalah juga sama dengan $\frac{1}{2} pl$. Jadi kontrole tadi adalah tepat.

Catatan. Reaksi-reaksi R_A dan R_B dapat juga kita tentukan sebagai berikut. Beban kita ganti dengan gaya P setempat yang besarnya

sama dengan „luas" segitiga beban. Jadi P adalah sama dengan $\frac{1}{2} pl$.

Jika sekarang kita mempergunakan dalil momen terhadap B, maka terdapatlah :

$$R_A l_1 - \frac{1}{2} pl \left(l_1 - \frac{2}{3} l \right) = 0, \text{ atau}$$

$$R_A = \frac{1}{2} pl - \frac{pl^2}{3l_1} = \frac{p(3l_1 - 2l)l}{6l_1}; \quad R_B = \frac{1}{2} pl - R_A = \frac{pl^2}{3l_1}.$$

Hasil-hasil ini, adalah sesuai dengan yang lampau.

Catatan ini kita pergunakan untuk menentukan rumus gaya melintang dan rumus momen lengkung.

Medan AB. $0 \leqq x \leqq 270$ cm.

$D_x = R_A - \Sigma q_x \Delta x$.

Di sini $\Sigma q_x . \Delta x$ adalah sesuai dengan luas segitiga beban pada medan AX. Menurut yang lampau, maka

$$\Sigma q_x . \Delta x = \frac{1}{2} q_x . x = \frac{1}{2} \frac{xp}{l} x = \frac{px^2}{2l}.$$

Jadi $D_x = R_A - \frac{px^2}{2l}$.

D_x adalah fungsi kwadratis dari x; ini akan dinyatakan oleh sebuah garis lengkung.

M_x adalah momen lengkung pada penampang normal X dan besarnya adalah sama dengan R_{Ax} dikurangi dengan „momen segitiga beban" untuk medan AX, terhadap X. Luas segitiga tadi, telah kita hitung sebelum ini, ini adalah sama dengan $\frac{px^2}{2l}$.

Jarak antara titik berat segitiga ini dan penampang normal X, adalah $\frac{1}{3} x$.

Jadi momen segitiga beban, adalah :

$$\frac{px^2}{2l} \cdot \frac{1}{3} x = \frac{px^3}{6l}$$

sehingga kita mendapat :

$$M_x = R_A x - \frac{px^3}{6l}.$$

M_x adalah fungsi pangkat tiga dari x; garis momennya adalah sebuah garis lengkung.

Medan BC. $270 \text{ cm} \leqq x \leqq 300 \text{ cm}$.

Dengan cara serupa, terdapatlah :

$$D_x = R_A + R_B - \Sigma q_x . \Delta x = R_A + R_B - \frac{px^2}{2l} \text{ dan}$$

$M_x = R_A . x + R_B (x - l_1)$ — momen segitiga beban =

$$R_A . x + R_B (x - l_1) - \frac{px^3}{6l}.$$

Menurut rumus-rumus ini, ternyatalah, bahwa garis D_x untuk bagian ini adalah juga garis lengkung kwadratis, sedangkan garis M_x adalah garis lengkung pangkat tiga.

Jika harga angka-angka yang diketahui kita masukkan, maka terdapatlah :

$$R_A = \frac{p(3l_1 - 2l)\ l}{6l_1} = \frac{45\ (3.270 - 2.300)\ 300}{6.270} = 1.750 \text{ kg}.$$

$$R_B = \frac{pl^3}{3l_1} = \frac{45.300^2}{3.270} = 5.000 \text{ kg}.$$

Pemeriksaan. Besar beban seluruhnya adalah sama dengan

$\frac{1}{2} 45.300 = 6.750$ kg, ini adalah sama dengan $R_A + R_B$.

Maka selanjutnya dengan pertolongan rumus-rumus untuk D_x dan M_x terdapatlah beberapa harga-harga untuk gaya melintang dan momen melengkung. Lihat daftar di bawah ini.

Medan	x dalam cm	D_x dalam kg	M_x dalam kgcm
AB	0	1750	0
	60	1480	96 600
	100	1000	150 000
	~ 153	0	177 961
	200	— 1250	150 000
	240	— 2570	24 400
	270	— 3717,5	— 19 575
BC	270	1282,5	— 19 575
	300	0	0

Titik potong (U_2) garis gaya melintang dengan garis nol, adalah suatu titik yang penting. Tempat titik ini, dapat kita hitung dari :

$$D_x = R_A - \frac{px^2}{2l}.$$

Untuk ini, maka diumpamakan $D_x = 0$, dan terdapatlah $U_2A_2 = x$, dengan $R_A = 1.750$ kg; $p = 45$ kg/cm dan $l = 300$ cm, dari :

$$1750 - \frac{3}{40}.x^2 = 0.$$

$$x^2 = \frac{70.000}{3} \text{ cm}^2 \text{ dan } x = \pm 100\sqrt{\frac{7}{3}} \sim \pm 153 \text{ cm}.$$

Karena untuk medan BC, $0 \leqq x \leqq 270$ cm, maka hanyalah akar yang positif saja berarti. Garis gaya melintang dan garis momen kita gambarkan dengan harga-harga ini. Momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan 177.961 kgcm.

Dengan $\bar{\sigma}_b = 80$ kg/cm², dan $M = 177.961$ kgcm, terdapatlah

$$W = \frac{1}{6} bh^2 = \frac{1}{6} b(2b)^2 = \frac{2}{3} b^3 \text{ dan dengan}$$

$$W = \frac{M}{\bar{\sigma}_b} \text{ terdapatlah : } \frac{2}{3} b^3 = \frac{177.961}{80}.$$

atau $b^3 = \frac{3.177\,961}{160} \sim 3.336$ cm³. $b \sim 15$ cm dan $h \sim 30$ cm.

§ 72 Soal-soal

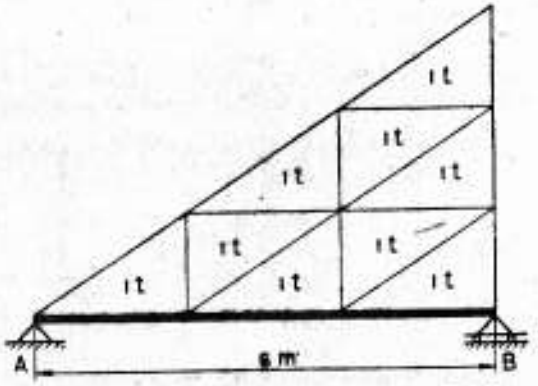
Gambarkanlah garis momen dan garis gaya melintang.

Tentukanlah momen lengkung yang terbesar dan sebuah profil. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

146. Untuk gambar 95.

147. Untuk gambar 96.

148. Untuk gambar 97.



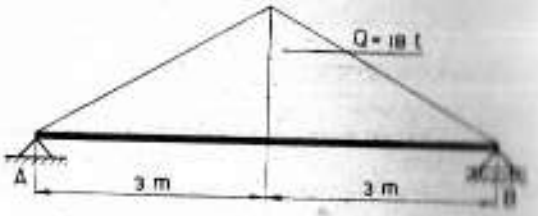
Gamb. 95

149. Untuk gambar 98.

150. Untuk gambar 99.

151. Untuk gambar 100.

152. Tentukanlah untuk balok dari gambar 101 : R_A, R_B, D_a, D_{b_l}, D_{b_r}, D_{B_l}, D_{B_r}, D_C; N_A N_b'', N_B'', N_C, M_a, M_{b_l}, M_{b_r}, M_B dan M_C.

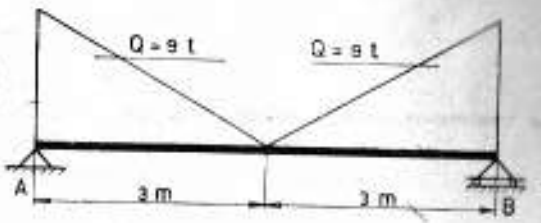


Gamb. 98

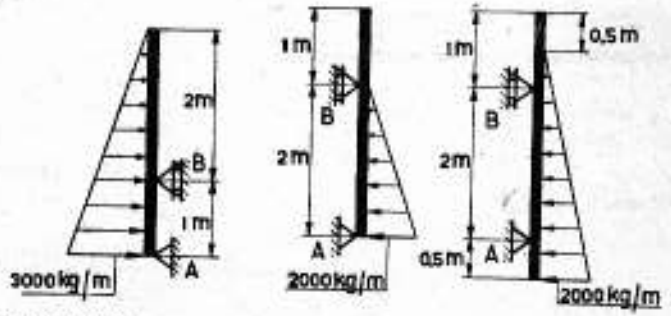
Tentukanlah pula harga terbesar/terkecil momen lengkung.

Tambahan: R_A dan R_B adalah reaksi-reaksi pada A dan B.

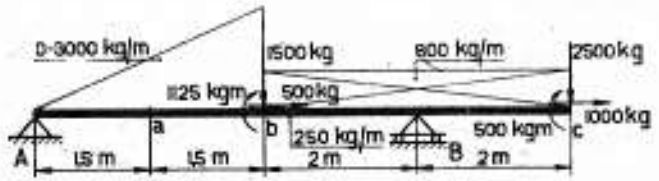
$D_a \div D_C$ adalah gaya-gaya melintang; N_b; N_B dan N_C adalah gaya-gaya normal; $M_a \div M_C$ adalah momen-momen lengkung.



Gamb. 97



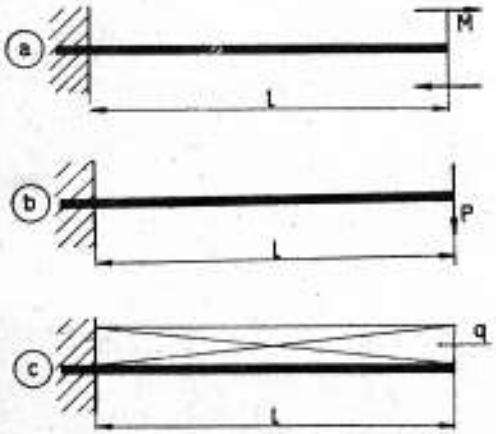
Gamb. 98, 99 dan 100



Gamb. 101

§ 73 Soal-soal : ulangan dan perluasan

Buatlah secara lisan gambar bagan garis momen dan garis gaya melintang untuk tiap hal-hal sebagai berikut.



Gamb. 102a÷102c

Tuliskanlah untuk tiap-tiap hal, momen lengkung yang terbesar.

153. Untuk gambar 102*a*.

154. Untuk gambar 102*b*.

155. Untuk gambar 102*c*.

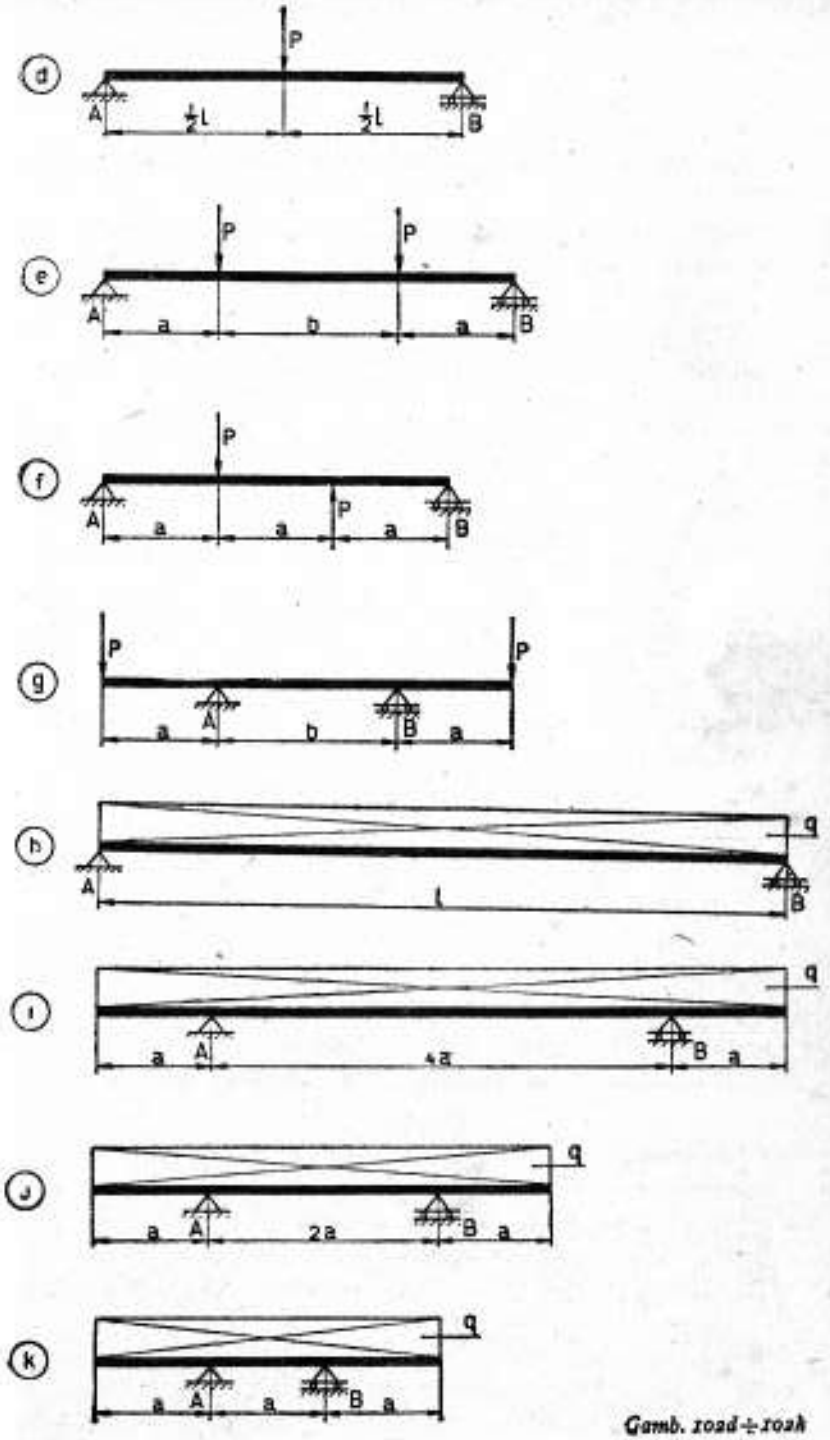
156. Untuk gambar 102*d*.

157. Untuk gambar 102*e*.

158. Untuk gambar 102*f*.

159. Untuk gambar 102*g*.

160. Untuk gambar 102*h*.



Gamb. 102d÷102h

161. Untuk gambar 102*i*.

162. Untuk gambar 102*j*.

163. Untuk gambar 102*k*.

164. Balok dari gambar 102*b* mempunyai penampang normal segiempat.

Tentukanlah ukuran-ukuran penampang ini, kalau dua dari sisi-sisi nya adalah mendatar.

$P = 100$ kg. $4l = 2$ m; $\bar{\sigma}_b = 70$ kg/cm^2.

165. Balok dari gambar 102*d*, mempunyai penampang normal segiempat. Tentukanlah ukuran-ukuran penampang ini, jika diagonalnya adalah mendatar.

$P = 100$ kg; $4l = 2$ m; $\bar{\sigma}_b = 70$ kg/cm^2.

166. Balok dari gambar 102*c*, mempunyai penampang normal berbentuk cincin. Garis tengah luar D adalah $^6/_5$ kali garis tengah dalam d. Hitunglah D dan d, jika diketahui $q = 100$ kg/m; $l = 2$ m dan $\bar{\sigma}_b = 500$ kg/cm^2.

167. Sebuah balok dengan penampang normal segiempat, mendapat beban menurut gambar 102*h*.

$q = 100$ kg/m; $l = 4$ m, dan $\bar{\sigma}_b = 80$ kg/cm^2.

Tentukanlah ukuran-ukuran segiempat;

a. jika dua sisi di antaranya adalah mendatar;

b. jika sebuah diagonal adalah mendatar.

168. Sebuah balok, panjang 4 m, kedua ujungnya dipasangkan pada titik-titik yang sama tingginya, dan balok itu di tengah-tengahnya mendapat beban gaya tegak ke bawah, sebesar 400 kg.

Penampang normalnya adalah segiempat. Hitunglah ukuran-ukuran segiempat itu, jika $\bar{\sigma}_b = 60$ kg/cm^2.

a. jika dua sisi dari segiempat itu, adalah mendatar;

b. jika satu diagonal adalah mendatar.

169. Sebuah balok mendapat beban menurut gambar 102*e*. $P = 400$ kg; $a = 1$ m, $b = 2$ m. $\bar{\sigma}_b = 80$ kg/cm^2.

Penampang normalnya adalah segiempat. Hitunglah ukuran-ukuran segiempat ini.

a. jika dua sisinya adalah mendatar;

b. jika satu diagonal adalah mendatar.

170. Sebuah balok mendapat beban menurut gambar 102*g*. $P = 1$ t; $a = 2$ m; $b = 3$ m; $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

Tentukanlah nomor-nomor dari profil :

a. untuk profil - I

b. untuk profil -][;

c. untuk profil - [ ];

d. untuk profil - ⌐|¬ (sama sisi);

e. untuk profil - ⌐|⌐ (tidak sama sisi).

171. Sebuah balok dari besi tuang, dengan profil ⊥, mendapat beban lengkung. Kedua ujungnya mendapat tahanan, dan pada panjang seluruhnya terdapat beban yang dibagi sama rata. $q = 400$ kg/cm. Profil ⊥ ini terdiri atas dua buah siku-siku, besarnya masing-masing 60 mm × 6 mm. Tegangan tarik yang diijinkan adalah 250 kg/cm^2; tegangan tekan yang diijinkan adalah 750 kg/cm^2. Tentukanlah panjang yang terbesar, yang diijinkan untuk balok itu,

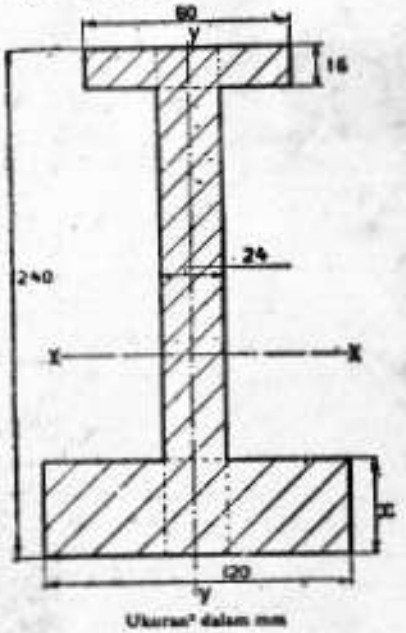
a. jika flens yang mendatar, terdapat di bagian atas;

b. jika flens yang mendatar, terdapat di bagian bawah.

172. Sebuah balok dari besi tuang yang letaknya mendatar, mempunyai profil ⊥. Panjang balok = 2,5 m, dan kedua ujungnya ditunjang. Profil ⊥ itu terdiri atas pelat badan tegak dengan ukuran 8 cm × 1 cm, dan pelat sisi mendatar, dengan ukuran 7 cm × 1 cm. Di tengah-tengahnya, balok mendapat beban gaya tegak, sebesar 250 kg. Tentukanlah tegangan-tegangan normal pada serat-serat yang paling luar dan paling dalam;

a. jika flens mendatar terletak di sebelah atas;

b. jika flens mendatar terletak di sebelah bawah.



Ukuran² dalam mm

Gamb. 103

173. Sebuah batang besi tuang mempunyai penampang normal yang berbentuk segitiga sama sisi. Tentukanlah ukuran-ukuran segitiga itu, jika panjangnya batang, adalah 3 m. Kedua ujungnya terletak pada dua buah titik penahan. Pada tengah-tengah balok terdapat beban

tegak, sebesar 1 t. Tegangan tarik yang diijinkan adalah 250 kg/cm²; tegangan tekan yang diijinkan, adalah 750 kg/cm². Alasnya adalah mendatar.

174. Penampang normal sebuah balok, yang mempunyai beban lengkung, mempunyai bentuk sebagai gambar 103. Hitunglah momen lengkung yang terbesar, yang dapat disampaikan oleh penampang normal ini. $x = 24$. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

175. Berapa besarkah x, pada gambar 103, jika titik berat letaknya pada jarak yang sama dari sebelah atas flens atas dan sebelah bawah dari flens bawah ? Hitunglah juga momen lengkung yang terbesar, yang dapat dipindahkan oleh penampang ini. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm.

176. Pada suatu macam bahan yang tertentu, tegangan tekan yang diijinkan adalah $\bar{\sigma}_d$ dan tegangan tarik yang diijinkan, adalah $\bar{\sigma}_t$. $\bar{\sigma}_d \neq \bar{\sigma}_t$. Jika kita ingin mencapai, supaya pada suatu penampang normal balok itu yang tertentu, dengan beban lengkung, pada serat-serat terujung yang tertarik, terdapat $\bar{\sigma}_t$ dan bersamaan pada serat-serat terujung tegangan tekan yang diijinkan terdapat $\bar{\sigma}_d$, haruslah kita berusaha, supaya $\bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_t = e_d : e_t$.

e_d di sini adalah jarak serat-serat ujung yang tertekan; dan e_t di sini adalah jarak serat-serat ujung yang tertarik, sampai lapisan netral. Buktikanlah perbandingan seharga tersebut di atas ini.

177. Sebuah balok besi tuang, dengan profil ⊥ mendapat beban lengkung. Penampang normal pada flens, adalah siku-siku dengan sisi-sisi 30 cm dan 3,5 cm. Penampang normal pada pelat badan, adalah segipanjang, dengan ukuran x cm pada $(40 - 3{,}5)$ cm.

(Tinggi seluruhnya adalah 40 cm). Garis netral melalui titik berat penampang dan sejajar dengan sisi dari 30 cm.

Berapakah besarnya x, yang harus kita pilih, supaya $e_d : e_t = \bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_t$. $\bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_t = 3 : 1$.

Hitunglah momen lengkung yang terbesar, yang dapat dipindahkan oleh penampang tadi. $\bar{\sigma}_d = 750$ kg/cm².

178. Sama dengan soal yang lampau, tetapi sekarang, ukuran-ukuran segipanjang $B \times d$ dan $11d \times d$ (tinggi seluruhnya adalah $12d$).

Tentukanlah B sebagai fungsi dari d, jika $\bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_t = 3 : 1$.

Hitunglah juga $W_1 = \dfrac{I}{e_d}$ dan $W = \dfrac{I}{e_t}$; keduanya sebagai fungsi d.

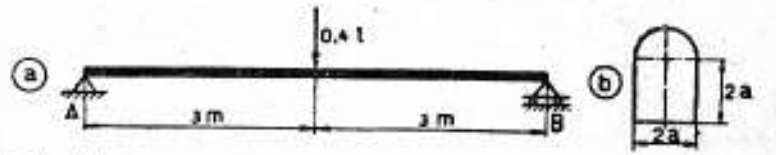
179. Sebuah balok mendatar, panjangnya adalah 4 m. Kedua ujungnya mempunyai tahanan, dan pada seluruh panjangnya terdapat beban yang dibagi sama rata, besarnya beban adalah 400 kg/cm². Penampang normalnya mempunyai bentuk segitiga sama sisi dengan satu sisi mendatar. Hitunglah panjangnya sisi tersebut, jika diketahui, bahwa $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm². Bebannya adalah tegak.

180. Sebuah balok mendatar ACDB, kedua ujungnya A dan B mempunyai tahanan. Balok pada C, dibebani oleh gaya tegak, sebesar 1.000 kg, dan pada D oleh gaya tegak, sebesar 500 kg. Kedua gaya itu bekerja ke bawah. AC = CD = 2 m. DB = 1 m.

Penampang normal balok, adalah trapesium sama kaki, dengan sisi-sisi mendatar dari $3a$ dan $6a$, dan tingginya adalah $9a$.

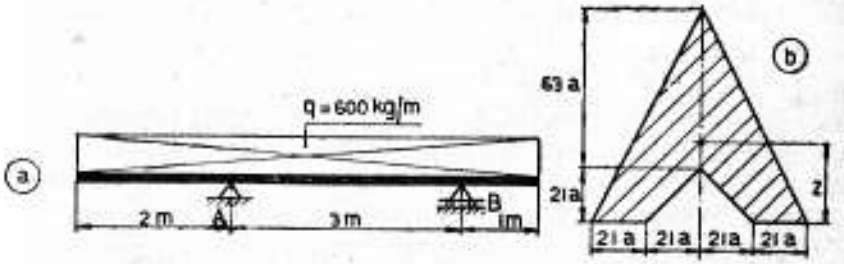
Hitunglah besarnya a, jika diketahui, $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².

181. Balok dari gambar 104*a*, mempunyai penampang normal dari gambar 104*b*. Hitunglah a, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².



Gamb. 104

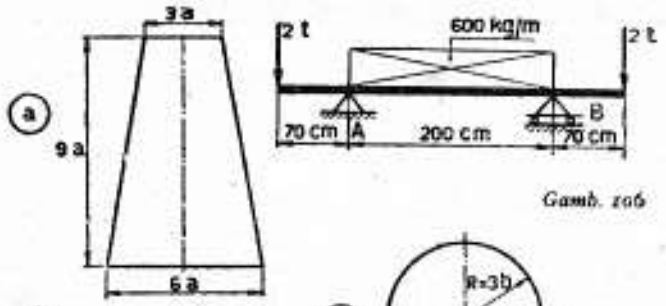
182. Balok dari gambar 105*a*, mempunyai penampang normal dari gambar 105*b*. Hitunglah a, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm².



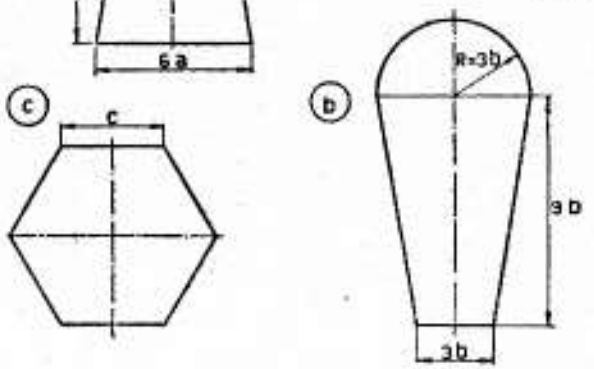
Gamb. 105

183. Hitunglah ukuran-ukuran sebuah penampang normal balok dari gambar 106, jika $\bar{\sigma}_t = 250$ kg/cm², dan $\bar{\sigma}_d = 750$ kg/cm

a. jika penampang normalnya, adalah menurut gambar 107*a*.
b. jika penampang normalnya, adalah menurut gambar 107*b*.
c. jika penampang normalnya, adalah menurut gambar 107*c*.



Gamb. 106



Gamb. 107

184. Sebuah batang prisma yang mendatar, mempunyai segienam teratur, sebagai penampang normalnya. Sisi segienam itu, adalah 10 cm. Panjang batang = 2 m dan 20 cm dari ujung kiri dan 60 cm dari ujung kanan mendapat tunjangan. Tengah-tengah batang mendapat beban tegak, sebesar gaya P. Dua buah sisi segienam itu, adalah mendatar. Hitunglah P, jika diketahui, $\bar{\sigma}_b = 60$ kg/cm^2.

185. Penampang normal sebuah batang prisma yang letaknya mendatar, berbentuk segienam teratur, dengan sisi-sisi a. Dua dari sisi-sisi itu adalah mendatar. Pada ujung kanan, balok mempunyai beban, sebesar gaya Q, juga mempunyai arah ke bawah. Kedua titik penahan, membagi batang dalam tiga bagian yang sama, panjangnya masing-masing x. $\bar{\sigma}_b = 60$ kg/cm^2. Berapa besarkah x setinggi-tingginya, jika :

a. $P = 500$ kg; $Q = 1.500$ kg dan $a = 12$ cm;

b. $P = 3.000$ kg; $Q = 1.000$ kg dan $a = 18$ cm;

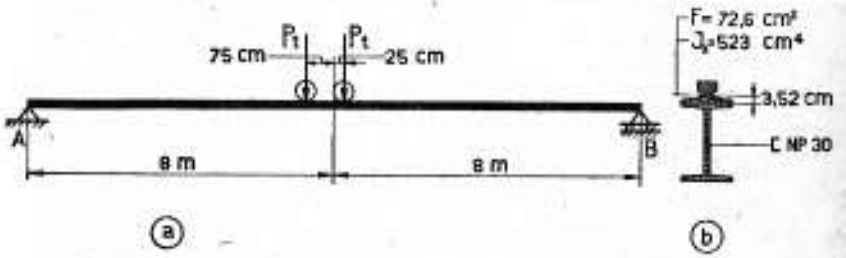
Gambarkanlah untuk kedua hal itu garis momennya.

186. Sebuah balok prisma yang letaknya mendatar, panjangnya 2 m, mendapat beban yang dibagi sama rata pada seluruh panjangnya; dan pada 40 cm dari ujung kiri dan 20 cm dari ujung kanan, ditunjang. Besar beban, yang dibagi sama rata, adalah 350 kg/m. Penampang normalnya mempunyai bentuk trapesium sama kaki. Sisi yang terpanjang dari sisi-sisi yang sejajar, adalah mendatar, dan letaknya di bagian bawah. Panjangnya = $2a$. Sisi atas panjangnya a, sisi-sisi yang berdiri, adalah sama dengan a.

Hitunglah besarnya a, jika $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.

187. Sebuah papan jalan lebarnya 30 cm, tebalnya 4 cm dan panjangnya 3 m, pada kedua belah sisinya diperkuat oleh papan-papan tegak dengan ukuran, lebar 4 cm, tinggi 8 cm (simetris terhadap kedua sumbu simetri penampang normal papan). Hitunglah beban dibagi sama rata, yang diijinkan. Kedua ujung papan ditahan, dan mempunyai beban dibagi sama rata pada panjang seluruhnya. $\bar{\sigma}_b = 85$ kg/cm^2.

188. Balok dari gambar 108*a*, mempunyai profil sebagai gambar 108*b*. Hitunglah harga yang terbesar, yang boleh diijinkan untuk P. $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2.



Gamb. 108

Catatan. Keterangan-keterangan mengenai profil-frofil [dapat dilihat dalam, tabel-tabel profil. Harga yang dibutuhkan untuk profil rel, adalah tercantum dalam gambar; tingginya profil rel, adalah 85 mm.

189. Penampang normal sebuah balok, terdiri atas profil normal I 24, dan profil rel. Profil rel dikelingkan pada profil normal I dengan flensnya. Momen kelembaman profil rel itu yang dapat dipakai dalam perhitungan ini (terhadap sebuah sumbu melalui titik berat Z profil), sampai flens profil normal I, adalah 7 cm. Balok tersebut pada ujungnya mempunyai dua titik penahan yang sama tingginya. Hitunglah beban teratur yang terbesar, yang dapat diberikan pada balok, jika panjangnya balok, adalah 7 m. Luas penampang profil rel adalah 4 cm^2. Sumbu simetri penampang normal adalah tegak $\bar{\sigma}_b = 1.200$ kg/cm^2. Jarak serat yang terbesar, adalah jarak bagian bawah profil I

sampai sumbu pelingkungan. (Di sini, tinggi profil rel pada perhitungan tidak memegang peranan yang penting).

190. Dalam buku „Stahl im Hochbau" kita mendapat rumus :

$$Q = 96 \frac{W_x}{L} - gL.$$

untuk balok-balok, yang pada kedua ujungnya mempunyai dua buah titik penahan dan pada seluruh panjangnya mempunyai beban yang dibagi sama rata. Uraikanlah rumus ini dari rumus pelengkungan.

Q adalah beban terbesar yang diijinkan dalam kg;

L adalah panjang balok dalam m;

g adalah berat balok dalam kg/m;

W_x adalah momen kelembaman yang kita ambil, dalam cm^3.

Tegangan lengkung yang diijinkan, adalah 1.200 kg/cm.

PELAJARAN KE-14 *Perhitungan secara grafik untuk balok-balok dengan beban lengkung dan beban geser.*

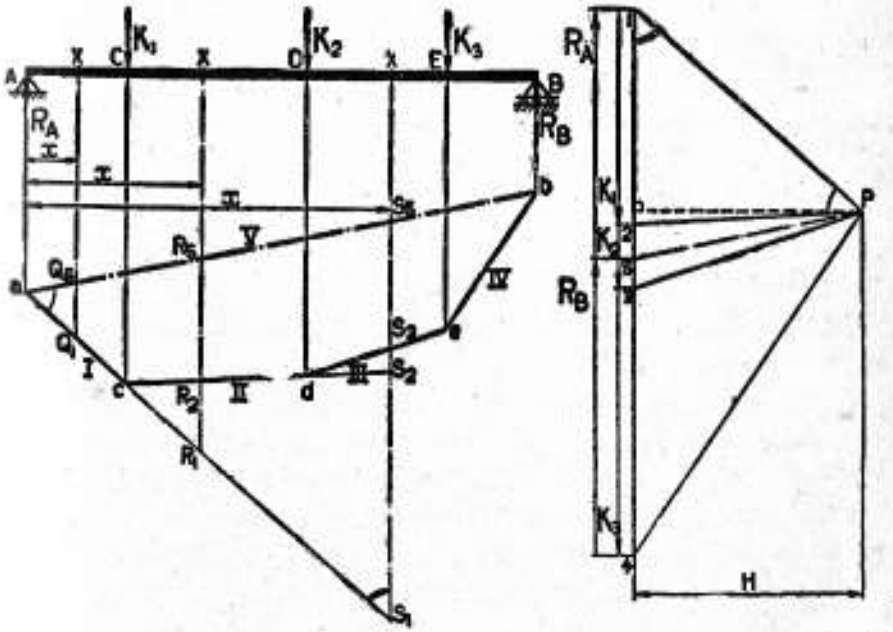
§ 74 Pendahuluan

Dalam paragrap-paragrap yang lalu, kita telah menentukan reaksi-reaksi dan garis-garis momen lengkung dengan perhitungan. Dalam bagian A pelajaran-pelajaran ini, kita telah memberikan suatu cara, guna menentukan reaksi-reaksi ini, dengan pertolongan sebuah lukisan kutub dan sudut banyak batang-batang. Sekarang telah ternyata, bahwa lukisan yang terkurung oleh sudut banyak batang-batang dan garis penutup, adalah bidang momen.

Pada gambar 109, reaksi-reaksi ditentukan secara grafik. Momen lengkung pada titik X di medan AC, adalah sama dengan : $R_A.x$. Jika garis baca, kita tarik melalui X, maka ini dengan batang I dan V, akan merupakan sebuah segitiga, di mana sisi-sisinya akan sejajar dengan sisi-sisi segitiga P15 lukisan kutub.

Maka sekarang terdapatlah :

$$R_A : H = Q_5Q_1 : x \text{ atau } R_A . x = H.Q_5Q_1.$$



Gamb. 109

Q_5Q_1 adalah sebanding dengan momen lengkung di X, karena ini adalah sama dengan $H.Q_5Q_1$.

Momen lengkung dititik X pada medan CD, adalah sama dengan :

$$R_A.\ x - K_1\ (x - a_1),\ \text{jika AC} = a_1.$$

Jika garis baca kita tarik melalui X, maka terdapatlah segitiga-segitiga a R_1R_5 dan c R_1R_5, yang sisi-sisinya semua adalah sejajar dengan sisi-sisi segitiga-segitiga P15 dan P12, dari lukisan kutub. Ternyatalah :

$$R_A : H = R_1R_5 : x,\ \text{jadi} : R_A.\ x = H.\ R_1R_5 \text{ dan}$$

$$K_1 : H = R_1R_2 : (x - a_1),\ \text{jadi} : K_1\ (x - a_1) = H.R_1R_2.$$

Jadi :

$$R_A.\ x - K_1\ (x - a_1) = H.\ R_1R_5 - H.\ R_1R_2 = R_5R_2.$$

Jadi R_5R_2 adalah sebanding dengan momen lengkung di titik X, karena momen ini adalah sama dengan $H.R_5R_2$.

Momen lengkung di titik X medan DE, adalah sama dengan :

$$R_A.\ x - K_1\ (x - a_1) - K_2\ (x - a_2),\ \text{jika AD} = a_2.$$

Jika garis pembaca kita tarik melalui X, maka terdapatlah segitiga-segitiga a S_1S_5, c S_1S_2 dan d S_2S_3, di mana sisi-sisi semuanya berturut-turut adalah sejajar dengan sisi-sisi segitiga-segitiga P15, P12 dan P23 dari lukisan kutub. Ternyatalah :

$$R_A : H = S_1S_5 : x,\ \text{jadi}\ R_A.\ x = H.S_1S_5;$$

dan

$$K_1 : H = S_1S_2 : (x - a_1),\ \text{jadi}\ K_1\ (x - a_1) = H.S_1S_2.$$

$$K_2 : H = S_2S_3 : (x - a_2),\ \text{jadi}\ K_2\ (x - a_2) = H.S_2S_3.$$

Jadi

$$R_A.\ x - K_1\ (x - a_1) - K_2\ (x - a_2) = H.S_1S_5 - H.S_1S_2 - H.S_2S_3$$
$$= H\ (S_1S_5 - S_1S_2 - S_2S_3) = H.S_5S_3.$$

Jadi S_5S_3 adalah sebanding dengan momen lengkung di X, karena ini, adalah sama dengan $H.S_5S_3$

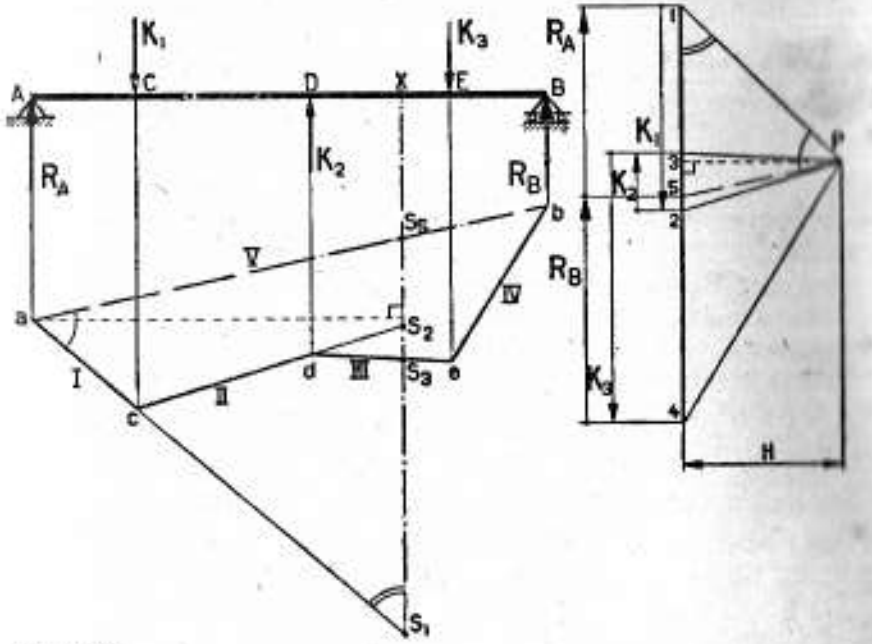
Gambar 110 memperlihatkan cara beban yang sama seperti gambar 109, tetapi di sini tenaga K_2 bekerjanya ke atas. Uraian untuk bagian-bagian AC dan CD, pada kedua gambar itu, adalah sama saja.

Untuk gambar 110, terdapatlah sekarang dengan mudah :

$$\triangle\ a\ S_5S_1 \sim \triangle\ P51,\ \text{atau:}\ R_A : S_5S_1 = H : AX.$$

$$\triangle\ c\ S_2S_1 \sim \triangle\ P21,\ \text{atau:}\ K_1 : S_2S_1 = H : CX.$$

$$\triangle\ d\ S_2S_3 \sim \triangle\ P23,\ \text{atau:}\ K_2 : S_2S_3 = H : DX.$$



Gamb. 110

Jadi :

$$M_x = R_A.\ AX - K_1.CX + K_2.DX = H\ (S_5S_1 - S_2S_1 - S_2S_3 + S_2S_1) = H.S_5S_3.$$

Ini adalah sesuai dengan apa yang telah kita dapatkan di atas.

Dari hal-hal yang telah diuraikan itu, ternyatalah, bahwa gambar yang terkurung oleh sudut banyak batang-batang dan garis-garis penutup, adalah merupakan gambaran secara grafik momen-momen lengkung diberbagai-bagai titik balok. Gambar ini adalah sesuai dengan garis momen, yang telah kita pelajari dulu. Dalam paragrap yang akan datang, kita akan membicarakan tentang skala, bagaimana kita mendapatkan momen-momen lengkung, dengan mengambil soal-soal yang telah diuraikan.

Pelaksanaan.

Pada gambar 111, bidang momen untuk balok yang diketahui ditentukan secara grafik; mula-mula untuk kutub P, kemudian untuk kutub P'. Bidang momen, yang termasuk pada kutub P', mempunyai garis nol mendatar. Penjelasan-penjelasan selanjutnya, kita anggap tidak perlu.

Peringatan-peringatan.

1. Bagian-bagian y dan y′ yang dipotong dari satu garis pembaca oleh dua bidang momen, terbilang pada berbagai-bagai kutub P dan P′, adalah sama besarnya, jika jarak-jarak kutub untuk P dan P′ adalah sama besarnya.
2. Kita selamanya akan mendapatkan bidang momen dengan garis nol, yang sejajar dengan sumbu balok. Pada penarikan gaya-gaya pada gambar 111, kita tarik garis melalui titik pembagi (4), yang letaknya sejajar dengan sumbu balok, dan pada garis ini, kita ambil titik P′ sebagai kutub. Untuk P′ tidak usah kita ambil jarak yang sama seperti P dari penarikan gaya-gaya. Jika kedua jarak-jarak kutub itu adalah berbeda, maka hal ini adalah berlaku juga untuk skala-skala dari bidang-bidang momen.
3. Batang-batang yang sesuai dari dua bidang-bidang momen, yang digambar menurut peringatan 2, akan memotong satu sama lainnya pada satu garis yang sama. Menurut § 17 dari bagian A, garis ini adalah sumbu paralel yang digabungkan pada sumbu kutub PP′.
4. Pada gambar 111, kita menggambarkan garis gaya melintang dengan menarik gaya-gaya melintang dari penarikan tenaga. Jika ada kemungkinan, ini kita lakukan nanti.

§ 75 Contoh-contoh

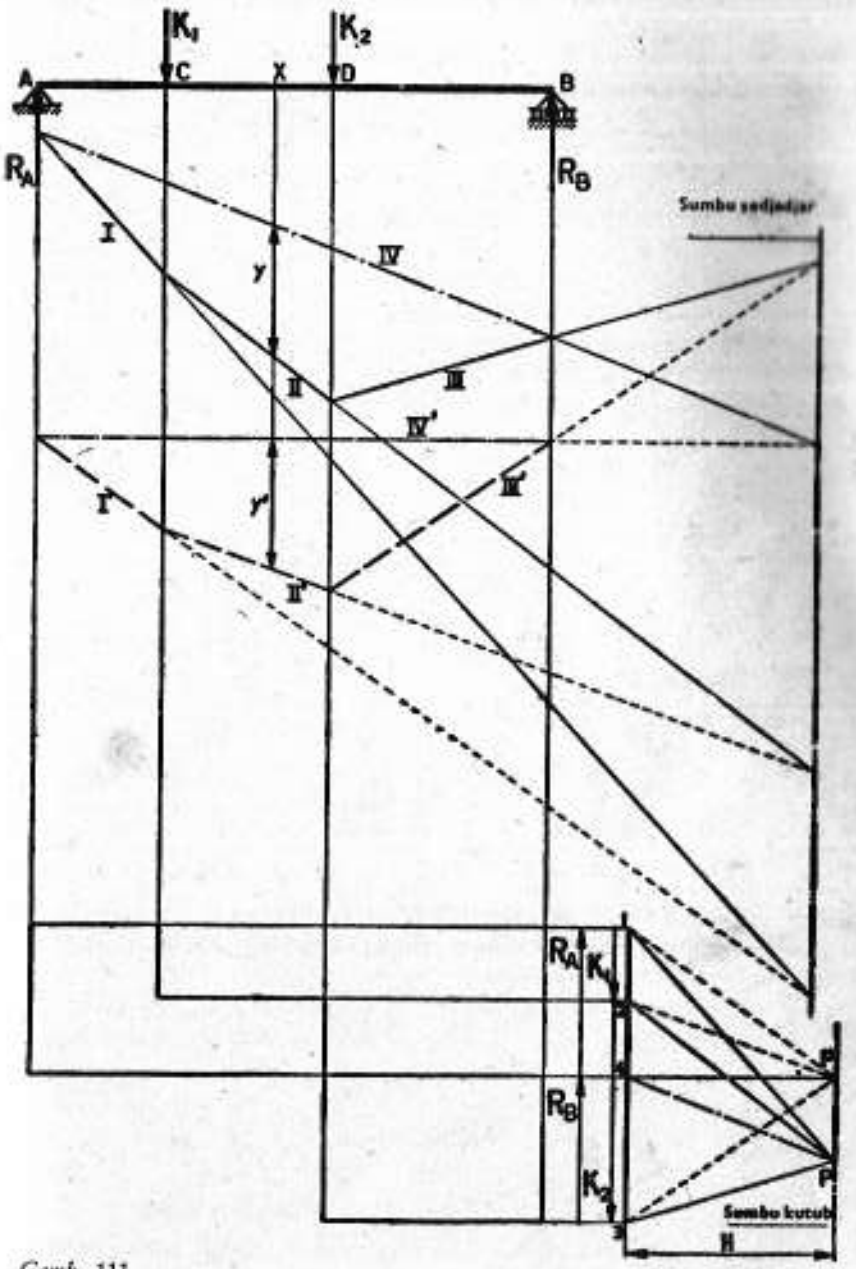
Dalam paragrap ini, kita akan membicarakan beberapa cara pelaksanaan. Cara grafiknya akan kita kerjakan dalam beberapa soal yang telah kita uraikan menurut cara analisa. Semua soal kita batasi hanya sampai penentuan reaksi-reaksi, menggambar bidang momen dan bidang gaya melintang dan penentuan momen lengkung yang terbesar.

Soal 52. Tentukanlah reaksi-reaksi untuk balok dari gambar 112, menurut cara grafik. Gambarkanlah bidang momen dan bidang gaya melintang. Tentukanlah momen lengkung yang terbesar.

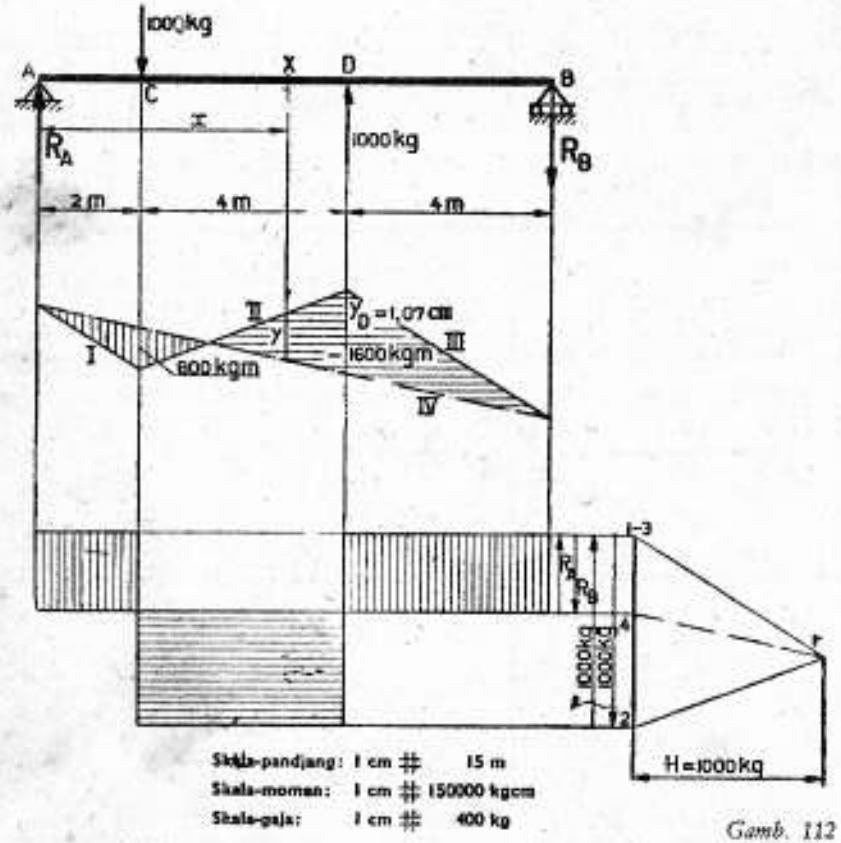
Cara menghitung. Cara menentukan reaksi-reaksi. Gaya-gaya dari 1.000 kg, kita gambarkan berturut-turut; karena gaya-gaya itu adalah sama besarnya, maka titik 3 letaknya berimpitan dengan titik 1. Kemudian kita ambil sebuah kutub sembarangan P. Jarak kutub dalam gambar 112, adalah sesuai dengan gaya dari 1.000 kg. Selanjutnya kita gambarkan jari-jari kutubnya dan batang-batang I, II dan III.

Sudut banyak batang-batang dikurung oleh garis penutup (batang IV).

Jari-jari kutub P—4 *(jari-jari pembagi)*, yang sejajar dengan garis penutup, membagi tarikan gaya dalam bagian-bagian 3—4 dan 4—1.



Gamb. 111



Gamb. 112

4—1 adalah sesuai dengan reaksi di A dan 3—4 dengan yang di B. Dengan mengukur, maka terdapatlah $R_A = R_B \sim 400$ kg.

Lukisan gaya melintang dapat kita uraikan dari tarikan gaya. Bidang momennya dapat terlukis dengan sendirinya.

Momen-momen pada penampang sembarangan dapat diketahui, jika kita memperhatikan skalanya. Pada D terdapat sebuah ordinat bidang momen sebesar 1,07 cm. Karena skala panjang adalah 1 cm ≙ 150 cm, maka ini berarti sebuah garis dari 150. 1,07 cm. Jadi momen lengkung M_D di D, karena $H = 1.000$ kg, adalah :

$$M_D = 1.000.150.1,07 \sim 160.000 \text{ kgcm.}$$

Jadi skala momennya adalah : 1 cm ≙ 1.000.150 kgcm.

Jika skala panjang adalah 1 cm ≙ l cm [1]), maka pada umumnya kita mendapat

[1]) l adalah angka ta' bernama.

$$M_D = H.y.l,$$

di sini y adalah ordinat dari bidang momen, dan dinyatakan dalam cm.

Kita dapat juga bekerja dengan skala momen; pada umumnya, ini adalah : 1 cm ≙ (H) l kgcm.

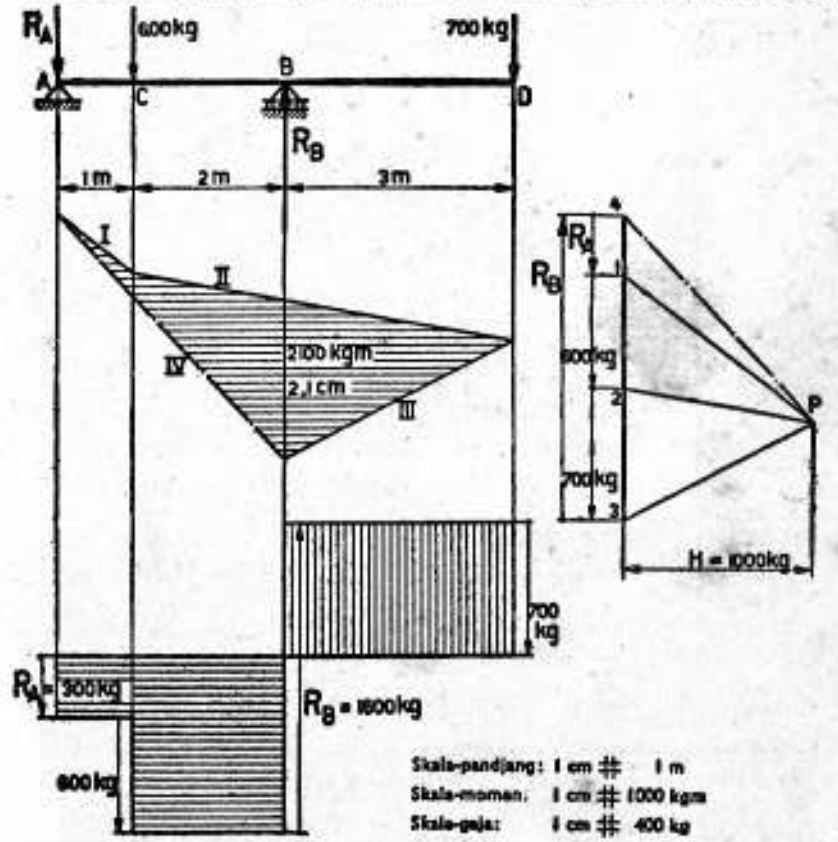
Di sini, (H) adalah angka ta' bernama, yang menggambarkan besarnya H dalam kg. Pada contoh kami, $(H) = 1.000$ dan $l = 150$, jadi,

$$1 \text{ cm} \triangleq 1.000.150 = 150.000 \text{ kgcm.}$$

Dengan $y = 1,07$ cm, maka terdapatlah suatu momen sebesar $1,07.150.000 \sim 160.000$ kgcm.

Menurut gambar ternyatalah, bahwa momen lengkung yang terbesar terdapat di D, dan besarnya adalah 16.000 kgcm.

Soal 53. Seperti yang lampau, tetapi sekarang untuk gambar 113.



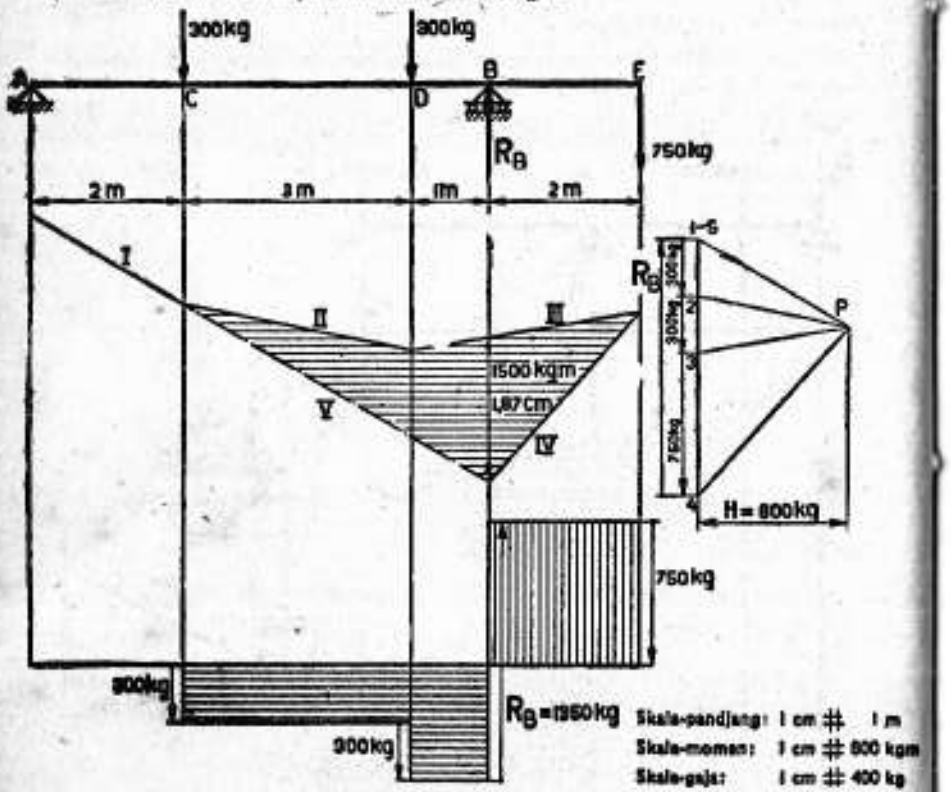
Gamb. 113

Cara menghitung. Reaksi-reaksinya telah kita dapatkan dengan pertolongan lukisan kutub dan sudut banyak batang-batang.

$R_A \sim 0{,}75.400 = 300$ kg; dan arahnya adalah ke bawah.

$R_B \sim 4.400 = 1.600$ kg; dan arahnya adalah ke atas

Bidang momen tergambar dengan sendirinya. Skala momen adalah 1 cm ≙ 1.000.1 ≙ 1.000 kgm. Momen lengkung yang terbesar terdapat di B, dan besarnya adalah sama dengan :



Gamb 114

$M_B \sim 2{,}1.1.000 = 2.100$ kgm.

Garis gaya melintang di sini, tidak dapat kita ambil dari tarikan gaya, karena dalam tarikan gaya pada permulaan terdapat gaya-gaya yang diketahui, kemudian reaksi-reaksi yang telah diketemukan, sedangkan pada penunjang itu, reaksi-reaksi dan gaya-gaya yang diketahui, adalah bertukar-tukar. Karena itu, garis gaya melintang digambarkan dengan cara yang sama seperti pada uraian secara analisa.

Soal 54. Seperti yang sudah, tetapi sekarang untuk gambar 114.

Cara menghitung. Cara menghitungnya tidak usah disertai dengan uraian.

$R_A = 0$ dan $R_B = 1.350$ kg.

Sekarangpun kita tidak dapat mengambil garis gaya melintang tarikan gaya; jadi garis ini kita gambar tersendiri.

Momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan :

$M_B \sim 1{,}87.800 = 1.500$ kgm.

Soal 55. Seperti yang sudah, tetapi untuk gambar 115.

Cara menghitung. $RA \sim 1.033$ kg; $RB \sim 67$ kg.

Momen lengkung yang terbesar, terdapat di A, dan besarnya adalah sama dengan :

$M_A = 1{,}25.960 = 1.200$ kgm.

Soal 56. Seperti yang sudah, tetapi untuk gambar 116 [1]).

Cara menghitung. Kedua gaya dari 400 kg, kita uraikan dengan segitiga-segitiga gaya, dalam komponen-komponen tegak lurus pada AB dan berimpitan dengan AB. Segitiga gaya ini, adalah digambar dalam tarikan gaya 1'234', dan sebegitu rupa, hingga bersamaan mendapatkan tarikan gaya 1 — 2 — 3 —4 untuk gaya-gaya, yang bekerjanya tegak lurus pada AB.

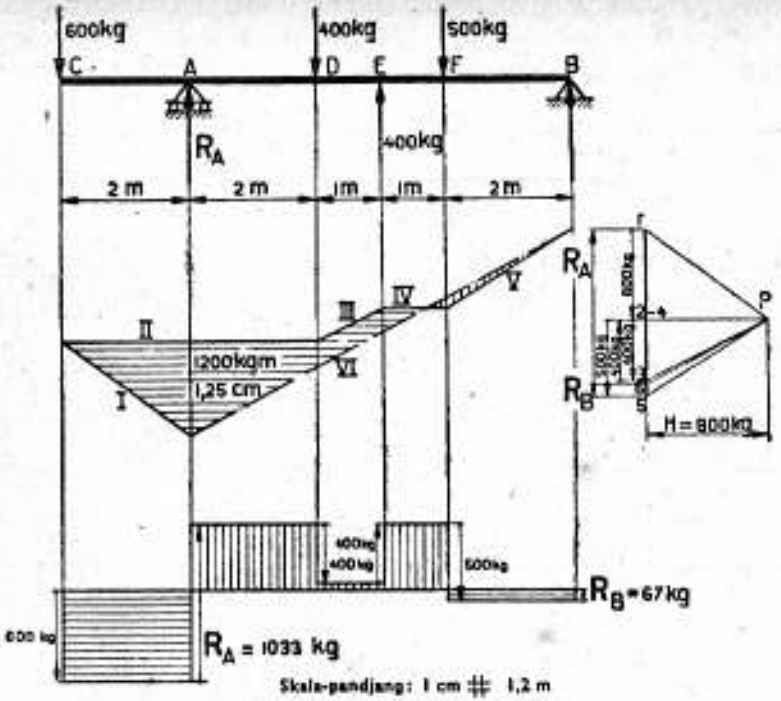
Dengan gaya-gaya yang penghabisan ini dapatlah kita menyelesaikan selanjutnya dengan cara yang biasa.

Garis momen dan garis gaya melintang yang bersangkutan tidak usah kita uraikan lagi.

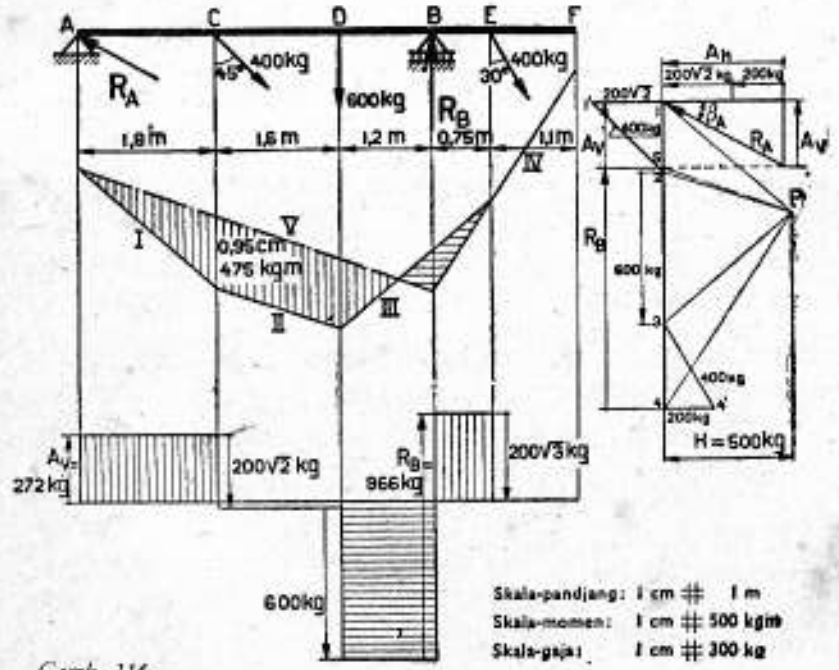
Reaksi pada A, adalah tersusun dari komponen mendatar A_H dan komponen tegak Av.

$R_A \sim 555$ kg; $R \sim 960$ kg. $\beta_A \sim 29°$.

[1]) Lihat juga penyelesaian analisa pada halaman 112.



Gamb. 115



Gamb. 116

Momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan :

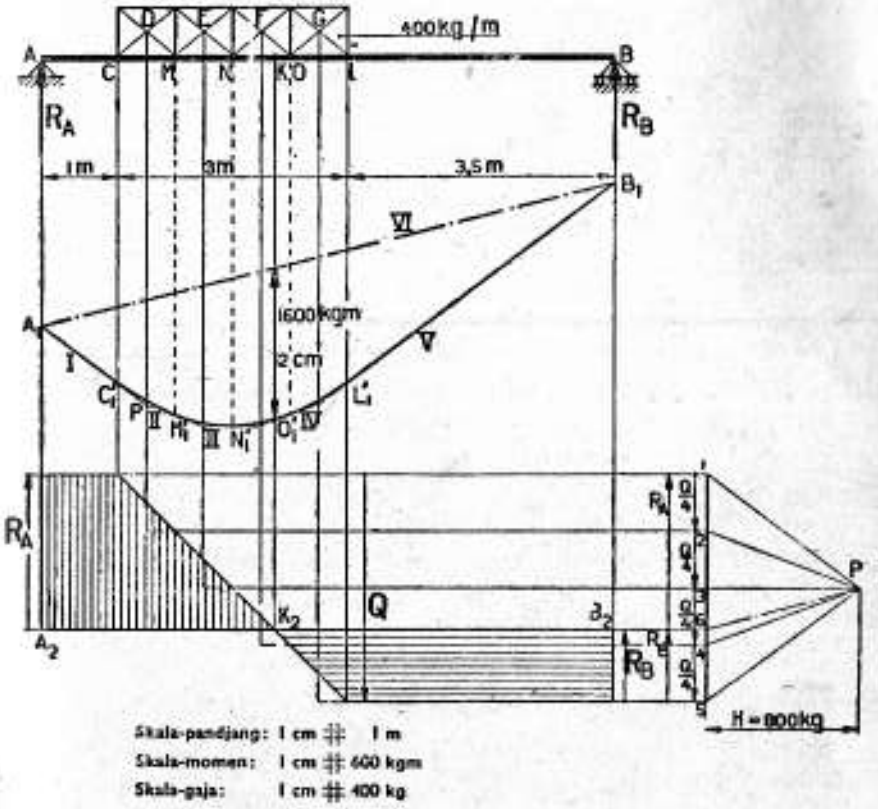
$$Mc \sim 0{,}95.500 \text{ kgm} \sim 475 \text{ kgm}.$$

Harga ini adalah menyimpang sedikit dari harga menurut perhitungan secara analisa.

§ 76 Contoh-contoh (lanjutan)

Untuk dapat menghitung cara-cara beban dengan beban yang dibagi sama rata secara grafik, maka perlulah kita memisahkan beban sama rata itu dalam bagian-bagian. Hal ini kita bicarakan dalam soal-soal berikut.

Soal 57. Seperti yang lampau, tetapi sekarang untuk gambar 117.



Gamb. 117

Cara menghitung. Sebagaimana telah kita ketahui beban yang dibagi sama rata, kita pisahkan dalam bagian-bagian yang sama. Bagian-bagian ini, kita gantikan oleh gaya-gaya yang sama besarnya, yang berpusat di titik-titik berat bagian-bagian itu. Cara menghitung soal ini adalah sama seperti soal yang lalu. Sudah barang tentu, cara menghitung ini adalah kira-kira saja, akan tetapi karena pemecahan beban, di mana bagian-bagian itu jangan diambil terlampau kecil, maka hasilnyapun tidak akan mempunyai perbedaan yang sangat besar.

Pada gambar 117, beban kita bagi dalam empat bagian yang sama satu sama lain. Beban yang diketahui, adalah 400 kg/m, beban Q untuk panjang 3 m, adalah 1.200 kg.

Beban ini dapat kita ganti dengan 4 buah gaya $= \frac{Q}{4}$, yang besarnya adalah masing-masing 300 kg dan berpusat di titik-titik D, E, F dan G. Kemudian kita gambarkan sebuah lukisan kutub dan sudut banyak batang-batang, ditambah pula lukisan gaya melintang. Lukisan-lukisan yang kita gambarkan adalah sedikit menyimpang dari lukisan yang sebenarnya, yang kita dapat, dengan cara analisa.

Sebagaimana dahulu kita telah melihat, bidang momen di bawah beban yang dibagi teratur, harus terkurung oleh garis lengkung. Perbedaan-perbedaan antara garis-garis gaya melintang adalah lebih besar.

Pada gambar 117, garis gaya melintang digambar dengan empat „tangga" sedangkan kita mengetahui, bahwa garis gaya melintang, di bawah beban, harus digambar sebagai garis lurus yang miring. Permulaan garis lurus ini, ialah di mana beban itu mulai dan di mana beban berakhir.

Jarak antara titik permulaan dan titik akhir garis miring ini, diukur pada arah garis-garis baca, adalah sama dengan besar beban. Selanjutnya, „tangga-tangga" dalam garis gaya melintang, pada perhitungan secara grafik, kita hilangkan, dan segera menggambarkan garis lurus yang terbilang pada beban yang dibagi rata. Dari gambar-gambar kita, terlihatlah dengan mudah :

$$R_A \sim 820 \text{ kg dan } R_B \sim 380 \text{ kg.}$$

Garis gaya melintang memotong garis nol di K_2.

Di titik K dari balok, terdapat momen lengkung terbesar momen ini, besarnya adalah sama dengan :

$$M_K \sim 2.800 = 1.600 \text{ kgm.}$$

Peringatan-peringatan.

1. Untuk momen-momen di titik-titik C, M, N, O dan L adalah sama saja, jadi tidak ada perbedaan, apakah beban itu dibagi sama rata di medan-medan CM, MN, NO dan KL, ataukah diganti dengan gaya-gaya yang sama besarnya, yang berpusat di D, E, F dan G. Titik-titik akhir dari ordinat-ordinat garis momen, yang menggambarkan momen-momen M_C. M_M, M_N, M_O dan M_L, letaknya justru di batang-batang I, II, III, IV dan V.

Garis momen yang lengkung, yang termasuk pada perhitungan secara analisa, letaknya melalui titik-titik C'_1, M'_1, N'_1, O'_1 dan L'_1.

2. Jika beban yang dibagi sama rata itu, kita bagi dalam berbagai-bagai bagian, maka kita akan mendapat lebih banyak lagi jari-jari kutub dan batang-batang, sedangkan sisi-sisi sudut banyak batang-batang menjadi lebih kecil.

Jika jumlah ini kita perbesar sehingga ta' tertentu, maka sudut banyak batang-batang mendekati garis lengkung, yang telah kita bicarakan pada halaman 125.

Jika kita memegang teguh pembagian yang lama, dan keempat bagian ini kita bagi lagi dalam bagian-bagian, maka terdapatlah sebuah sudut banyak batang-batang, yang seluruhnya dapat bergandengan pada yang aslinya, dan dengan ini hanya berbeda dalam jumlah batang-batang saja.

Jika bagian-bagian ini, kita ambil lebih kecil lagi, maka letak titik P lebih dekat lagi pada C'_1.

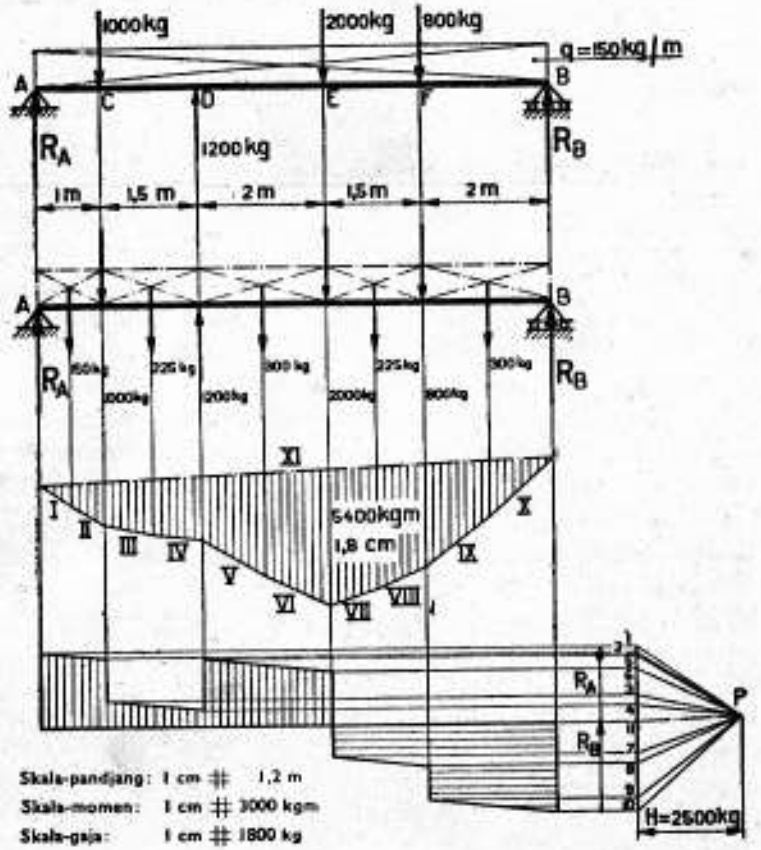
Jika jumlah bagian-bagian, kita perbesarkan dengan tidak tertentu, maka M'_1 mendekati P dan P sampai C'_1 sedangkan garis momennya mendekati garis lengkung, yang melalui titik-titik C'_1 dan M'_1. Nyatalah, bahwa dua titik C'_1 dan M'_1 berimpitan letaknya pada batang I, sehingga batang ini akan menyinggung garis lengkung tadi.

Dengan cara yang demikian pula, maka kita dapat membuktikan, bahwa garis momen (lengkung) di titik-titik M'_1, N'_1, O'_1 dan L'_1 akan menyinggung sudut banyak batang-batang yang asli.

Soal 58. Seperti yang sudah, tetapi sekarang untuk gambar 118.

Cara menghitung. Beban yang dibagi sama rata, dipecahkan oleh gaya-gaya dalam lima bagian, di atas medan-medan AC, CD, DE, EF dan FB. Bagian-bagian ini, kita gantikan dengan lima gaya-gaya sebagai berikut :

1. sebuah gaya 1 . 150 = 150 kg di tengah-tengah medan AC;
2. sebuah gaya 1,5. 150 = 225 kg di tengah-tengah medan CD;
3. sebuah gaya 2 . 150 = 300 kg di tengah-tengah medan DE;
4. sebuah gaya 1,5. 150 = 225 kg di tengah-tengah medan EF;
5. sebuah gaya 2 . 150 = 300 kg di tengah-tengah medan FB;



Gamb. 118

Balok itu sekarang dibebani oleh sembilan buah gaya dari kiri kekanan, sebesar :

150 kg, 1.000 kg, 225 kg, — 1.200 kg, 300 kg, 2.000 kg, 225 kg, 800 kg dan 300 kg. Semua gaya bekerja ke bawah, terkecuali yang mempunyai tanda negatif.

Dengan gaya-gaya ini, selanjutnya kita bekerja dengan cara yang sudah diketahui. Dapatlah kita sekarang melihat, bahwa (sebagaimana kita dahulu telah berjanji) „tangga-tangga" pada garis gaya melintang dihilangkan dan kita perhatikan perubahan yang berbanding seharga pada gaya melintang oleh beban yang dibagi sama rata.

$$R_A \sim 1.725 \text{ kg}; \quad R_B \sim 2.075 \text{ kg}.$$

Momen lengkung yang terbesar, adalah sama dengan :

$$M_E \sim 1{,}8.3.000 = 5.400 \text{ kgm}.$$

Soal 59. Seperti yang lampau, tetapi sekarang untuk gambar 119.

$$AD = DE = EF = FB.$$

Cara menghitung. Beban yang dibagi sama rata dan kedua gaya dari 3.000 kg kita pertimbangkan tersendiri, kemudian kedua hasil itu kita gabungkan. Balok AB kita bebani secara tidak langsung dengan beban yang tersusun, ini akan diteruskan oleh balok-balok C, D, E, F dan G pada AB.

Dengan pertolongan jari-jari kutub P — 1 dan P — 2 dan batang-batang I dan II kita tentukan gaya-gaya, di mana beban sama rata bekerja pada balok utama di titik-titik C dan D,

Dengan pertolongan jari-jari kutub P — 2 dan P — 3 dan batang-batang II dan III dengan cara sama seperti tadi, kita dapat menentukan gaya-gaya di titik-titik D dan E dari balok utama. Dan seterusnya. Garis momen untuk balok utama AB, yang termasuk pada beban yang dibagi sama rata, kita tentukan dengan batang-batang a, b, c dan d.

Dengan cara yang sama terdapatlah, bahwa sudut banyak batang-batang, I' a' b' III' adalah bidang momen untuk AB, yang termasuk pada kedua beban setempat, sebesar 3.000 kg.

Bidang momen untuk AB, yang selaras dengan beban tersusun, kita dapatkan, dengan jalan menggabungkan kedua bidang-bidang momen.

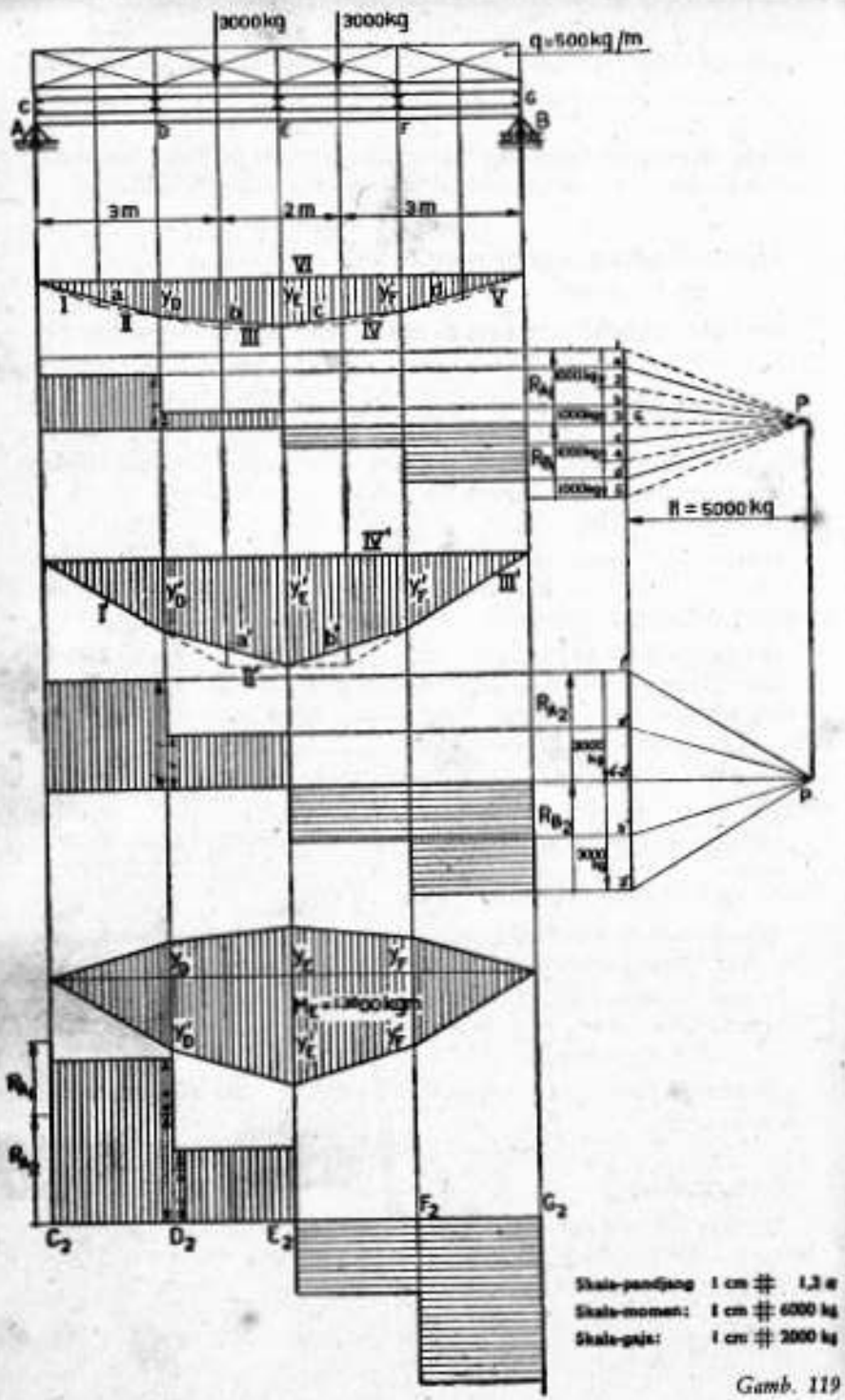
Sesudah membicarakan tentang garis momen, maka untuk para pembaca tidaklah susah lagi untuk mengikuti lukisan-lukisan gaya-gaya melintang yang digambarkan.

Momen lengkung yang terbesar terdapat di E, dan besarnya adalah sama dengan :

$$M_E \sim 13.000 \text{ kgm}.$$

§ 77 Soal-soal

Tentukanlah reaksi-reaksi dengan jalan cara grafik, dari hal-hal yang berikut. Gambarkanlah garis momen dan garis gaya melintang. Tentukanlah dari bidang momen, momen lengkung yang terbesar.



Gamb. 119

191. Untuk gambar 79*b*.

192. Untuk gambar 79*c*.

193. Untuk gambar 79*d*.

194. Untuk gambar 79*e*.

195. Untuk gambar 86*a*.

196. Untuk gambar 93*a*.

197. Untuk gambar 93*b*.

198. Untuk gambar 93*c*.

199. Untuk gambar 93*d*.

200. Untuk gambar 93*e*.

201. Untuk gambar 93*f*.

202. Untuk gambar 93*g*.

203. Untuk gambar 93*h*.

Pada soal-soal 204, 205, 206 dan 207, beban yang dibagi-bagi, kita pecahkan dalam bagian-bagian berbentuk trapesium. Bagian-bagian ini, seperti juga pada beban yang dibagi sama rata, kita gantikan dengan beban-beban titik, sesudah itu kita gambarkan lukisan kutub dan sudut banyak batang-batang.

204. Untuk gambar 95.

205. Untuk gambar 96.

206. Untuk gambar 97.

207. Untuk gambar 98.

PELAJARAN KE-15 *Perhitungan secara grafik dari momen kelembaman linier suatu lukisan datar*

§ 78 Cara menentukan momen kelembaman, jika momen kelembaman sendiri dapat dihilangkan

Agar dapat menentukan cara berfikir, maka di sini kita memperbincangkan momen kelambaman I_y segipanjang dari gambar 120, terhadap garis lurus YY. Menurut dalil pergeseran, lihat halaman 63 dan rumus (27), maka :

$$I_y = I'_y + a_1^2 O_1.$$

Momen kelembaman sendiri I'_y terhadap $a_1^2 O_1$ dapat kita hilangkan. Dengan begini, terdapatlah :

$$I_y = a_1^2 O_1.$$

$a_1^2 O_1$ dapat kita tentukan, baik secara analisa, maupun secara grafik. Di sini kita menggunakan cara grafik.

Lukisan dibuat dengan ukuran sebenarnya (1 cm ≙ 1 cm). O_1 kita gambarkan dalam lukisan kutub, menurut skala 1 cm ≙ o cm^2.

Kita mengambil kutub dengan jarak kutub sebesar H_I cm, jadi sesuai dengan H_I o cm^2. Kita tarik jari-jari kutubnya dan batang-batang yang bersangkutan. Dari segitiga-segitiga yang sebangun, ternyatalah :

$$\text{I II} : a_1 = O_1 : H_1 o.$$

Jadi :

$$O_1 a_1 = \text{I II}.H_I o.$$

Kita cari $O_1 a_1^2 = O_1 a_1 . a_1 = \text{I. II}.a_1 H_I o$ dan sekarang kita tentukan I II.a_1.

Sekarang kita memilih sebuah kutub P_2 dengan jarak kutub $H_2 = H_{II}$ cm, dan menggambarkan lukisan kutub P_2 I II dan lukisan batang-batang $a\beta$ yang bersangkutan.

Dari segitiga-segitiga yang sebangun, ternyatalah :

I II : H_{II} = $a\beta$: a_1, atau I II.a_1 = $H_{II}.a\beta$.

Jadi :

$O_1 a_1^2 = H_{II} \,.\, a\beta \,.\, H_I \,.\, o = H_I H_{II} o \,.\, a\beta.$

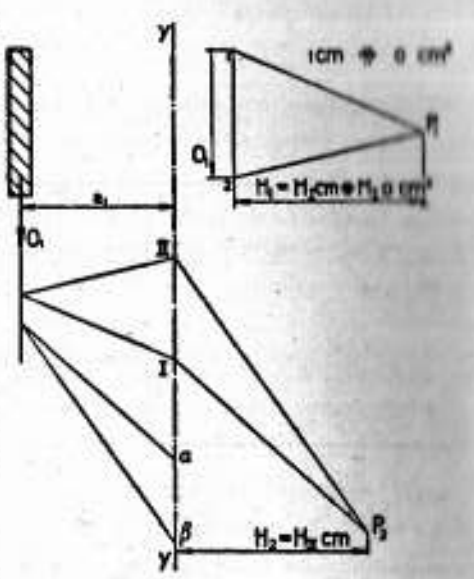
Jika gambar ini kita gambarkan dengan skala 1 cm ≙ l cm, maka besar momen kelembaman yang kita cari, adalah : $l^4 . H_I . H_{II} o . a\beta$.

Jadi skala momen kelembaman, adalah :

1 cm ≙ $H_I H_{II} .o$ cm^4.

Jika pada lukisan kutub pertama, kita tidak menggambarkan luas yang diukur, tapi luas yang sebenarnya pada ukuran skala 1 cm ≙ 0 cm^2, maka skala momen kelembaman adalah :

1 cm ≙ $l^2 . H_I . H_{II} .o$ cm^4.



Gamb. 120

§ 79 Cara menentukan momen kelembaman linier sebuah lukisan datar sembarangan secara grafik

Jika kita mempunyai sebuah lukisan, di mana kita tidak boleh menghilangkan momen kelembaman sendiri, maka lukisan kita bagi dalam jalur-jalur yang kecil oleh garis-garis, sejajar dengan sumbu kelembaman. Untuk tiap jalur ini, kita pergunakan konstruksi paragrap yang lalu.

Lihat gambar 121.

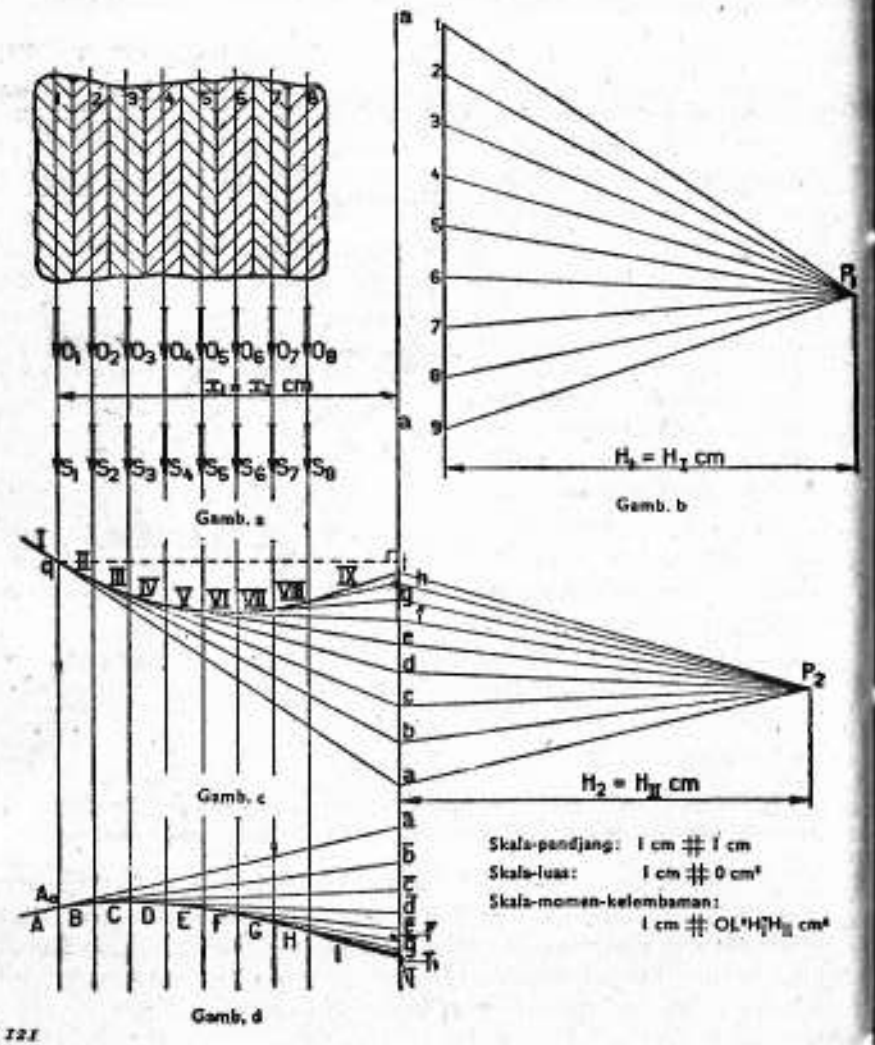
Agar dapat menentukan cara berfikir, kita bicarakan cara menentukan momen kelembaman I_a dari gambar 121a, terhadap garis lurus aa.

Sebagaimana telah dikatakan, lukisan kita bagi-bagi dalam jalur-jalur yang kecil. Sekarang kita tentukan momen-momen kelembaman dari bagian-bagian elementer ini terhadap garis aa, kemudian kesemuanya ini kita jumlahkan. Lihatlah sekarang pada momen kelembaman I_1 dari bagian 1 terhadap aa. Menurut rumus (27), maka :

$$I_1 = I_{z_1} + x_1^2 O_1.$$

Di sini I_{z_1} adalah momen kelembaman bagian 1 terhadap suatu garis, yang melalui titik berat Z_1 dari bagian itu dan sejajar dengan aa. x_1 adalah jarak antara Z_1 dan aa, dan O_1 adalah luas bagian 1 yang sebenarnya.

Kalau bagian 1, kita ambil sangat kecil (sempit) sekali, maka I_{z_1} dapat kita hilangkan terhadap $x_1^2 O_1$. Jadi kita mendapat kira-kira.



Gamb. 122

$$I_1 = x_1^2 O_1.$$

Hal ini adalah berlaku juga untuk bagian-bagian elementer lainnya, sehingga kita kira-kira dapat menuliskan :

$$I_a = x_1^2 O_1 + x_2^2 O_2 + \ldots . x_8^2 O_8.$$

Hasil jumlah ini dapat kita tentukan dengan cara sebagai berikut. Luas sebenarnya O_1, kita gamgarkan dari titik berat Z_1 sebagai vektor pada arah aa. Pula pada arah yang sama, kita gambarkan vektor-vektor

$O_2, O_3 \ldots . O_8$. Vektor-vektor ini letaknya berturut-turut melalui titik berat-titik berat $Z_2, Z_3 \ldots . Z_8$ dari bagian-bagian elementer 2, 3 . . . . 8.

Pada vektor-vektor $O_1, O_2 \ldots . O_8$ kita gambarkan sebuah lukisan kutub dan sudut banyak batang-batang. Untuk itu, kita ukurkan vektor-vektor ini, dengan suatu skala luas yang kita ambil sembarangan (1 cm ≙ 0 cm²) berturut-turut, dan kita mengambil kutub P_1 dengan jarak kutub sembarangan H_1 (= H_I cm). Dari P_1 kita tarik jari-jari kutub $P_1 - 1$, $P_1 - 2 \ldots . P_1 - 9$. Lihat gambar 121*b*. Kemudian kita gambarkan sudut banyak batang-batang. Lihat gambar 121*c*.

Batang-batang ini kita tarik sampai sumbu kelembaman aa. Kemudian, selaras dengan konstruksi paragrap yang lalu, kita mengambil sebuah kutub P_2 pada jarak sembarangan H_2 (H_{II} cm) dari garis aa, kita selesaikan lukisan kutub P_2 a i dan menggambarkan sudut banyak batang-batang A, B . . . . I yang bersangkutan.

Momen kelembaman I_a yang kita cari, adalah sama dengan :

$$I_a = o\, l^2\, H_I\, H_{II}.\, \overline{ai}\ \text{cm}^4,$$

jika $\overline{ai}$ merupakan panjang yang diukur (dalam cm).

Peringatan-peringatan.

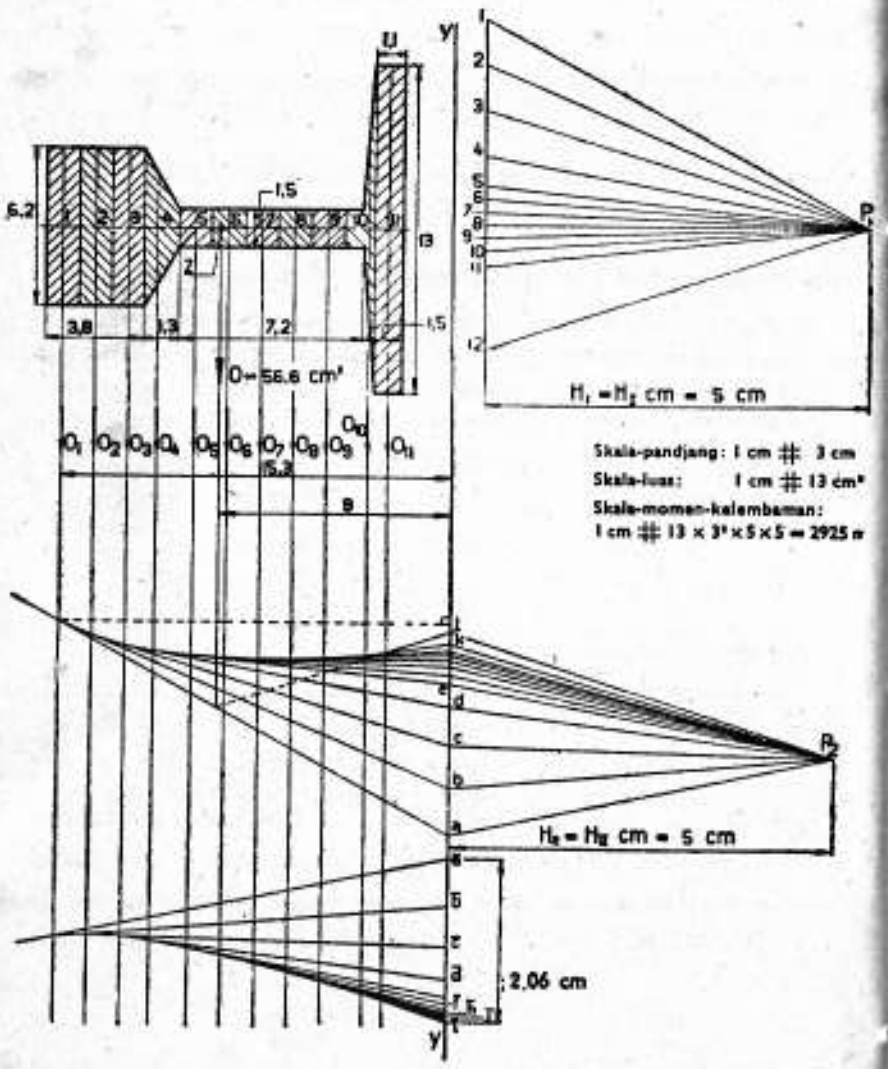
1. Jika kita memilih jumlah bagian elementer lain, maka uraian yang tadi itu berlaku juga. Jadi konstruksi ini berlaku pada umumnya. Jika kita memilih jumlah itu lebih besar, maka bagian-bagiannya akan menjadi lebih kecil, dan hasilnya akan lebih baik. Akan tetapi, jumlah itu tidak boleh kita perbesar sebagaimana kita kehendaki, karena konstruksi-konstruksi akan mengakibatkan ketidak tetapan dari gambar-gambar.
2. Jika aa memotong lukisan, maka konstruksi akan tetap berlaku.
3. Jika luas-luas yang diukur kita gambarkan, maka skalanya menjadi

$$1\ \text{cm} \triangleq o.l^4.\, H_I H_{II}\ \text{cm}^4.$$

§ 80 Contoh-contoh

Soal 60. Tentukanlah secara grafik, momen kelembaman dari gambar 122 terhadap sumbu YY. Tentukanlah kemudian momen kelembaman terhadap sumbu paralel dari aa melalui titik berat *Z*.

Cara menghitung. Pada penampang yang diketahui, ukuran-ukuran sebenarnya kita tuliskan. Kita gunakan konstruksi-konstruksi dari pa-



Gamb. 122 dan 123

$$I_y = 13.3^2.5.5.2{,}06 \sim 6024 \text{ cm}^4.$$

Jarak a dari sumbu-sumbu paralel, adalah sama dengan jarak antara titik potong S dari batang-batang a dan *l* sampai YY. Jarak ini diukur dalam gambar, adalah sama dengan 3 cm, jadi, berhubung dengan skala panjang 1 cm ≙ 3 cm, maka adalah sama dengan 3.3 = 9 cm. Luas

sebenarnya dari gambar adalah ~ 56,6 cm². Dengan begini terdapatlah :

$$I_x = I_y - a^2F.$$
$$I_x = 6024 - 9^2.56{,}6 = \sim 1.439 \text{ cm}^4.$$

§ 81 Soal-soal

Tentukanlah untuk hal-hal yang berikut, dengan jalan secara grafik, titik berat Z dari gambar dan momen kelembaman terhadap sumbu aa, tegak lurus pada sumbu simetri YY. Untuk jarak *a* dari Z sampai aa, kita harus mengambil sejumlah bulat cm, lebih besar dari jarak dari Z sampai bagian bawah lukisan (aa terletak di luar penampang yang diberikan).

Tentukanlah selanjutnya, dengan pertolongan rumus $I_x = I_y - a^2F$, momen kelembaman terhadap sumbu XX melalui Z ⊥ YY.

208. Untuk gambar 42*a*.
209. Untuk gambar 42*i*.
210. Untuk gambar 48*a*.
211. Untuk gambar 48*b*.
212. Untuk gambar 48*c*.
213. Untuk gambar 48*i*.
214. Untuk gambar 107*a*; $a = 5$ cm.
215. Untuk gambar 107*b*; $b = 5$ cm.

§ 82 Penetapan

Sebuah benda berbentuk prisma (batang, poros) dibebani murni dengan puntiran (tori), jika pada penampang-penampang normal hanya bekerja kopel-kopel, yang terletak di penampang-penampang itu.

Di samping puntiran, banyak sekali timbul pelengkungan dan pergeseran. Hal-hal beban ini, kita bicarakan nanti di bagian C.

Untuk sementara kita batasi pembicaraan sampai puntiran murni sebuah batang atau poros silindris. (Slinder)

§ 83 Uraian rumus puntiran

Jika kita pada permukaan silindris sebuah batang, sebelum pembebanan, menggambar sejumlah garis lukisan dan lingkaran, maka garis-garis lukisan, disebabkan karena beban puntiran berpindah menjadi garis-garis ulir, sedangkan lingkaran-lingkaran, tetap lingkaran-lingkaran.

Dengan dasar itu, maka pada uraian rumus untuk puntiran murni, kita mengambil patokan :

1. Penampang-penampang normal tetap datar.
2. Penampang-penampang normal berputar pada titik tengah.
3. Perputaran penampang normal X, terhadap suatu penampang normal yang tetap, adalah berbanding seharga dengan jarak x antara kedua penampang itu.

Jika perputaran penampang sembarangan X, yang letaknya pada jarak x dari penampang tetap V, adalah sama dengan φ_x dan perputaran penampang E pada jarak l dari V, adalah sama dengan φ maka menurut 3 :

$$\varphi_x : \varphi = x : l.$$

Dengan perubahan-perubahan bentuk yang tersebut, di mana dua penampang, yang letaknya sangat dekat sekali satu sama lain, dapat dianggap sebagai pergeseran-pergeseran, terdapat tegangan-tegangan, yang terletak dalam penampang-penampang normal. Tegangan-tegangan ini sebetulnya tegangan-tegangan geser; jika kita memperhatikan cara terjadinya, maka ini dapat juga kita namakan tegangan-tegangan puntiran.

Pada gambar 125, kita gambarkan bagian elementer sebuah batang antara dua penampang normal 1 dan 2. Jarak antara kedua penampang ini, kita namakan Δx. Sudut, dengan mana penampang 2 diputarkan

terhadap penampang 1, kita nyatakan dengan $\Delta \varphi$. Jika kita membayangkan, bahwa batang yang tidak berbeban itu terdiri atas serat-serat, yang letaknya pada arah panjang batang, kita dapat melihat dengan mudah, bahwa kedua titik potong serat dengan penampang 1 dan 2 (ujung-ujng bagian serat elementer sebesar Δx), disebabkan karena puntiran tergeser satu terhadap lainnya.

Jika kita bandingkan gambar 125 dengan gambar 21, ternyatalah, bahwa (pada gambar 125) :

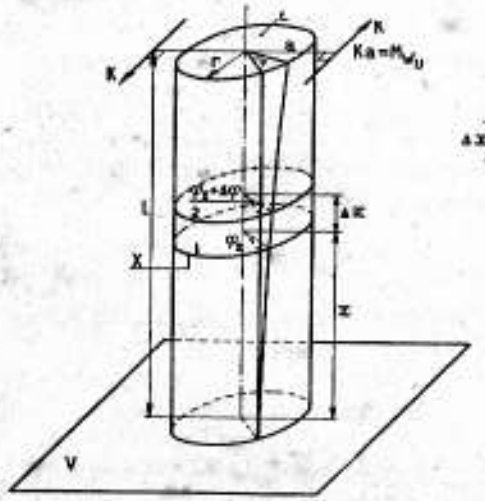
$$DD' = \gamma_\rho . \Delta x,$$

sedangkan DD' adalah juga sama dengan $\Delta\varphi . \rho$ sehingga :

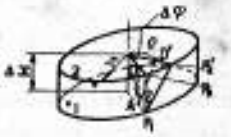
$$\gamma_\rho . \Delta x = \Delta\varphi . \rho .$$

Menurut § 32, rumus (17), adalah $\gamma = \frac{\tau}{G}$; dengan $\gamma = \gamma_\rho$ dan $\tau = \tau_\rho$ terdapatlah :

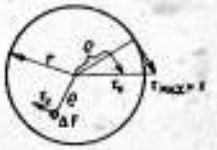
$$\gamma_\rho = \frac{\tau_\rho}{G}.$$



Gamb. 124



Gamb. 125



Gamb. 126

Harga ini, diganti dalam $\gamma_\varrho . \Delta x = \Delta\varphi . \varrho$, terdapatlah :

$$\frac{\tau_\varrho}{G} . \Delta x = \Delta\varphi . \varrho$$

Jika dari ini, kita menghitung τ_ϱ, maka kita mendapat :

$$\tau_\varrho = G \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \varrho .$$

Dahulu, kita telah melihat, bahwa perputaran dua buah penampang satu terhadap lainnya, adalah berbanding dengan jarak mereka, sehingga $\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{\varphi}{l}$. Dengan mengganti seharga dalam rumus yang penghabisan ini, kita mendapat : $\tau_\varrho = G . \frac{\varphi}{l} \varrho$. Di sini, $G . \frac{\varphi}{l}$ adalah sebuah konstante, sehingga τ_ϱ berbanding seharga dengan ϱ. Dengan ini ternyatalah, bahwa : $\tau_\varrho = \frac{\varrho}{r} \tau$, sehingga tegangan-tegangan geser yang terbesar, terdapat pada keliling. Pembagian tegangan dari gambar 126, adalah sama dengan rumus ini.

Gaya-gaya tegang, yang bergantungan dengan gaya-gaya ini, merupakan suatu kopel, yang dinamakan kopel puntiran dalam. Momen kopel ini dapat kita hitung sebagai berikut :

Jika dalam elemen luas ΔF, terdapat suatu tegangan τ_ϱ, maka elemen ini dapat memindahkan gaya tegang sebesar $\tau_\varrho . \Delta F = \frac{\varrho}{r} \tau . \Delta F$.

Gaya tegang ini letaknya tegak lurus pada jari-jari ke arah titik netral dan terhadap titik itu ia mempunyai momen :

$$\frac{\varrho}{r} \tau . \Delta F . \varrho = \frac{\tau}{r} \varrho^2 . \Delta F .$$

Jumlah momen-momen semua gaya-gaya tegang, adalah momen M_{wi} kopel dalam, jadi

$$M_{wi} = \Sigma \frac{\tau}{r} \varrho^2 . \Delta F = \frac{\tau}{r} \Sigma \varrho^2 . \Delta F .$$

Jumlah yang penghabisan ini, adalah momen kelembaman poler dari penampang normal terhadap titik netral.

Jika ini kita umpamakan I_p, maka terdapatlah :

$$M_{wi} = \frac{\tau}{r} . I_p = \tau \frac{I_p}{r} .$$

Pada puntiran, hasil bagi $\frac{I_p}{r}$ ini sering sekali kita jumpai, dan ini kita namakan momen tahanan terhadap puntiran. Jika ini kita umpamakan W_w, maka rumus yang didapat berubah menjadi :

$$M_{wi} = \tau W_w .$$

Menurut syarat-syarat keseimbangan, M_{wi} ini adalah sama dengan momen M_w, kopel puntiran (luar). Jika kita tuliskan lagi $M_{wi} = M_w$ $= M_w$ maka kita mendapat rumus :

$$M_w = \tau W_w . \qquad (37).$$

Rumus ini kita namakan **rumus puntiran.**

Jika kita harus menghitung M_w atau W_w dengan rumus ini, maka tidak boleh melampaui harga yang telah ditentukan, harga mana adalah tergantung pada macam bahan dan sifat beban. Harga ini kita namakan tegangan puntir yang diizinkan. Jika tegangan ini, kita umpamakan $\bar{\tau}_w$, maka dengan $\tau = \bar{\tau}_w$ **rumus puntiran** ini berubah menjadi :

$$M_w = \bar{\tau}_w . W_w \qquad (38).$$

Dari uraian ini, ternyatalah, bahwa rumus ini berlaku untuk poros-poros pejal dan poros-poros geronggang. Rumus untuk **poros pejal bulat,** dapat kita jabarkan, dan untuk itu momen tahanan kita hitung dalam garis tengah poros. Momen tahanan poler penampang berbentuk lingkaran, terhadap titik tengahnya, adalah sama dengan hasil bagi momen kelembaman poler I_p dan jari-jari r. dan adalah sama dengan : $W_w = \frac{I_p}{r}$. Dengan $I_p = \frac{\pi}{32} d^4$ dan $r = \frac{d}{2}$, kita mendapat

$$W_w = \frac{\frac{32}{\pi} d^4}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi}{16} d^3 \qquad (39a).$$

Jika ini kita ganti dalam rumus puntiran, maka terdapatlah :

$$M_w = \tau_w \frac{\pi}{16} d^3 \sim 0{,}2\, \bar{\tau}_w d^3 \qquad (39b).$$

Untuk **poros geronggang** dengan penampang berbentuk cincin, dan mempunyai garis tengah luar D dan garis tengah dalam d, maka momen kelembaman poler adalah sebesar :

$\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$. Jadi momen tahanan poler adalah :

$$W_w = \frac{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16\,D} \qquad (39c).$$

Dengan ini rumus puntiran untuk poros bolong yang bulat, berubah menjadi

$$M_w = \bar{\tau}_w \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16\,D} \qquad (39d).$$

Peringatan-peringatan. Sebagaimana juga halnya dengan momen tahanan pada pelengkungan, maka momen tahanan poler ini, dapat kita hitung dalam cm^3.

Pemakaian rumus ini, adalah sama dengan dari rumus pelengkungan.

§ 84 Contoh-contoh

Soal-soal 61. Sebuah poros, yang tebalnya 3 cm, dipuntir murni oleh kopel dengan momen M_w. Jika $M_w = 2.000$ kgcm, hitunglah tegangan yang terdapat pada kelilingnya.

Cara menghitung.

$$\tau = \frac{M_w}{W_w} = \frac{2000}{\frac{\pi}{16}3^3} \sim 378 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 62. Sebuah poros dipuntir murni oleh kopel dengan momen sebesar 5.000 kgcm. Berapa tebalkah poros itu sedikit-dikitnya, supaya tegangan terbesar $\bar{\tau}_w = 230$ kg/cm² tidak akan dilampaui ?

Cara menghitung.

$$W_w = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{M_w}{\bar{\tau}_w} = \frac{5000}{230} \text{ cm}^3$$

$$d^3 = \frac{5000.16}{230.\pi} \sim 111 \text{ cm}^3 \quad d \sim 4{,}82 \sim 5\text{cm}.$$

Soal 63. Sebuah poros mempunyai garis tengah sebesar 9 cm. Hitunglah momen puntiran terbesar yang dapat dipindahkan oleh sumbu ini, pada tegangan yang diizinkan sebesar 250 kg/cm² ?

Cara menghitung.

$$M_w = \bar{\tau}_w . W_w = 250 . \frac{\pi}{16} . 9^3 \sim 35\,800 \text{ kgcm}.$$

Soal 64. Sebuah poros dengan perputaran 140 tiap-tiap menit, dapat memindahkan daya sebesar 18 gk. Hitunglah garis tengah poros. $\bar{\tau}_w = 120$ kg/cm².

Cara menghitung. Agar dapat menemukan hubungan antara momen puntiran, daya dan jumlahnya perputaran tiap-tiap menit, maka kita umpamakan, bahwa pada keliling poros bekerja suatu gaya, yang menyilang garis tengah poros tegak lurus, pada jarak R. Gaya yang bekerja pada poros, mengakibatkan momen puntiran $M_w = P.R$. Usaha yang dikerjakan oleh gaya pada satu perputaran poros, adalah menurut ilmu gaya teori, sama dengan $P.2\pi R$.

Jika jumlah perputaran poros itu adalah sama dengan n tiap-tiap menit, maka usaha yang dikerjakan oleh gaya setiap menit, adalah sama dengan $P.2\pi R.n$. Jadi usaha yang dilakukan setiap detik, adalah sama dengan $\frac{P.2\pi R.n.}{60}$. Usaha tiap-tiap kesatuan waktu ini, kita namakan daya. Jika P kita ucapkan dengan kg dan R dengan cm, maka dengan

$$\frac{P.2\pi R.n}{60},$$

kita mendapat daya dalam kgcm/det. Jika kita namakan N daya ini diucapkan dengan gk (1 gk = 75 kgm/det.), maka terdapatlah :

$$N = \frac{P.2\pi R.n}{100.75.60}.$$

Dengan $PR = M_w$, kita mendapat

$$N = \frac{2\pi M_w.n}{100.75.60} \text{ atau } M_w = \frac{100.75.60}{2\pi} . \frac{N}{n} = 71\,620 \frac{N}{n} \qquad (40).$$

Di sini M_w kita nyatakan dalam kgcm. N kita nyatakan dalam gk, dan n adalah jumlah perputaran tiap-tiap menit.

Dalam soal kita, $N = 18$ gk, dan $n = 140$. Jadi kita mendapat

$$M_w = 71\,620 . \frac{18}{140} \text{ kgcm}.$$

Dengan $W_w = \frac{M_w}{\bar{\tau}_w}$ dan $W_w = \frac{\pi}{16} d^3$ kita mendapat :

$$\frac{\pi}{16} d^3 = \frac{71\,620 \frac{18}{140}}{120}, \text{ atau } d^3 = \frac{16.71\,620.18}{\pi . 120.140} \sim 390 \text{ cm}^3$$

$$d \sim 7{,}3 \text{ cm}.$$

Soal 65. Sebuah poros geronggang, dengan garis tengah luar sebesar 18 cm, harus dapat menahan momen putiran yang sama dengan poros pejal, dengan garis tengah sebesar 15 cm. Berapakah garis tengah dalam poros geronggang yang sebesar-besarnya ? Tegangan yang diizinkan untuk kedua poros itu adalah sama.

Cara menghitung. Ternyatalah bahwa momen-momen tahanan poros untuk kedua poros itu harus sama besarnya. Jika garis tengah dalam poros geronggang itu kita umpamakan x cm, maka momen tahanan poler untuk poros geronggang adalah :

$$W'_w = \frac{\pi(18^4 - x^4)}{16.18} \text{ cm}^3$$

dan momen tahanan poler untuk poros pejal adalah $W''_w = \frac{\pi}{16} . 15^3$ cm^3.

Jadi $\frac{\pi(18^4 - x^4)}{16.18}$ harus sama dengan $\frac{\pi 15^3}{16}$, atau $\frac{18^4 - x^4}{18} = 15^3$.

Dengan ini ternyatalah : $x^4 = (18^3 - 15^3) . 18 \sim 44226$ cm^4 dan $x \sim 14{,}5$ cm.

Soal 66. Jika $\bar{\tau}_w = 210$ kg/cm^2, garis tengah sebuah poros yang mendapat beban puntiran murni, acapkali kita hitung dengan mempergunakan rumus :

$$d \sim 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Di sini d adalah garis tengah poros dalam cm, N adalah daya dalam gk dan n adalah jumlah perputaran tiap-tiap menit.

Buktikanlah rumus ini.

Jika kita mempergunakan rumus $d = 14 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, hitunglah besar tegangan yang diizinkan.

Cara menghitung. Jika dalam rumus puntiran ini, kita ganti : $\bar{\tau}_w = \frac{M_w}{W_w}$, $\bar{\tau}_w = 210$ kg/cm^2, $M_w = 71\,620 \frac{N}{n}$ dan $W_w = \frac{16}{\pi} d^3$, maka terdapatlah berturut-turut :

$$210 = \frac{71\,620 \frac{N}{n}}{\frac{\pi}{16} d^3} \text{ atau } d^3 = \frac{71\,620\, N}{210 . \frac{\pi}{16} n},$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{71\,620.16}{210.\pi}} . \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \sim 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Dengan $M_w = 71\,620 \frac{N}{n}$ dan $W = \frac{\pi}{16} d^3$, maka dari $\bar{\tau}_w = \frac{M_w}{W_w}$, terdapatlah

$$\bar{\tau}_w = \frac{71\,620 \frac{N}{n}}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{71\,620 \frac{N}{n}}{\frac{\pi}{16} . 14^3 . \frac{N}{n}} \sim 133 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 67. Menurut lembaran normal N 6, maka tegangan geser τ dalam kg/cm^2, kita hitung dengan rumus :

$$\tau = \frac{360\,000\, N}{d^3 n}.$$

Uraian untuk N, d dan n, lihatlah dalam soal 66.

Bagaimanakah kita mendapat kofisen 360 000 ?

Berapakah harga yang kita berikan kepada π ?

Cara menghitung. Menurut rumus puntiran $\tau = \frac{M_w}{W_w}$.

Dalam menghitung soal 64, kita telah mendapat $M_w = 71\,620 \frac{N}{n}$.

Untuk sebuah poros, yang mempunyai garis tengah d, besar momen tahanan poler adalah : $W_w = \frac{\pi}{16} d^3$.

Jika rumus penghabisan ini, kita ganti dalam rumus puntiran, maka terdapatlah :

$$\tau = \frac{M_w}{W_w} = \frac{71\ 620\ \frac{N}{n}}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{71\ 620.16}{\pi} \frac{N}{d^3 n}.$$

Jadi kofisen 360 000 itu, adalah selaras dengan $\frac{17\ 620.16}{\pi}$.

Dari $\frac{71\ 620.16}{\pi} = 360\ 000$ ternyatalah bahwa untuk π telah diambil harga :

$$\pi = \frac{71\ 620.16}{360{,}000} \sim 3{,}18.$$

Soal 68. Menurut lembaran normal N 6, sebuah poros, dengan garis tengah 60 mm, pada 180 perputaran tiap-tiap menit, dapat memindahkan daya sebesar 19,1 gk.

Berapa besarkah tegangan yang diizinkan ?

Hitunglah dengan rumus puntiran dan dengan rumus $\tau = \frac{360\ 000\ N}{d^3 n}$ dari lembaran normal N 6.

Cara menghitung. Menurut rumus puntiran, $\bar{\tau}_w = \frac{M_w}{W_w}$.

$M_w = 71\ 620\ \frac{N}{n} = 71\ 620.\ \frac{19{,}1}{180}$ kgcm dan $W_w = \frac{\pi}{16}.\ 6^3$ cm^3.

Jadi $\bar{\tau}_w$ adalah sama dengan $= \frac{71\ 620.19{,}1.16}{180\ .\pi.\ 216} \sim 179$ kg/cm^2.

Dengan $\tau = \frac{360\ 000\ N}{d^3 n}$, terdapatlah $\tau = \frac{360\ 000.19{,}1}{6^3.180} \sim 177$ kg/cm^2.

Peringatan. Selisih terdapat pada harga^2, yang kita berikan pada π 179. $\frac{3{,}14}{3{,}18}$ adalah sama dengan 177 kg/cm^2.

§ 85 Perubahan bentuk batang-batang silindris pada puntiran. Sudut puntiran.

Dalam pembicaraan mengenai beban tarik, beban tekan dan beban geser kita tunjukkan pula perubahan-perubahan bentuk yang bersangkutan dengan beban-beban. Dalam pembicaraan tentang beban lengkung, kita tidak menyinggung-nyinggung soal perubahan bentuk, untuk ini maka dalam bagian D dari buku ini, terdapat beberapa pelajaran tersendiri tentang itu.

Perubahan bentuk yang terdapat pada poros-poros dengan puntiran, tidak usah kita uraikan panjang lebar.

Dahulu kita telah melihat, bahwa pada beban puntir, terjadi perputaran dua buah penampang normal satu terhadap lainnya; ini berlaku juga untuk penampang-penampang ujung sebuah batang.

Sudut dengan mana penampang ujung yang satu berputar terhadap penampang ujung yang lainnya, kita namakan sudut puntiran.

Sudut ini kita umpamakan dengan φ. Untuk dapat menghitung ini, kita umpamakan bahwa batang itu tersusun atas bagian-bagian elementer.

Salah satu dari bagian-bagian elementer ini, dapat terlihat pada gambar 124 dan gambar 125 adalah gambar dalam perincinya.

Anggaplah sekarang bagian-bagian elementer ini, dari ujung batang V yang satu sampai ujung E yang lainnya dan anggaplah ujung V itu adalah tetap, maka dengan begini teranglah sudah, bahwa φ itu adalah sama dengan jumlah perputaran-perputaran $\Delta\varphi$, di mana $\Delta\varphi$ adalah perputaran bidang 2 dari bagian elementer terhadap bidang 1.

Dari $\tau_\rho = G \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \rho$, lihat § 83, halaman 213 dengan $\rho = r$ dan $\tau_\rho = \tau$, terdapatlah :

$$\Delta\varphi = \frac{\tau.\Delta x}{Gr}.$$

Dengan $\varphi = \Sigma\,\Delta\varphi$, maka terdapatlah :

$$\varphi = \Sigma\,\Delta\varphi = \Sigma\,\frac{\tau.\Delta x}{Gr}.$$

Karena G, r dan τ itu, adalah konstante-konstante, maka

$$\varphi = \frac{\tau}{Gr}.\Sigma\,\Delta x.$$

Jumlah semua bagian elementer Δx, adalah sama dengan panjangnya l dari batang sehingga :

$$\varphi = \frac{\tau l}{Gr} \qquad (41a).$$

Dengan $\tau = \frac{M_w}{W_w}$, maka rumus akan berubah menjadi :

$$\varphi = \frac{M_w . l}{W_w . G r} = \frac{M_w . l}{G W_w r}.$$

Sekarang adalah : $W_w r = I_p$,

jadi terdapat : $$\varphi = \frac{M_w . l}{G I_p} \qquad (41b).$$

Di sini φ adalah **sudut puntiran.** Berhubung dengan uraian rumus ini, maka φ harus kita hitung dalam **radial.** Momen puntiran M_w biasanya kita hitung dalam kgcm, panjang batang l dalam cm, modulus gelincir G dalam kg/cm² dan momen kelembaman poler I_p dalam cm⁴.

Dalam ilmu bangunan mesin-mesin, kadang-kadang kita mengajukan syarat-syarat, tidak melampaui suatu harga yang tertentu, dan pada poros-poros yang mempunyai beban puntiran misalnya sudut puntiran harus tetap, tinggal di bawah ¼° atau ⅓° tiap m panjang poros.

Sudut puntiran ini untuk tiap-tiap m atau tiap-tiap 100 cm panjang poros kita namakan sudut puntiran jenis, jadi ini tidaklah boleh lebih besar daripada ¼° atau ⅓°.

Karena di sini kita mempunyai hitungan sudut dalam derajat, maka rumus yang kita dapat, harus kita perhitungkan lagi.

Kita telah melihat, bahwa 2π radial itu adalah selaras dengan 360 derajat, karena itu maka terdapatlah :

$$\varphi = \frac{M_w . l}{G I_p} \text{ radial, atau } \frac{180}{\pi} . \frac{M_w . l}{G I_p} \text{ derajat} \qquad (41c).$$

Untuk **poros bulat yang pejal**, kita mendapat :

$$\varphi = \frac{M_w . l}{G . \frac{\pi}{32} d^4} = \frac{32 M_w . l}{\pi d^4 G} \text{ radial,}$$

atau

$$\varphi = \frac{180}{\pi} . \frac{32 M_w . l}{\pi d^4 G} \text{ derajat} \qquad (42a).$$

Untuk **poros geronggang** kita mendapat :

$$\varphi = \frac{M_w . l}{G . \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)} = \frac{32 M_w . l}{\pi (D^4 - d^4) G} \text{ radial dan}$$

$$\frac{180}{\pi} . \frac{32 M_w . l}{\pi (D^4 - d^4) G} \text{ derajat} \qquad (42b).$$

Soal 69. Sebuah poros dengan 80 perputaran tiap-tiap menit, dapat memindahkan setiap detik, suatu usaha sebesar 7.500 gkdet. Hitunglah besar garis tengah. Tegangan yang diizinkan adalah 400 kg/cm². Hitunglah juga besar sudut putiran, jika diketahui panjang poros = 20 m, dan G = 860 000 kg/cm².

Cara menghitung. Menurut halaman 216, adalah : $M_w = 17\ 620 \frac{N}{n}$, sehingga

$$\bar{\tau}_w = \frac{M_w}{W_w} = \frac{71\ 620 \frac{N}{n}}{\frac{\pi}{16} d^3}$$

Menurut soalnya, terdapatlah N = 7.500 gk. n = 80. $\bar{\tau}_w$ = 400 kg/cm². Jika harga-harga ini kita ganti dalam rumus, maka sesudahnya beberapa jabaran, terdapatlah :

$$d^3 = \frac{16.71\ 620.7500}{80.\pi.400} \sim 85.500 \text{ cm}^3 \text{ dan } d \sim 44{,}1 \text{ cm.}$$

Menurut rumus (41c) terdapatlah :

$$\varphi = \frac{180}{\pi} . \frac{M_w . l}{G . I_p} = \frac{180}{\pi} . \frac{71\ 620 \frac{N}{n} . l}{G . I_p} \text{ derajat.}$$

Diketahui :

l = 20 m = 2.000 cm; G = 860.000 kg/cm²; $I = \frac{\pi}{32} d^4$, sehingga

$$\varphi = \frac{180}{\pi} . \frac{71\ 620.7500.2000.32}{860\ 000.\pi.(44{,}1)^4.80} \sim 2{,}4°.$$

Catatan. φ dapat juga kita hitung sebagai berikut. Menurut rumus (41a) adalah

$$\varphi = \frac{\tau l}{G \frac{d}{2}} = \frac{400.2000}{860\ 000. \frac{44{,}1}{2}} \sim 0{,}042 \text{ rad atau } \frac{180}{\pi} . 0{,}042 \sim 2{,}4°.$$

Soal 70. Sebuah poros harus dapat memindahkan 80 gk pada perputaran 200 tiap-tiap menit. Tegangan puntir yang diizinkan adalah = 400 kg/cm².

Hitunglah garis tengah poros d. Hitunglah juga sudut puntiran poros dalam derajat, jika diketahui panjang poros 6 m dan $G = 800.000$ kg/cm².

Cara menghitung.

$$W_w = \frac{M_w}{\bar{\tau}_w}, \text{ jadi } \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = \frac{71\ 620 . \frac{80}{200}}{400}$$

dan $$d^3 = \frac{71\ 620.80.16}{200.400} \sim 366 \text{ cm}^3. \quad d \sim 7{,}16 \text{ cm}.$$

Menurut rumus (41c), φ menjadi

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_w . l}{G . I_p} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{71\ 620\ \frac{N}{n} l}{G . \frac{\pi}{32} d^4} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{71\ 620.80.600.32}{800\ 000 . \pi . 7{,}16^4 . 200}$$

$\sim 4{,}83°$.

Catatan.

1. Dengan $\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\tau l}{G . \frac{d}{2}}$ kitapun mendapat :

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{400.600.2}{800\ 000 . 7{,}16} \sim 4{,}83°.$$

2. Jika sudut puntiran yang diizinkan, berjumlah ¼° tiap-tiap m, maka sudut ini ialah terlalu besar.

Untuk poros dengan panjang 6 m, sudut tidak boleh melampaui 6 . ¼° = 1°30′.

Soal 71. *a.* Jika sebuah poros harus memindahkan momen puntiran M_w, kita dapat menentukan ukuran-ukurannya dengan rumus $W_w = \frac{M_w}{\bar{\tau}_w}$. Di sini W_w adalah momen kelembaman terhadap puntiran dan $\bar{\tau}_w$ adalah tegangan puntir yang diizinkan.

Dari rumus yang diketahui, kita harus menguraikan rumus sbb. :

$$d \sim 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

jika diketahui

d = garis tengah poros dalam cm, $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm².

I_p = momen kelembaman poler = $\frac{\pi}{32} d^4$, N = daya dalam gk, yang harus dipindahkan poros, n = jumlah perputaran tiap-tiap menit.

b. Sudut puntiran $\varphi = \frac{M_w . l}{G I_p}$.

Di sini φ dihitung dalam radial, l panjang poros dalam cm, G modulus gelinciran dalam kg/cm². I_p adalah momen kelembaman poler dalam cm⁴.

Buktikanlah bahwa garis tengah poros d, dapat kita hitung dalam cm dengan rumus

$$d \sim 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}},$$

jika $G = 800\ 000$ kg/cm² dan $\varphi = ¼°$ tiap-tiap 100 cm panjang poros.

c. Untuk harga yang manakah dari $\frac{N}{n}$ dapat dicapai tegangan puntiran dari 200 kg/cm² dan sudut puntiran dari ¼° untuk tiap-tiap 100 cm panjang poros ?

d. Hitunglah juga garis tengah poros transmisi, yang pada 160 perputaran tiap-tiap menit, harus memindahkan daya 165 gk. Sudut puntiran yang diizinkan, ¼° tiap-tiap 100 cm panjang poros, tegangan puntiran yang diizinkan 200 kg/cm².

Cara menghitung.

a. $W_w = \frac{M^w}{\bar{\tau}_w}$; $W_w = \frac{\pi}{16} d^3$; $M_w = 71\ 620 \frac{N}{n}$; $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm².

Jadi kita mendapat

$$\frac{\pi}{16} d^3 = \frac{71\ 620\ \frac{N}{n}}{200} \text{ dan } d^3 = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{71\ 260}{200} \cdot \frac{N}{n},$$

atau

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}} \cdot \frac{71\ 620}{200} \cdot \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12{,}22 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Jika garis tengah, yang didapat dari rumus untuk perhitungan kekuatan kita namakan d_s, maka $d_s \sim 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$.

$$b.\ \varphi = \frac{180}{\pi}.\frac{M_v l}{GI_p} = \frac{180}{\pi}.\frac{71\ 620\ \frac{n}{N} l}{800\ 000.\ \frac{\pi}{32}\ d^4} \text{ derajat.}$$

Untuk panjang $l = 1$ m $= 100$ cm, φ boleh setinggi-tingginya $\frac{1}{4}°$; dengan ini terdapatlah :

$$\frac{1}{4} = \frac{180}{\pi}.\frac{71\ 620.\frac{N}{n}.\ 100}{800\ 000.\ \frac{\pi}{32}\ d^4},\quad d^4 = \frac{4.\ 180.71\ 620.100.32}{\pi^2.800\ 000}\ \frac{N}{n}.$$

Jadi $d = \sqrt[3]{\frac{7162.28{,}8}{\pi^2}}.\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$, atau $d = 12{,}033\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

Untuk dapat membedakan dari d_s, maka garis tengah ini, kita umpamakan $d\phi$, maka ini adalah $d\phi = 12\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

c. Menurut a, besar $d_s = 12{,}22\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, dan menurut b, besar

$$d\phi = 12{,}033\sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$

d_s adalah sama dengan $d\phi$, untuk harga-harga dari N, di mana :

$$12{,}22\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12{,}033\sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$

jadi untuk $$\frac{N}{n} = \left(\frac{12{,}033}{12{,}22}\right)^{12} \sim 0{,}83\ ^1).$$

Jika telah memenuhi syarat-syarat ini, maka untuk garis tengah poros pada perhitungan kekuatan ($\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm²) dan pada perhitungan perubahan bentuk ($\varphi = \frac{1}{4}°$ per m), terhadap harga d yang sama besarnya.

---

¹) Sebenarnya hasil bagi ini bukan bilangan ta' bernama. Maksudnya ialah supaya hubungan ini dibaca sebagai berikut : hasil bagi bilangan ta' bernama yang menunjukkan besar daya dalam gk dan bilangan ta' bernama yang menentukan jumlah perputaran setiap menit, ialah 0,83.

d. Untuk membalas pertanyaan ini, maka kita harus menyelidiki untuk harga-harga $\frac{N}{n}$ yang mana harus kita menghitung dengan $d \sim 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, dan untuk yang mana dengan $d \sim 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$. Nyatalah, bahwa kita harus memakai rumus itu, yang dapat memberikan harga yang terbesar untuk d.

Jadi kita harus bekerja dengan rumus yang terakhir, jika $d\phi > d_s$, jadi jika :

$$12{,}033\sqrt[4]{\frac{N}{n}} > 12{,}22\sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Jika kita menjabarkan hubungan ini, maka terdapatlah berturut-turut $(12{,}033)^{12}\left(\frac{N}{n}\right)^3 > (12{,}22)^{12}\left(\frac{N}{n}\right)^4$, atau $\frac{N}{n} < \left(\frac{12{,}033}{12{,}22}\right)^{12}$,

atau $$\frac{N}{n} < 0{,}83.$$

Dengan ini kita telah mendapatkan sebagai berikut : jika harus memenuhi kepada $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm² dan $\varphi = \frac{1}{4}°$ tiap-tiap m, maka untuk hal

$\frac{N}{n} > 0{,}83$, kita harus bekerja dengan $d_s = 12{,}22\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,

dan kalau

$\frac{N}{n} < 0{,}83$, maka kita harus bekerja dengan $d\phi = 12{,}033\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

Dalam kedua hal ini, kita mempermudahkan kofisennya bingga 12. Dalam contoh kita $\frac{N}{n} = \frac{165}{160} = 1{,}03$ ¹).

Karena itu, kita menghitungnya dengan mempergunakan rumus yang pertama, dan kita mendapat :

$$d = d_s = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12{,}2 \text{ cm}.$$

Catatan-catatan. 1. Kita dapat dengan lebih mudah menghitung garis tengah poros, dengan $d_s = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ dan dengan $d\phi = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

---

¹) Lihat catatan di atas.

Dari harga-harga yang kita dapat, kita mengambil yang paling besar. Hal ini, kita serahkan kepada para pembaca.

2: Tabel-tabel yang telah ada, biasa dihitung dengan rumus-rumus :

$$d_s = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ dan } d\phi = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$

§ 86 Diagram $\frac{N}{n}$-d.

Pemakaian rumus-rumus

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ dan } d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}},$$

dengan pertolongan dari gambar 127, dijelaskan lebih lanjut lagi. Dalam gambar ini, dalam diagram $\frac{N}{n}$- d, terdapat dua buah garis, yang selaras dengan rumus-rumus

$$d_s = 12{,}22 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ dan } d\phi = 12{,}033 \sqrt[4]{\frac{N}{n}},$$

yang telah kita bicarakan pada halaman-halaman 225 dan 226. Kedua garis ini, memotong satu sama lainnya di titik S. Absis titik S setelah kita dapat pada penyelesaian soal 71. Ordinatnya adalah sama dengan

$$d = 12{,}22 \sqrt[3]{0{,}83} = \sim 11{,}5 \text{ cm}.$$

Pada sebelah kiri dari S, perhitungan harus dikerjakan dengan rumus untuk perubahan bentuk, sebelah kanan dari S, perhitungan itu harus dikerjakan dengan rumus untuk perhitungan kekuatan. Dalam gambar ini kita nyatakan dengan garis-garis yang ditarik.

Pada sumbu d, terdapat garis tengah-garis tengah poros, dengan begini gambar dapat N dan n, jika kita mengerjakan perhitungannya dengan mempergunakan $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm² dan $\varphi = \frac{1}{4}°$ tiap-tiap m.

Soal 72. Sebuah poros mempunyai $N = 165$ gk dan $n = 160$.

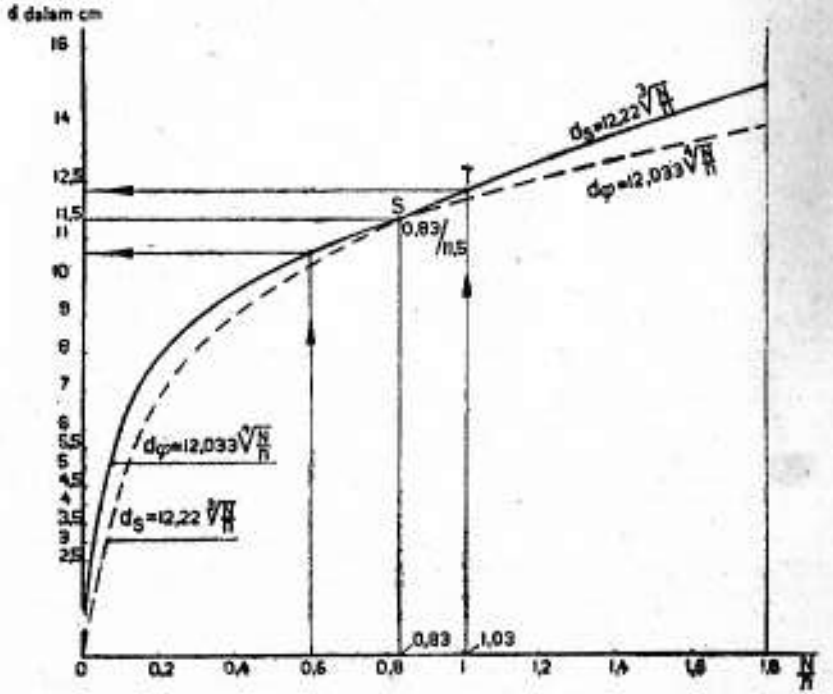
Tentukanlah dengan pertolongan gambar 127, garis tengah yang dinormalisir untuk poros ini.

Cara menghitung. Pertama-tama, kita menghitung $\frac{N}{n}$.

Rupanya $\frac{N}{n} = \frac{165}{160} \sim 1{,}03$. Pada sumbu $\frac{N}{n}$ kita mencari titik yang ditambahkan pada angka 1,03, dan melalui titik ini, kita menarik

sebuah garis, sejajar dengan sumbu d. Melalui titik potong T, dari garis ini dan garis lengkung yang ditarik, kemudian kita tarik sebuah garis sejajar dengan sumbu $\frac{N}{n}$. Titik potongnya dengan sumbu d terletak antara angka-angka 11,5 dan 12,5. Karena angka-angka yang letaknya di sumbu d, menunjukkan garis tengah-garis tengah yang dinormalisasikan, maka untuk garis tengah poros, kita ambil $d = 12{,}5$ cm.

Soal 73. Sebuah poros mempunyai $N = 120$ gk dan $n = 200$ perputaran tiap-tiap menit. Tentukanlah garis tengah untuk poros ini, dengan pertolongan gambar 127.



Gamb. 127

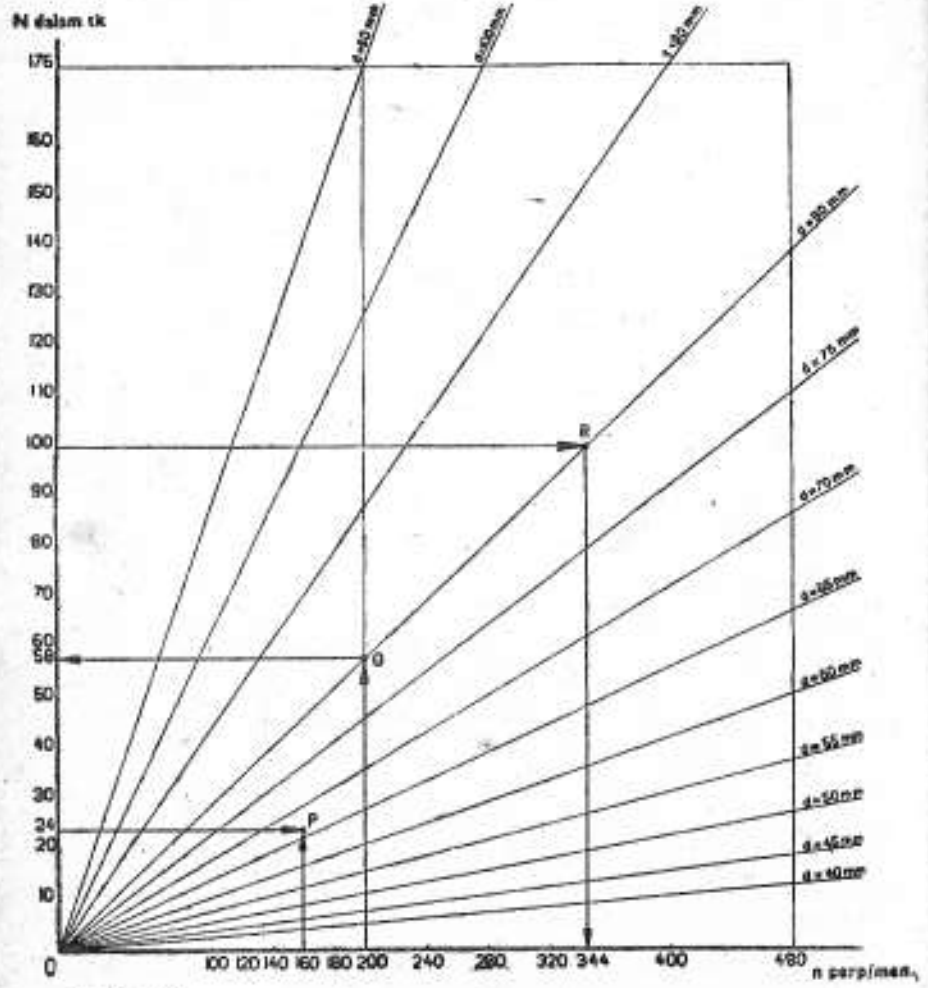
Cara menghitung. $\frac{N}{n} = \frac{120}{260} = 0{,}6$. Dengan cara yang sama dengan perhitungan soal yang lalu, kita mendapat sebuah titik di sumbu d, antara 10 dan 11. Jadi garis tengah poros d, adalah 11 cm.

§ 87 Nomogram ikatan untuk perhitungan garis tengah sebuah poros menurut lembaran normal N 6.

Menurut lembaran normal ini hubungan antara daya yang harus dipindahkan, jumlah perputaran tiap-tiap menit, dan garis tengah poros, ditentukan oleh rumus yang berikut, yang telah ditetapkan oleh komisi normalisasi.

$$N = \frac{d^{3\cdot5}n}{5.000}.$$

Di sini, N adalah daya dalam gk, n adalah jumlah perputaran tiap-tiap menit dan d adalah garis tengah poros dalam cm.



Gamb. 128

Untuk memperoleh nomogram yang sederhana, dalam sebuah diagram N-n, lihat gambar 128, kita gambarkan garis-garis menurut rumus yang terakhir, dengan harga-harga dari d. Untuk tiap-tiap harga dari d, kita dapati sebuah garis lurus melalui titik pusat O.

Jika kita menghitung koordinat-koordinat dari 1 titik sebuah garis lurus melalui titik O, maka kita dapat melukiskan garis lurus itu. Harga-harga N yang termasuk pada $n = 200$ dan garistengah-garistengah d yang dinormalisir, antara 40 mm dan 110 mm, dapat kita lihat dalam tabel di bawah ini. Dengan pertolongan harga ini, kita dapat melukiskan nomogram itu.

d dalam mm	N dalam gk. menurut N 6, termasuk pada n = 200	d dalam mm	N dalam gk. menurut N 6, termasuk pada n = 200
40	5,2	70	36
45	7,8	75	46
50	11,2	80	58
55	15,6	90	88
60	21	100	126
65	28	110	176

Nomogram dapat kita pergunakan untuk tiga jalan. Hal ini kita bicarakan dengan jalan mengambil tiga buah contoh.

Soal 74. Tentukanlah menurut lembaran normal N 6, dengan pertolongan nomogram dari gambar 128, garis tengah sebuah poros, yang harus dapat memindahkan daya sebesar 24 gk, pada perputaran 160 tiap-tiap menit.

Cara menghitung. Melalui titik sumbu n, yang ditentukan oleh harga 160 pada sumbu n kita tarik sebuah garis sejajar dengan sumbu N, dan melalui titik d dari sumbu N, yang ditentukan oleh $N = 24$ gk, kita tarik sebuah garis sejajar dengan sumbu n. Titik potong P garis-garis ini, terletak antara garis-garis untuk $d = 65$ mm dan $d = 70$ mm. Jadi garis tengah poros harus kita ambil sama dengan 70 mm.

Soal 75. Tentukanlah dengan pertolongan dari nomogram, jumlah gk yang menurut lembaran normal N 6, dapat dipindahkan oleh sebuah poros yang mempunyai garis tengah sebesar 80 mm, dan perputaran 200 tiap-tiap menit.

Cara menghitung. Melalui „titik 200" sumbu n, kita cari sebuah garis yang sejajar dengan sumbu N. Melalui titik potong Q garis ini

dengan garis untuk $d = 80$ mm, kita tarik sebuah garis, yang sejajar dengan sumbu n. „Titik potong 58" dengan sumbu N, memberikan daya, yang dapat dipindahkan. $N = 58$ gk.

Soal 76. Sebuah poros dengan garis tengah 80 mm, memindahkan daya sebesar 100 gk. Selidikilah, dengan pertolongan nomogram berapakah besar jumlahnya perputaran tiap-tiap menit, di mana daya itu dipindahkan.

Cara menghitung. Melalui, „titik 100" sumbu N, kita tarik sebuah garis, sejajar dengan sumbu n, dan melalui titik potong R, dari garis itu dengan garis lurus, yang termasuk pada garis tengah $d = 80$ mm, kita tarik sebuah garis, yang sejajar dengan sumbu N. „Titik potong 344" memberikan pada kita, besar jumlah perputaran yang ditanyakan. $n = 344$ perputaran tiap-tiap menit.

§ 88 Soal-soal

Jika dalam paragrap ini, kita membicarakan sebuah poros, maka selamanya kita maksudkan sebuah poros silindris yang pejal. Yang dimaksudkan dengan puntiran ialah, puntiran murni.

216. Sebuah poros dengan garis tengah 5 cm, dipuntir oleh sebuah kopel dengan momen sebesar 5.000 kgcm. Hitunglah tegangan puntir pada keliling dari suatu penampang normal.

217. Sebuah poros dipuntir oleh sebuah kopel dengan momen, sebesar 2.000 kgcm. $\bar{\tau}_w = 380$ kg/cm². Hitunglah garis tengah d poros ini.

218. Garis tengah sebuah poros, adalah 6 cm. Hitunglah momen puntiran maksimum, yang dapat dipindahkan setinggi-tingginya oleh poros ini. $\bar{\tau}_w = 230$ kg/cm².

219. Sebuah poros dengan 160 perputaran tiap menit, harus memindahkan daya sebesar 24 gk. Hitunglah garis tengah d poros ini. $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm².

220. Sebuah poros geronggang dengan garis tengah luar sebesar 20 cm, harus dapat menahan pembebanan momen puntiran yang sama, seperti sebuah poros pejal dengan garis tengah sebesar 16 cm. Berapakah besarnya garis tengah dalam dari poros geronggang ini, sebesar-besarnya ?

Kedua poros itu dibuat dari bahan yang sama.

221. Jabarkanlah rumus puntiran $M_w = \bar{\tau}_w \cdot W_w$ sehingga mempunyai bentuk $d \sim c \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$. Tentukanlah c, jika $\bar{\tau}_w = 180$ kg/cm².

222. Menurut lembaran normal N 6, sebuah poros dengan garis tengah sebesar 80 mm dan 200 perputaran tiap-tiap menit, dapat memindahkan daya sebesar 58 gk. Berapa besarkah tegangan $\bar{\tau}_w$ yang diizinkan, yang harus kita pilih ? Hitunglah dengan rumus puntiran $M_w = \bar{\tau}_w \cdot W_w$ dan juga dengan rumus :
juga dengan rumus :

$$\tau = \frac{360\ 000\ N}{d^3 n} \text{ dari lembaran normal N 6.}$$

223. Waktu menggerek sebuah silinder yang mempunyai garis tengah dalam dari 3 dm, pahat mengalami gaya 1.200 kg pada dinding silinder itu. Gaya ini membebani poros gerek itu pada puntiran. Hitunglah garis tengah poros itu, jika $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm².

224. Berapakah seharusnya besar garis tengah sebuah gerek sekecil-kecilnya, jika sudut puntiran jenis tidak boleh melampaui ½° tiap-tiap m ? $G = 8.000$ kg/mm².

225. Hitunglah garis tengah sebuah poros yang pada 160 perputaran tiap-tiap menit, harus memindahkan daya sebesar 29 gk, $\bar{\tau}_w = 191$ kg/cm². Hitunglah sudut puntiran jenis (dalam derajat tiap-tiap m) $G = 830.000$ kg/cm².

226. Menurut lembaran N 6, adalah $\bar{\tau}_w = \tau = \frac{360\ 000\ N}{d^3 n}$.

Hitunglah harga φ yang bersangkutan, sudut puntiran jenis (dalam derajat tiap-tiap m), jika $G = 800.000$ kg/cm². Tentukanlah pula dengan rumus ini, sudut puntiran φ dari soal yang lalu. Ambillah garis tengah d menurut soal 225.

227. Gambarkanlah dalam diagram $\frac{N}{n} \cdot d$, garis-garis untuk d_φ dan $d_{\not\varphi}$, jika d_φ, begitu juga $d_{\not\varphi}$ adalah garis tengah sebuah poros, yang mempunyai beban puntiran murni, dan pada n perputaran tiap-tiap menit, harus memindahkan daya N (gk).
$\bar{\tau}_w = 250$ kg/cm². Sudut puntiran yang diizinkan adalah ⅕° tiap-tiap m. $G = 800.000$ kg/cm².

228. Sebuah silinder geronggang tegak, mempunyai jari-jari luar sebesar 12 cm, jari-jari dalam 9 cm, mempunyai beban torsi, sehingga

tegangan geser pada suatu penampang normal mempunyai maksimum dari 300 kg/cm².

Silinder ini mempunyai sebuah flens, dan dipasangkan pada sebuah pelat mendatar dengan 6 buah baut. Berapakah garis tengah baut-baut itu sedikit-dikitnya, jika garis sumbu baut letaknya 17 cm jauhnya dari garis sumbu silinder ?

Berapakah seharusnya tebal pelat mendatar itu sedikit-dikitnya ? $\bar{\tau}_D = 600$ kg/cm². $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

229. Tentukanlah garis tengah luar sebuah poros bolong yang silindris, yang mempunyai beban puntiran murni, dan pada 180 perputaran tiap-tiap menit harus dapat memindahkan daya sebesar 1.500 gk. Garis tengah luar, harus sama dengan dua kali garis tengah dalam. $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm², $G = 800.000$ kg/cm².

Hitunglah juga sudut puntiran jenis.

230. Jika tegangan geser yang diizinkan pada puntiran jumlahnya adalah 500 kg/cm², berapakah besar sudut puntiran seluruhnya sebuah batang pejal silindris (panjang 1 m, jari-jari 3 cm), yang ujung satunya dijepit dan pada ujung yang lainnya dibebani dengan kopel puntiran yang diizinkan sebesar-besarnya ?

$G = 800.000$ kg/cm².

231. Sebuah poros harus memindahkan daya sebesar N gk pada n perputaran tiap-tiap menit. Buktikanlah bahwa momen putiran M_w pada penampang-penampang normal poros ini adalah sama dengan

$$\frac{225\ 000}{\pi} \cdot \frac{N}{n} \text{ kgcm.}$$

Tentukanlah garis tengah sebuah poros pejal untuk $N = 95{,}7$ gk dan $n = 200$, jika sudut torsi yang diizinkan adalah ¼° tiap-tiap meter. Berapakah tegangan geser yang disebabkan karena torsi itu ? $G = 8 \times 10^5$ kg/cm².

232. Sebuah poros geronggang harus memindahkan daya N sebesar 500 gk pada $n = 100$. Garis tengah luar poros itu adalah dua kali besar garis tengah dalam. Dapat diizinkan tegangan puntir sebesar 200 kg/cm². Sudut puntiran jenis jumlahnya tidak boleh lebih dari pada ⅛° tiap-tiap m. $G = 800.000$ kg/cm.

Ditanyakan ukuran-ukuran poros.

233. Sebuah poros terowong dengan garis tengah sebesar 36 cm, digerek dan pada 84 perputaran tiap-tiap menit harus dapat memindahkan daya sebesar 4.000 gk. $\bar{\tau}_w = 400$ kg/cm².

Hitunglah garis tengah dalam dan sudut puntiran dalam derajat untuk dua buah penampang pada jarak 3,5 m satu sama lainnya $G = 800.000$ kg/cm².

234. Tentukanlah garis tengah luar sebuah poros silindris yang geronggang yang diberi beban puntiran, dan pada 200 perputaran tiap-tiap menit harus dapat memindahkan daya sebesar 1.600 gk. Garis tengah luar besarnya harus dua kali garis tengah dalam. $\bar{\tau}_w = 200$ kg/cm². $G = 800.000$ kg/cm².

Hitunglah selanjutnya sudut puntiran jenis dalam derajat.

235. Sebuah poros dengan 192 perputaran tiap-tiap menit, harus memindahkan daya sebesar 200 gk. Hitunglah garis tengah jika harus memenuhi syarat-syarat sebagai berikut :

a. tegangan geser jumlahnya tidak boleh lebih dari 375 kg/cm².

b. sudut puntiran tiap-tiap meter panjang besarnya tidak boleh lebih dari ¼°.

Modulus gelinciran adalah 800.000 kg/cm².

236. Untuk menentukan koefisien pengerutan sesisi (μ), kita bebani sebuah kawat baja berturut-turut dengan tarikan dan dengan puntiran murni. Kawat baja ini mempunyai penampang normal berbentuk lingkaran, dan mempunyai panjang 3 m dan tebal 1 mm. Pada beban tarik oleh gaya sebesar 12 kg, jumlah perpanjangan adalah 2,28 mm. Pada beban puntiran murni oleh kopel dengan momen 50 gcm besar pemutaran penampang ujung yang satu terhadap penampang ujung yang lainnya, adalah 108°.

Hitunglah μ.

237. Modulus gelinciran G suatu bahan, dapat kita tentukan antara lain menurut cara statis. (Percobaan Wertheim). Untuk itu kita membuat sebuah batang silindris dari bahan tadi, batang mana pada ujung yang satunya kita jepit dan ujung yang lainnya diberi sebuah roda. Jika pada keliling roda itu, kita gantungkan sebuah beban, dengan begini batang tadi mendapat beban puntiran. Pemutaran dua buah penampang normal satu terhadap lainnya, dapat kita tentukan, dengan jalan memasangkan cermin-cermin pada penampang tadi, sejajar dengan sumbu pada batang, di mana pemutaran terhadap sikap yang semula, dapat kita ukur dari perubahan-perubahan cermin.

Pada percobaan semacam itu, jarak antara cermin-cermin adalah 432 mm. Pemutaran cermin pertama adalah 0,001 960 rad, sedangkan dari yang kedua adalah 0,000468 rad.

Kedua pemutaran tadi, diukur terhadap sikap sebelum pembebanan. Selanjutnya, garis tengah roda adalah 490 mm dan beban pada keliling roda adalah 1 kg. Garis tengah batang adalah 17,4 mm. Hitunglah besarnya G.

238. Sebuah poros dengan 180 perputaran tiap-tiap menit dapat memindahkan sebuah daya sebesar 12 gk. Hitunglah garis tengah poros, jika besar tegangan puntir yang diizinkan adalah 200 kg/cm^2. Hitunglah pula ukuran-ukuran b_1 dan b_2 dari baji yang dipakai untuk memasang roda pada poros.

b_2 adalah dalam alur baji, b_1 adalah tinggi baji di atas poros. Panjang baji, adalah dua kali garis tengah poros, lebarnya adalah 2 cm. Tekanan datar bahan roda yang diizinkan, adalah 400 kg/cm^2, dan dari bahan poros adalah 500 kg/cm^2.

239. Sebuah poros peralatan gerak (poros transmisi) harus memindahkan daya sebesar 10 gk pada 80 perputaran tiap-tiap menit.

Jumlah tegangan puntir harus 400 kg/cm^2. Dalam soal ini kita tidak memandang pelengkungan. Tentukanlah garis tengah dengan cara yang jelas dan pendek.

Berapa derajat perubahannya poros tadi, jika panjangnya adalah 10 cm dan modulus kekenjalan geser (modulus gelinciran) adalah $G = 800.000$ kg/cm^2 ?

PELAJARAN KE-17 *Tekukan. Rumus-rumus Euler*

§ 89 Pendahuluan

Jika sebuah batang lurus kita bebani dengan tekanan menurut sumbu batang [1]), maka pada bahan tadi kita melihat perubahan-perubahan sedikit atau banyak, yang pada gaya tekan yang menjadi besar akan terdapat perubahan-perubahan.

Batang yang mendapat beban yang semacam itu, akan dapat putus menurut dua jalan, yang berbeda satu sama lain. Dalam hal pertama, batang akan putus disebabkan karena beban tekan, dan dalam hal yang lainnya akan putus, disebabkan karena beban tekuk.

Pada umumnya berlaku, bahwa pada beban yang kita buat semakin lama semakin tinggi, batang yang pendek akan menjadi putus, disebabkan karena tegangan tekan dan batang-batang yang panjang, disebabkan karena tekuk. Dalam hal pertama perubahan bentuk yang bersangkutan dengan beban adalah pemampatan atau tumpuan bahan, dan dalam hal kedua, perubahan bentuk yang bersangkutan dengan beban, adalah pelengkungan.

Tinjaulah hal yang kedua ini, lebih jauh lagi dan kita bertanya pada diri kita, apakah sebab-sebabnya pelengkungan tadi ? Ini adalah disebabkan, karena kebetulan adanya perbedaan yang tak mungkin dihindarkan antara sumbu batang dan garis kerja gaya-gaya tekan dan pada perubahan-perubahan arah yang disengaja dari garis kerja gaya-gaya tekan itu terhadap sumbu itu. Selanjutnya sebab adanya, apa yang dikatakan beban yang sekunder, yang berbeda dalam arah atau tempat gaya tekan tadi.

Karena sebab-sebab yang kebetulan itu, kadang-kadang pelengkungan datang sekonyong-konyong. Ini tidak usah sampai menyebabkan putus. Adalah mungkin sekali, bahwa sesudahnya terdapat pelengkungan, akan timbul keadaan keseimbangan baru.

Peralihan yang sekonyong-konyong dari keadaan dengan sumbu batang lurus kepada sumbu batang yang melengkung, kita namakan *tekuk*.

Gaya tekan P_K, yang bekerja itu kita namakan gaya tekuk. Nyatalah bahwa terdapatnya P_K itu dalam bagian-bagian konstruksi harus kita cegah; kita mengizinkan gaya tekan $P = \frac{1}{v} P_K$, di mana v merupakan koefisien keamanan terhadap tekuk dan merupakan gaya tekan yang diizinkan.

[1]) Juga dinamakan gaya tekan sentris atau pembebanan tekan aksial.

§ 90 Rumus-rumus Euler

Untuk perhitungan P_K, maka EULER telah menyusun suatu teori, hal mana sebetulnya tidak termasuk dalam bagian ini, karena itu cukuplah kiranya hanya dengan uraian hasil-hasil yang didapat dari teorinya, Sebagai dasar, EULER mengambil empat macam beban teori sebagai berikut, (lihatlah juga gambar-gambar dalam daftar tekuk I, halaman 239).

1. Kedua ujung batang dipasang secara engsel.
2. Kedua ujung batang dijepit.
3. Ujung batang yang satunya dijepit, dan ujung yang lainnya dipasang secara engsel.
4. Ujung batang yang satunya dijepit, dan ujung yang lainnya bebas, tidak ada pemasangan apa-apa.

Untuk macam beban pertama, maka menurut teori EULER adalah =

$$\frac{\pi^2 E I}{l^2}.$$

Untuk macam beban kedua :

$$\frac{4\pi^2 E I}{l^2}.$$

Untuk macam beban ketiga :

$$\frac{2\pi^2 E I}{l^2} \text{ dan}$$

Untuk macam beban keempat :

$$\frac{\pi^2 E I}{4 l^2}.$$

Jika dalam rumus-rumus ini, modulus kekenyalan E, kita hitung dalam kg/cm², dan momen kelembaman I yang bersangkutan dalam cm⁴, panjangnya batang l dalam cm, maka terdapatlah P_K dalam kg.

Dengan dipergunakannya *panjang tekuk* L, dapatlah kita menjabarkan keempat rumus tadi menjadi satu.

Jika dalam rumus-rumus tersebut tadi, l, $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{\sqrt{2}}$ dalam kg.

turut kita gantikan oleh L, maka kesemuanya itu akan menjadi : $\frac{\pi^2 E I}{L^2}$

Di sini, L adalah **panjang tekuk.** Ini dapat kita uraikan dari **panjang batang**, oleh perkalian dengan koefisien pemasangan c; koefisien ini dalam empat macam beban tersebut tadi, berturut-turut adalah sama dengan 1. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan 2.

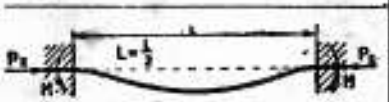
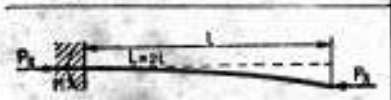
Sebagaimana telah kita ketahui dalam pendahuluan, maka gaya tekan yang diizinkan P, adalah $\frac{1}{v}$ bagian dari P_K.

Dengan begini, terdapatlah rumus EULER yang berlaku umum :

$$P = \frac{\pi^2 E I}{v L^2} \qquad (43).$$

Apa yang telah kita bicarakan, kita susun dalam daftar tekuk I.

DAFTAR TEKUK I.

Macam beban	P_K menurut EULER	Panjang tekuk L	Koefisien pemasangan c	Rumus tekuk umum menurut EULER
	$\frac{\pi^2 E I}{l^2}$	l	1	$P = \frac{\pi^2 E I}{v L^2}$
	$\frac{4\pi^2 E I}{l^2}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{2\pi^2 E I}{l^2}$	$\frac{l}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	
	$\frac{\pi^2 E I}{4l^2}$	$2l$	2	

Catatan-catatan.

1. Seringkali terdapat kesukaran, mengembalikan suatu hal yang praktis pada salah satu hal yang teoritis tadi. Pengalaman di sini memegang peranan yang penting. Pendapat-pendapat mana yang terdapat dalam hal ini, dapat ternyata dari contoh-contoh, yang akan kita bicarakan nanti.

2. Pada permulaan, orang merasa belum percaya terhadap rumus-rumus dari EULER itu, dan lebih suka memakai rumus-rumus dari SCHWARTZ, RANKINE atau NAVIER yang sekarang sudah dianggap menjadi tua.

Sesudah percobaan-percobaan BAUSCHINGER, VON TETMAYER, dan lain-lain telah menyatakan bahwa untuk batang-batang yang „langsing" rumus-rumus dari EULER itu, adalah dapat dipercaya, maka umumnya sekarang dipergunakan rumus-rumus tadi. Juga dalam perhitungan-perhitungan tekuk yang paling baru menurut Lembaran-lembaran normal N 793, N 994 dan N 1008, kita masih mempergunakan pertitungan-perhitungan menurut EULER. Lihat §§ 100 ÷ 103.

§ 91 Contoh-contoh

Soal 77. Sebuah batang geser bulat dibuat dari baja, yang mempunyai panjang 220 cm, harus memindahkan gaya tekan aksial sebesar 7 ton.

Hitunglah garis tengah, untuk tekanan dan untuk tekuk.

$\bar{\sigma}_d = 500$ kg/cm², $v = 22$, $E = 2.200.000$ kg/cm², $c = 1$.

Cara menghitung. *Perhitungan untuk tekanan.*

Menurut rumus $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d}$ adalah :

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{7000}{500} = 14 \text{ cm}^2 \text{ atau } d \sim 4{,}225 \text{ cm}.$$

Perhitungan untuk tekuk.

Menurut rumus dari EULER,

$$P = \frac{\pi^2 E I}{vL^2}.$$

Dengan $c = 1$, terdapatlah $L = l$. Jika diganti, maka terdapat :

$P = 7$ t $= 7.000$ kg, $v = 22$, $L = l = 220$ cm, $\pi = 3{,}14$.

$E = 2.200.000$ kg/cm², terdapatlah

$$I = \frac{P.v.L^2}{\pi^2 E} = \frac{7000.22.220^2}{3{,}14^2.2.200.000} \text{ cm}^4 \text{ atau, karena } I = \frac{\pi}{64} d^4,$$

$$d^4 = \frac{7000.22.220.64}{3{,}14^2.220.000.3{,}14} \text{ cm}^4 \text{ atau } d \sim 9{,}2 \text{ cm}.$$

Jadi batang tadi harus mempunyai garis tengah sedikit-dikitnya 9,2 cm.

Soal 78. Sebuah kolom profil I mendapat beban tekuk, sebesar 3,9 t.

Tentukanlah nomor profil, jika $v = 5$ dan $E = 2.150.000$ kg/cm². Panjang tekuk adalah sama dengan panjang batang $l = 430$ cm.

Cara menghitung. Menurut EULER, adalah $I = \frac{P.v.L^2}{\pi^2 E}$.

$P = 3.900$ kg; $v = 5$; $L^2 = l^2 = 430\text{cm}^2$; $\pi^2 \sim 10$.

$E = 2.150.000$ kg/cm². Jadi

$$I \sim \frac{3900.5.430^2}{10.2.150.000} \sim 168 \text{ cm}^4.$$

Kemudian dalam tabel profil, kita mencari profil I yang terkecil, di mana $I_{min} \sim 168$ cm⁴.

Pada ini termasuk I-24 dengan $I_{min} = 221$ cm⁴.

§ 92 Soal-soal

240. Sebuah batang silindris dari baja panjangnya 2 m mendapat beban tekan sentris sebesar gaya 8,5 t.

Tentukanlah garis tengah batang ini :

a. dengan perhitungan atas tekanan. $\bar{\sigma}_d = 600$ kg/cm²;

b. dengan perhitungan atas tekuk menurut EULER; $E = 2.10^6$ kg/cm², $v = 20$;

$c = 1$. Garis tengah yang manakah harus kita ambil ?

241. Sebuah batang silindris dari baja, mempunyai garis tengah 10 cm, panjangnya 2,5 m dan mendapat beban tekan sentris sebesar gaya P. Tentukanlah P menurut EULER.

$E = 2.10^6$ kg/cm²; $v = 20$; $c = 1$.

242. Sebuah batang silindris dari baja, mempunyai garis tengah 8 cm, dan mendapat beban tekan sentris, sebesar gaya 7 t.

Tentukanlah panjang yang sebesar-besarnya, yang dapat diberikan pada batang tadi menurut EULER.

$E = 2{,}2 \times 10^6$ kg/cm²; $v = 24$; $c = 1$.

243. Sebuah kolom mempunyai penampang normal berbentuk cincin, mempunyai garis tengah dalam sebesar 12 cm, dan panjangnya adalah 3 m. Tentukanlah gaya tekan sentris P, yang dapat ditahan oleh kolom ini.

a. dengan perhitungan atas tekanan, $\bar{\sigma}_d = 600$ kg/cm²;

b. dengan perhitungan atas tekuk menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

244. Sebuah kolom geronggang, dengan penampang normal berbentuk cincin mempunyai garis tengah dalam 10 cm, dan garis tengah luar 14 cm dan mendapat beban tekan sentris, sebesar gaya 30 t. Hitunglah panjang yang sebesar-besarnya dan yang diperbolehkan untuk kolom ini, menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

245. Sebuah kolom geronggang, dengan penampang normal berbentuk cincin, mempunyai garis tengah d dan garis tengah luar $D = 1{,}5\ d$. Kolom ini mendapat beban sentris sebesar gaya 40 t. Panjang tekuk $l_k = 4$ m. Hitunglah d dan D menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$.

246. Sebuah kolom dengan profil DIN, panjangnya 6 m, dan mendapat beban tekan senttris sebesar 60 t.

Tentukanlah nomor profil yang dibutuhkan menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

247. Sebuah kolom dengan profil DIN 28, panjangnya 6 m mendapat beban tekan sentris, sebesar gaya P. Tentukanlah P menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

248. Sebuah kolom dengan profil DIN 40, mendapat beban tekan sebesar 124 t. Hitunglah panjang yang sebesar-besarnya, yang diperbolehkan untuk batang itu menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

249. Sebuah batang dari pekerjaan konstruksi, mempunyai profil ⌋⌊ 60.60.8, panjangnya 2,5 m, mendapat beban tekan sentris sebesar gaya P. Tentukanlah harga yang terbesar, yang diizinkan menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

250. Sebuah batang dari suatu pekerjaan konstruksi mempunyai profil ⌋⌊ 70.70.7, mendapat beban tekan sentris, sebesar 10 t. Hitunglah panjang yang terbesar, yang dapat diberikan pada batang tadi menurut EULER.

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; $c = 1$.

251. Sebuah batang dari suatu konstruksi, mempunyai panjang tekuk 3 m, dan mendapat beban tekan sentris, sebesar beban 12 m. Tentukanlah nomer profil menurut EULER.

a. jika batang tadi terdiri atas dua baja siku-siku sama sisi (⌐‖¬);

b. jika batang tadi terdiri atas dua baja siku-siku sama sisi (⌐⌊);

c. jika batang tadi terdiri atas dua baja siku-siku tidak sama sisi (¬‖¬);

d. jika batang tadi terdiri atas dua baja siku-siku tidak sama sisi (⌐‖¬).

$E = 2{,}1.10^6$ kg/cm²; $v = 5$; tebal pelat bagan = 12 mm.

252. Batang pengangkat sebuah sekerup pengangkat, mempunyai garis tengah teras dari 5 cm, harus diperiksa atas tekuk.

Pada sikap maksimum $l = 1$ m. Kita harus menghitung menurut EULER. cara beban keempat. $v = 10$; $E = 2{,}1.10^6$ kg/cm; $P = 6$ t. Dapatlah kita mempertahankan garis tengah sebesar 5 cm itu, ataukah menurut perhitungan EULER garis tengah itu harus diubah dengan yang lebih besar lagi ?

253. Hitunglah menurut EULER, garis tengah batang torak sebuah pesawat uap. Garis tengah silinder adalah 40 cm, tekanan lebih dengan mana kita harus menghitungnya adalah 9 kg/cm². Panjang batang = 1,6 m; $v = 10$; $c = 1$; $E = 2{,}2.10^6$ kg/cm².

254. Hitunglah berapa besar gaya tekan yang terbesar, dan sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi, yang mempunyai panjang 2,2 m dengan keamanan 5 ganda atas tekukan ? Batang terdiri atas 2 buah baja siku-siku 70.70.9 (⌋⌊), tebal pelat pertemuan adalah 10 mm. Untuk $\lambda > 90$, kita mempergunakan rumus tekuk dari EULER. $E = 2.100$ t/cm².

§ 93 Ketetapan tekuk : tegangan tekuk pada bahaya tekuk

Kita melihat bahwa kita menghadapi tekuk, jika harga gaya tekan P_k telah dicapai. Tegangan normal $\sigma_K = \frac{P_K}{F}$, kita namakan *ketetapan tekuk.*

Tegangan tekan yang diizinkan pada bahaya tekuk, untuk singkatnya kita namakan juga tegangan tekuk yang diizinkan, kita nyatakan dengan

simbol $\bar{\sigma}_K$ dan ini adalah $\frac{1}{v}$ bagian dari ketetapan tekuk, jika v adalah koefisien keamanan untuk tekukan. Jadi mempunyai

$$\bar{\sigma}_k = \frac{1}{v} . \sigma_K, \text{ atau } \bar{\sigma}_k = \frac{1}{v} . \frac{P_K}{F}.$$

§ 94 Berlakunya rumus Euler

Pada waktu menguraikan rumus-rumusnya, EULER mengambil dasar dari hukum HOOKE. Tetapi hukum ini hanya berlaku, jika terdapat tegangan yang lebih kecil daripada batas perbandingan seharga. Jadi nyatalah bahwa rumus-rumus EULER hanya berlaku dalam hal-hal, di mana σ_K adalah lebih kecil atau sama dengan batas perbandingan seharga σ_P, jadi jika $\sigma_K \leqq \sigma_P$. Kesimpulan-kesimpulan ini dibuktikan oleh percobaan-percobaan VON TETMAYER.

Dari hubungan $\sigma_K \leqq \sigma_P$, dapat kita peroleh patokan untuk pemakaian rumus dari EULER.

Menurut paragrap yang lalu adalah :

$$\sigma_K = \frac{P_K}{F} = \frac{\pi^2 E I}{L^2 F}, \text{ sehingga } \frac{\pi^2 E I}{L^2 F} \leqq \sigma_P.$$

Di sini $\frac{I}{F}$ adalah suatu kebesaran ilmu ukur, yang tergantung dari bentuk dan ukuran-ukuran penampang normal, dan dari sumbu, terhadap mana kita harus mengambil momen kelembaman. Kebesaran ini banyak sekali terdapat pada perhitungan-perhitungan tekukan, kita menyatakannya ini dengan i^2, sehingga $i^2 = \frac{I}{F}$ atau $i = \sqrt{\frac{I}{F}}$.

i **kita namakan jari-jari kelembaman** penampang. Dalam perhitungan-perhitungan tekukan, ini mempunyai arti yang penting sekali.

Dengan dimasukkannya i, maka terdapatlah

$$\frac{\pi^2 E}{L^2} . \frac{I}{F} \leqq \sigma_P$$

$$\frac{\pi^2 E i^2}{L^2} \leqq \sigma_P, \text{ atau } \frac{L^2}{i^2} \geqq \frac{\pi^2 E}{\sigma_P}.$$

$\frac{L}{i}$ **kita namakan kelangsingan**; ini kita nyatakan dengan huruf λ

Dari $\lambda = \frac{L}{i}$, terdapat : $\frac{L^2}{i^2} = \lambda^2$. Jadi rumus EULER dapat kita pakai untuk batang-batang di mana

$$\lambda^2 \geqq \frac{\pi^2 E}{\sigma_P} \text{ atau } \lambda \geqq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}} \qquad (44)$$

Untuk macam bahan tertentu, E dan σ_P kita ketahui dari percobaan-percobaan rumus yang terakhir, berapa besarnya λ seharusnya, di mana rumus EULER akan berlaku. Begitulah contoh untuk : Bd. 37.

$$E = 2.150.000 \text{ kg/cm}^2 \text{ dan } \sigma_P = 1.900 \text{ kg/cm}^2,$$

terdapatlah, bahwa untuk Bd. 37, kita dapat memakai rumus dari EULER jika :

$\lambda \geqq \pi \sqrt{\frac{2\,150\,000}{1900}}$, jadi untuk $\lambda \geqq 3{,}14 \sqrt{\frac{21\,500}{19}}$ atau $\lambda \geqq 105$.

Sebagaimana telah kita katakan, hasil ini telah dibuktikan dengan percobaan-percobaan. Untuk hal-hal di mana kita tidak boleh memakai rumus dari EULER maka antara lain VON TETMAYER telah memberikan rumus-rumus yang didasarkan atas hasil-hasil percobaan-percobaan. Tentang rumus-rumus ini, kita bicarakan nanti dalam pelajaran yang akan datang.

Dalam daftar di bawah ini, kita memberikan beberapa angka, untuk tiga buah macam bahan yang banyak terdapat.

DAFTAR TEKUK II.

Bahan	E dlm kg/cm²	σ_P dlm kg/cm²	$\lambda \geqq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}}$	Catatan-catatan
Baja 37	2.100.000	1.900	105	Kadang-kadang juga $E = 2.000.000$ kg/cm²
Baja	2.200.000	2.500	90	Mutu ditentukan oleh E dan σ_P
Kayu	100.000	100	99	Angka-angka untuk kayu diambil kira-kira

Catatan-catatan : L dan i biasanya kita nyatakan dalam cm, jadi λ adalah bilangan yang tidak bernama.

§ 95 Rumus Euler yang dijabarkan

Di dalam praktek acapkali kita mempergunakan rumus EULER yang sudah diubah. Rumus ini mempunyai bentuk :

$$I = \beta . P . L^2 \qquad (45)$$

I biasanya adalah momen kelembaman yang terkecil dari penampang normal, dalam cm^4; β adalah suatu koefisien, P adalah gaya tekan dalam t dan L adalah panjang tekuk dalam m. Suatu ikhtisar harga-harga untuk β, terdapat dalam daftar tekuk III.

Soal 79. Jabarkanlah rumus (43) sampai rumus (45) untuk Bd. 37, jika kita harus menghitung :

1. dengan koefisien keamanan $v = 5$;
2. dengan koefisien keamanan $v = 4$;
3. dengan koefisien keamanan $v = 3{,}5$.

$E = 2.100.000$ kg/cm^2; $\pi^2 E = 20.726.000$ kg/cm^2.
(Lihat lembaran normal N 793).

Cara menghitung.

$$\text{Dari } P = \frac{\pi^2 E \cdot I}{v L^2}, \text{ terdapatlah : } I = \frac{v P L^2}{\pi^2 E} \quad \text{(a)}.$$

Jika P kita hitung dalam kg, L dalam cm dan E dalam kg/cm^2, maka terdapatlah I dalam cm^4. Jika $\overline{P}$ itu mengumpamakan jumlah ton-ton, maka P dalam rumus (a) harus kita ganti oleh $1000\ \overline{P}$. Jika panjang tekuk dalam m, adalah sama dengan $\overline{L}$, maka dalam rumus ini, L harus kita gantikan oleh $100\ \overline{L}$.

Dengan $\pi^2 E = 20.726.000$ kg/cm^2 dan $v = 5$, rumus (a) berubah menjadi

$$I = \frac{5.1000\ \overline{P} . (1000\ \overline{L})^2}{20.726.000} \sim 2{,}42\ \overline{P}\ \overline{L}^2.$$

Jika $\overline{P}$ adalah gaya dalam t, dan $\overline{L}$ adalah panjang batang dalam m, maka terdapatlah momen kelembaman I dalam cm^4.

Jika huruf-huruf $\overline{P}$ dan $\overline{L}$, berturut-turut, kita gantikan oleh P dan L, maka terdapatlah :

$$I \sim 2{,}42\ PL^2.$$

Untuk $v = 4$, adalah $I \sim \frac{4}{5} . 2{,}42 PL^2 \sim 1{,}93\ PL^2$.

Untuk $v = 3{,}5$ adalah $I \sim \frac{3{,}5}{5} . 2{,}42 PL^2 \sim 1{,}69\ PL^2$.

Jika P kita hitung dalam t, dan L dalam m, maka dari rumus-rumus ini terdapatlah I dalam cm^4.

Soal 80

Jabarkanlah rumus (34) sampai rumus (45) untuk kayu jika :

1. $E = 100.000$ kg/cm^2; $v = 8$.
2. $E = 100.000$ kg/cm^2; $v = 5$.
3. $E = 110.000$ kg/cm^2; $v = 8$.
4. $E = 110.000$ kg/cm^2; $v = 5$.

Cara menghitung.

$$P = \frac{\pi^2 E\ I}{v L^2}, \text{ jadi } I = \frac{v P L^2}{\pi^2 E}.$$

Jika P kita hitung dalam kg dan L dalam cm, maka terdapatlah I dalam cm^4. Jika P dihitung dalam t dan L dalam m, maka terdapat I dalam cm^4 dari :

$$I = \frac{v . 1000\ P . (100\ L)^2}{\pi^2 E}.$$

Untuk $E = 100.000$ kg/cm^2 dan $v = 8$, adalah : $I = \frac{8 . 10^4 . P L^2}{\pi^2 . 10^5} \sim 81{,}8\ P L^2$.

Untuk $E = 100.000$ kg/cm^2 dan $v = 5$, adalah : $I = \frac{5 . 10^4 . P L^2}{\pi^2 . 10^5} \sim 50{,}7\ P L^2$.

Untuk $E = 100.000$ kg/cm^2 dan $v = 8$, adalah : $I = \frac{8 . 10^4 . P L^2}{\pi^2 . 1{,}1 . 10^5} \sim 73{,}7\ P L^2$.

Untuk $E = 100.000$ kg/cm^2 dan $v = 5$, adalah : $I = \frac{5 . 10^4 . P L^2}{\pi^2 . 1{,}1 . 10^5} \sim 46{,}1\ P L^2$.

Hasil-hasil soal-soal kita susun menjadi satu dalam daftar tekuk III.

Bahan	E dlm² kg/cm	Harga I dlm cm⁴ menurut EULER jika P dalam t, dan L dalam m				Batas untuk daerah EULER
		$v = 3{,}5$	$v = 4$	$v = 5$	$v = 8$	
Bd 37	2.100.000	$1{,}69\ P\ L^2$	$1{,}93\ P\ L^2$	$2{,}42\ PL^2$	—	Lihat N 793
Kayu	100.000	—	—	$50{,}7\ PL^2$	$81{,}1\ PL^2$	Lihat N 794
Kayu	110.000	—	—	$46{,}1\ PL^2$	$73{,}1\ PL^2$	

§ 96 Perhitungan pada tekukan menurut von Tetmayer

Jika kita memberikan batang-batang dari macam bahan yang tertentu dan dari bermacam-macam kelangsingan, sehingga terdapat tekukan, kemudian kita tentukan harga-harga σ_K dan λ yang bersangkutan satu sama lain, maka dari itu kita mencoba untuk mencari hubungan antara σ_K dan λ. Agar supaya dapat memperoleh ikhtisar mengenai hubungan antara σ_K dan λ maka harga-harga yang telah didapatkan, kita lukiskan dalam diagram $\sigma_K\ \lambda$. Jika dalam diagram ini, titik yang digabungkan pada harga-harga dari σ_K dan λ yang bersangkutan satu sama lain, dalam daerah tertentu, letaknya dekat sekali pada sebuah garis lurus, maka dapatlah kita mencoba, apakah hubungan antara kedua itu, dapat dinyatakan oleh sebuah fungsi linier, jadi misalnya oleh :

$$\sigma_K = a + b\lambda \qquad (46).$$

Di sini a dan b adalah konstante-konstante, yang dapat kita uraikan dari hasil-hasil percobaan. Ini dapat kita jalankan dengan cara analisa atau dengan cara grafik.

Begitulah VON TETMAYER telah menemukan misalnya untuk Bd 37 dalam daerah yang ditentukan oleh $10 \leqq \lambda \leqq 105$, $a = 3.100$ kg/cm² dan $b = -11{,}4$ kg/cm².

Dengan harga-harga ini, maka untuk Bd 37 kita mendapatkan :

$$\sigma_K = 3.100 - 11{,}4\,\lambda \ \text{kg/cm}^2.$$

Untuk macam-macam baja lainnya dan untuk kayu, VON TETMAYER mendapat harga-harga lain lihatlah daftar tekukan IV. Selanjutnya VON TETMAYER telah mendapatkan bahwa batang-batang yang pendek, dapat kita hitung biasa atas tekanan, sedangkan untuk batang-batang yang panjang, cukuplah kiranya kita mempergunakan rumus dari EULER Maka dari itu, VON TETMAYER menasehatkan bahwa rumusnya itu hanya dapat dipergunakan untuk harga-harga dari λ., yang terletak antara dua angka yang tertentu. Angka-angka ini ialah tergantung dari macamnya bahan, lihat daftar tekuk IV.

DAFTAR TEKUK IV.

Bahan	E dalam kg/cm²	σ_P dalam kg/cm²	λ		Ketetapan tekuk σ_k menurut VON TETMAYER dalam kg/cm²
			Batas antara VON TETMAYER dan perhitungan atas tekanan	Batas antara VON TETMAYER dan EULER	
Baja 37	2.100.000	1.900	10	105	$3.100 - 11{,}4\lambda$
Baja	2.200.000	2.500	10	90	$3.350 - 6{,}2\lambda$
Kayu	100.000	100	1,8	99	$293 - 1{,}94\lambda$

Hasil-hasil untuk **besi tuang**, menurut VON TETMAYER, tergantung juga pada pangkat dua dari λ. Perhitungan untuk besi tuang harus dilakukan dengan rumus :

$$\sigma_k = 7.760 - 120\,\lambda + 0{,}53\,\lambda^2 \text{ kg/cm}^2.$$

Rumus ini berlaku untuk : $8 \leqq \lambda \leqq 80$.

§ 97 Contoh-contoh

Perhitungan untuk gaya tekan sentris, yang dapat kita izinkan pada sebuah batang dan bagaimana kita lihat dari soal-soal yang telah kita uraikan, ternyatalah, bahwa hal ini tidak akan mengakibatkan kesulitan-kesulitan yang istimewa. Sebagaimana nanti akan terlihat dari contoh-contoh, maka adalah lebih sukar lagi ialah untuk menentukan profilnya.

Untuk menghemat pekerjaan menghitung, maka kita mempergunakan rumus dari EULER, di luar daerah EULER. Dengan mencoba mengambil harga yang lebih besar untuk v, dapat mencegah mengambil profil yang lebih kecil. Pada waktu-waktu sekarang ini, cara ini tidak begitu banyak lagi kita pakai dan dalam ilmu konstruksi baja-baja cara ini sudah tidak dipakai lagi.

Soal 81. Sebuah batang baja, panjangnya 3 m, mempunyai profil DIN 20 mendapat beban tekan sentris. $v = 5$; $c = 1$.

Tentukanlah gaya tekan yang diizinkan.

Cara menghitung. Pertama-tama kita harus memilih, rumus mana yang harus kita pakai. Menurut tabel-tabel profil, jari-jari kelembaman adalah :

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{2140}{83}} \sim 5{,}1 \text{ cm}.$$

$L = 300$ cm; $\lambda = \frac{L}{i} = \frac{300}{5{,}1} \sim 59$. $\lambda < 105$, jadi kita harus memakai rumus VON TETMAYER

Kita mendapat :

$$P = \frac{P_K}{v} = \frac{\sigma_K F}{v} = \frac{(3.100 - 11{,}4\lambda)\,F}{5} \text{ kg}.$$

Kita telah mendapatkan $\lambda = 59$, sedangkan menurut daftar-daftar profil, $F = 83$ cm². Dengan ini terdapatlah :

$$P = \frac{(3100 - 11{,}4.59)\,83}{5} \text{ kg} \sim 40 \text{ t}.$$

Soal 82. Sebuah batang pekerjaan konstruksi, mempunyai panjang tekukan 2,52 m, dan terdiri atas 2 buah profil [10, yang dipasangkan dengan sebelah belakangnya satu sama lain. Jarak bagian-bagian belakang ini adalah 10 mm. Hitunglah gaya tekan sentris yang diizinkan, dengan keamanan ganda 4 terhadap tekukan.

Cara menghitung. Penampang normal mempunyai dua sumbu simetri. Salah satu dari sumbu-sumbu itu memotong kedua profil, yang lainnya tidak. Kita memperbedakan kedua sumbu sebagai sumbu bahan dan sumbu bahan bebas.

Momen kelembaman terhadap sumbu bahan adalah : $2.206 = 412$ cm⁴, dan momen kelembaman terhadap sumbu bahan bebas adalah :

$$2\ \{\ 29{,}3 + (0{,}5 + 1{,}55)^2 .\ 13{,}5\ \} = 172 \text{ cm}^4.$$

Jari-jari kelembaman yang terkecil yang bersangkutan adalah :

$$\sqrt{\frac{172}{72}} = 2{,}52 \text{ cm}, \quad \lambda = \frac{252}{2{,}25} = 100.$$

Jadi kita harus mempergunakan lagi rumus VON TETMAYER.

Kita mendapat :

$$P = \frac{(3100 - 11{,}4.100)\,27}{4.1000} \sim 13{,}23 \text{ t}.$$

Catatan-catatan.

1. Kita telah menerima, bahwa kedua profil disambungkan satu sama lain dengan begitu rupa, bahwa terdapatnya tekukan pada satu profil adalah tidak mungkin. Jika kita harus menghitung jarak sambungan-sambungan, maka hal itu kita nyatakan dalam soalnya.

2. Pada tekukan selamanya kita menghitung dengan penampang yang tidak menjadi lemah, karena kita berpendapat, bahwa bahan paku akan menutup lubang paku, dan menggantikan fungsi bahan yang telah diambil.

Soal 83. Kita harus menyusun batang bagian atas gading-gading kap dari dua buah profil [. Kita harus menghitung dengan panjang tekuk 3 m dan gaya tekan sebesar 32.500 kg. $v = 4$.

Tentukanlah nomor profil. Jarak antara punggung profil-profil [(tebal pelat bagan) adalah 1 cm.

Cara menghitung. Profil itu sementara belum diketahui, begitu pula kelangsingannya. Jadi kita belum mengetahui apakah harus memakai rumus EULER ataukah rumus VON TETMAYER. Karena itu kita memakai rumus itu, yang dapat langsung memberikan hasil, jadi dengan rumus EULER.

Dari $P = \frac{\pi^2 E I}{v L^2}$, terdapatlah $I = \frac{vP L^2}{\pi^2 E} \frac{4.32500.300^2}{10.2150.000} \sim 544$ cm⁴.

Dua buah profil [-18 mempunyai momen kelembaman yang terkecil :

$$I = 2 \{ 114 + (0{,}5 + 1{,}92)^2 .28 \} \sim 556 \text{ cm}^4.$$

Jika rumus EULER dapat kita pakai, maka profil ini dapat kita tahan.

Untuk profil yang tersebut $i = \sqrt{\frac{556}{56}} \sim 3{,}15$, dengan ini terdapatlah $\lambda = \frac{L}{i} = \frac{300}{3{,}15} \sim 95{,}2$. Harga ini letaknya di bawah 105, jadi pemakaian rumus EULER adalah tidak tepat.

Sekarang kita akan memeriksa gaya tekan manakah menurut VON TETMAYER dapat diizinkan untuk profil tersebut tadi.

$$P = \frac{(3100 - 11{,}4.95{,}2)\, 56}{4.10000} \sim 29 \text{ t}.$$

Ini adalah lebih kurang dari 32.500 kg. Jadi perhitungan ini harus kita tinju lagi. Cobalah sekarang dengan dua buah profil [-20. Menurut perhitungan yang sederhana, jari-jari kelembaman yang terkecil adalah 3,32 cm. $\lambda = \frac{300}{3{,}32} \sim 90{,}4$. $F = 64{,}4$ cm².

$$P = \frac{(3100 - 11{,}4.90{,}4).64{,}4}{4.1000} \sim 33{,}3 \text{ t} > 32{,}5 \text{ t}.$$

Jadi profil yang terakhir memenuhi syarat.

§ 98 Pemakaian rumus von Tetmayer dalam beberapa hal istimewa

Dari contoh yang terakhir tadi, teranglah sudah, bahwa pada umumnya rumus VON TETMAYER dapat menentukan profil hanya dengan cara mencoba-coba. Dalam hal-hal yang istimewa, di mana kelangsingan adalah fungsi eksplisit yang sederhana suatu kebesaran, yang menentukan penampang normal, dapat kita mempergunakan dengan tepat.

Hal-hal yang istimewa itu, ialah jika **penampang normalnya** merupakan sebuah **lingkaran, segiempat** atau **segipanjang,** di mana kita mengetahui perbandingan ukuran-ukurannya. Di bawah ini kita memberikan beberapa contoh.

a. **Penampang normal adalah sebuah lingkaran** dengan garis tengah d; bahannya adalah baja ($E = 2.200.000$ kg/cm²).

Untuk hal itu, adalah :

$$I = \frac{\pi}{64} d^4,\ F = \frac{\pi}{4} d^2,\ i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \frac{1}{4} d,\ \lambda = \frac{L}{i} = \frac{4L}{d}.$$

L dan d harus dinyatakan dengan kesatuan yang sama, misalnya dalam cm. Substitusi dalam rumus untuk ketetapan tekuk, terdapat :

$$\sigma_K = \left(3.350 - 6{,}2 \frac{4L}{d} \right) \text{kg/cm}^2.$$

Jika d kita hitung dalam cm, maka terdapatlah :

$$P = \frac{\sigma_K F}{v} = \frac{\left(3.350 - 6{,}2 \frac{4L}{d} \right) \frac{\pi}{4} d^2}{v} \text{ kg}.$$

Dengan suatu jabaran yang sederhana dari rumus yang didapat, maka kita akan memperoleh persamaan pangkat dua :

$$\frac{3350 \pi d^2}{4} - 6{,}2 \pi L d - Pv = 0.$$

Jika P (dalam kg), L (dalam cm) dan v diketahui, maka dari persamaan pangkat dua ini, kita dapat menemukan garis tengah d (dalam cm).

Soal 84. Pada batang torak baja, terdapat suatu gaya tekan, sebesar 16 ton. Panjangnya ialah 1,6 m. Hitunglah garis tengah jika diketahui $v = 16$ dan $c = 1$. $E = 2.200.000$ kg/cm.

Perhitungan menurut EULER dapat diizinkan jika $\lambda \geq 90$.

Cara menghitung. Kita memulai dengan rumus dari EULER.

$$I = \frac{v P L^2}{\pi^2 E} = \frac{16.16\ 000.160^2}{10.2\ 200\ 000}\ \text{cm}^4.$$

Dengan $I = \frac{\pi}{64} d^4$, terdapatlah :

$$d^4 = \frac{16^4.64}{220\pi}\ \text{cm}^4 \text{ dan } d \sim 9\ \text{cm}.$$

Jika kita menghitung λ pada harga d ini maka terdapatlah :

$$\lambda = \frac{4L}{d} = \frac{4.160}{9} \sim 71.$$

Karena-itu λ adalah < 90; jadi menurut rumus EULER perhitungan ini adalah tidak tepat. Pakailah sekarang rumus VON TETMAYER.

Kita mendapat $v = 16$ dari rumus yang telah dijabarkan :

$$\frac{3350}{4} \pi d^2 - 6{,}2\,\pi L d - 16\,P = 0,$$

atau

$$\frac{3350}{4} \pi d^2 - 6{,}2\,\pi .160\, d - 16.16000 = 0.$$

Dari persamaan ini terdapatlah $d \sim 10{,}5$ cm; akar yang kedua adalah negatif dan tidak mempunyai arti untuk soal ilmu gaya. Jadi kita mengambil harga $d = 10{,}5$ cm.

b. **Penampang normalnya adalah segiempat :** panjangnya tiap-tiap sisi adalah b; bahan adalah kayu.

$$I = \frac{1}{12} b^4;\ F = b^2;\ i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \frac{1}{6} b \sqrt{3}.$$

$$\lambda = \frac{L}{i} = \frac{2L\sqrt{3}}{b}.$$

L dan b kita hitung dalam cm, dan dengan substitusi dalam rumus untuk ketetapan tekuk kayu, terdapatlah :

$$\sigma_K = 293 - 1{,}94\,\lambda = 293 - 1{,}94.\ \frac{2L\sqrt{3}}{b}\ \text{kg/cm}^2.$$

Dari ini ternyatalah bahwa :

$$P = \frac{b^2}{q}\left(293 - 1{,}94\ \frac{2L\sqrt{3}}{b}\right)\ \text{kg}.$$

Dengan rumus tekuk menurut VON TETMAYER terdapatlah persamaan pangkat dua sebagai berikut :

$$293\ b^2 - 3{,}88\ Lb\ \sqrt{3} - Pv = 0.$$

Soal 85. Sebuah tiang kayu panjang 5 m, mendapat beban tekan sentris sebesar 24 ton. Hitunglah ukuran-ukuran penampang normal jika ini adalah sebuah segiempat. $v = 10$. $c = 1$.

Cara menghitung. Dari $293\ b^2 - 3{,}88\ Lb\ \sqrt{3} - Pv = 0$ terdapatlah :

$$293\ b^2 - 3{,}88.500\ b\ \sqrt{3} - 24\ 000.10 = 0,$$

atau

$$b^2 - 11{,}5\ b - 820 = 0.$$

Dari kedua akar persamaan pangkat dua ini, hanya akar 35 sajalah yang memenuhi. Jadi penampang normalnya adalah sebuah segiempat, dengan sisi dari 35 cm.

c. **Penampang normalnya adalah sebuah segipanjang,** perbandingan antara lebarnya (b) segipanjang ini dan tingginya (h) adalah sebagai $1 : a$, bahan adalah kayu.

Momen kelembaman adalah sama dengan :

$$I = \frac{1}{12} hb^3.\ h = ab,\ \text{jadi } I = \frac{1}{12} ab^4 \text{ dan } F = bh = ab^2.$$

Selanjutnya

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{12}ab^4}{ab^2}} = \frac{b}{6}\sqrt{3},\ \lambda = \frac{L}{i} = \frac{2L\sqrt{3}}{b}.$$

Jika harga-harga ini kita ganti dalam rumus VON TETMAYER, maka terdapatlah untuk batang-batang kayu :

$$P = \frac{a b^2}{v}\left(293 - 1{,}94.\ \frac{2L\sqrt{3}}{b}\right)\ \text{kg}.$$

Soal 86. Tiang dari soal yang lalu, mempunyai penampang segipanjang. $a = 2$. Hitunglah ukuran-ukuran segipanjang itu.

Cara menghitung. Jika harga-harga yang diketahui kita ganti dalam rumus

$$P = \frac{a b^2}{v}\left(293 - 1{,}94\ \frac{2L\sqrt{3}}{b}\right)\ \text{kg}.$$

maka kita dapat melihat, bahwa

$$b^2 - 11{,}5b - 410 = 0.$$

Akar persamaan pangkat dua, yang dapat dipakai adalah 27. Jadi ukuran-ukurannya adalah 27 dan 54 cm.

Catatan. Sebagaimana kita harapkan, profil ini adalah lebih besar daripada profil dalam soal yang lalu.

§ 99 Soal-soal

255. Sebuah batang dari Bd. 37, dengan panjang 4 m, mendapat beban tekan sentris, dan mempunyai profil DIN 22. $v = 4$.

Tentukanlah gaya tekan yang diizinkan. $E = 2{,}1.10^6$ kg/cm².

Perhitungan menurut EULER diizinkan, jika $\lambda > 105$. Untuk $10 < \lambda < 105$, hitunglah menurut VON TETMAYER. Untuk Bd. 37, $\sigma_K = 3.100 - 11{,}4\ \lambda$ kg/cm².

256. Sebuah kolom disusun dengan cara biasa dengan 2 buah profil [, panjangnya 16 dan 5 m. Jarak antara punggung-punggung adalah 90 mm. Hitunglah dengan keamanan ganda 4 terhadap tekuk, gaya tekan sentris yang diizinkan. Sambungan antara kedua profil itu adalah cukup kaku, sehingga terjadinya tekukan pada salah satu dari batang, tidak mungkin. Perhitungan dilakukan menurut EULER - VON TETMAYER lihat soal 255. $E = 2{,}1.10^6$ kg/cm².

Kita harus menyusun sebuah batang sisi dari gading-gading kap dari dua baja siku-siku tidak sama sisi (⌐|¬).

Tentukanlah profil yang tepat, menurut EULER - VON TETMAYER.

257. $L = 2{,}80$ m; $P = 32{,}5$ t; $v = 3{,}5$; $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm².

258. $L = 3{,}25$ m; $P = 30$ t; $v = 4$; $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm².

259. $L = 2{,}80$ m; $P = 40$ t; $v = 5$; $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm².

260. Batang pengangkat sebuah sekerup pengangkat adalah silindris dan pada sikap yang tertinggi, panjangnya adalah 90 cm. Hitunglah garis tengah (teras) menurut EULER - VON TETMAYER. Cara beban IV. $P = 8$ t.

$v = 9$. $E = 2.200.000$ kg/cm². Ketetapan tekuk menurut VON TETMAYER.

$$\sigma_K = 3.350 - 6{,}21\ \lambda \text{ kg/cm}^2.$$

Batas EULER - VON TETMAYER : $\lambda = 95$.

261. Kita harus menghitung sebuah batang penggerak bulat menurut VON TETMAYER $P = 80$ t; $L = 3$ m; $v = 10$.

$$\sigma_K = 3.350 - 6{,}2\ \lambda \text{ kg/cm}^2.$$

Berapa besarkah garis tengah yang dibutuhkan? Berapa besarkah keamanan terhadap tekukan menurut EULER ? $E = 2{,}2.10^6$ kg/cm².

262. Sebuah batang kayu berbentuk segiempat, panjangnya 5 m, mendapat beban tekuk oleh sebuah gaya sebesar 20 t; $v = 12$.

Tentukanlah ukuran-ukuran batang ini menurut VON TETMAYER.

263. Sebuah batang silindris dari baja, panjangnya 2 m, harus dapat menahan beban sebesar 12 ton. Hitunglah garis tengah batang itu, jika kita harus menghitung dengan rumus EULER dan VON TETMAYER.

Batang kita anggap seperti ujung-ujungnya dipasang secara engsel. $v = 5$; Rumus VON TETMAYER : $\sigma_K = 3.100 - 11{,}4\ \lambda$ kg/cm.

(Ujian penghabisan M.T.S. Groningen 1936).

Pada batang penggerak lokomotip panjang 220 cm dapat bekerja gaya tekan sentris sebesar 75 ton. Tentukanlah ukuran-ukuran penampang segitiga yang dibutuhkan. Hitunglah menurut EULER - VON TETMAYER $v = 3$. $E = 2.200.000$ kg/cm². $\sigma_K = 3.350 - 6{,}2\ \lambda$ kg/cm². Batas EULER - VON TETMAYER $\lambda = 95$; $h = 3b$.

264. Ujung-ujung batang dipasangkan secara engsel.

265. Sebuah batang pada bidang gerak, ujung-ujungnya dipasangkan secara engsel (cara beban I), dan tegak lurus pada bidang gerak ujung-ujungnya dijepit (cara beban II). Ukuran h terletak pada bidang gerak, ukuran b terletak tegak lurus di atasnya.

PELAJARAN KE-10 *Perhitungan atas tekukan menurut lembaran-lembaran Normal N 793, N 794 dan N 1008*

§ 100 Pendahuluan

Perhitungan-perhitungan atas tekukan dalam ilmu konstruksi baja, pada tahun-tahun yang belakangan ini, banyak yang telah dirubah oleh Komisi Normalisasi dan ditetapkan dalam lembaran-lembaran normal N 793, N 794 dan N 1008.

Lembaran normal N 1008 diterbitkan dalam bentuk buku, dan memuat peraturan-peraturan untuk merencanakan, membuat dan menyetel jembatan-jembatan dari baja (V.O.S.B. 1933 dan V.V.S.B. 1933).

Ini telah diterbitkan oleh Komisi Pusat Normalisasi di Negeri Belanda, sesudah sebuah komisi, yang dibentuk oleh bagian Ilmu Bangunan-bangunan dan Ilmu Bangun-bangunan air dari „Koninklijk Instituut van Ingenieurs" menyusun peraturan-peraturan tadi.

Lembaran normal N 793 dan N 794 merupakan bagian dari kumpulan-kumpulan lembaran-lembaran normal, yang telah diterbitkan dan dikeluarkan oleh Komisi Pusat untuk Normalisasi di Negeri Belanda mengenai dasar-dasar tehnik untuk peraturan-peraturan bangun-bangunan.

Lembaran normal tersebut mengatakan, bahwa untuk batang-batang yang langsung supaya dipakai perhitungan EULER untuk yang pendek dibolehkan perhitungan atas tekanan dan untuk batang-batang dengan kelangsingan-kelangsingan antara EULER dan daerah tekan, telah menggantikan rumus-rumus VON TETMAYER oleh rumus-rumus pengalaman lainnya.

Di sini kita tidak akan menguraikan lebih lanjut tentang pertumbuhan riwayat peraturan-peraturan ini.

Kita akan membicarakan tentang cara perhitungan atas tekukan menurut peraturan-peraturan yang baru untuk lembaran normal N 793. Para pembaca yang telah mengikuti perhitungan-perhitungan ini, tidak akan mengalami kesukaran-kesukaran dalam mempergunakan perhitungan yang selaras itu, dengan pertolongan kedua lembaran normal yang lainnya.

Sebagaimana juga pada perhitungan menurut VON TETMAYER EULER' maka pada peraturan-peraturan Komisi Normalisasi tegangan tekan yang diizinkan untuk bahaya tekukan (juga dinamakan tegangan

tekuk), $\bar{\sigma}_k$ adalah fungsi kelangsingan λ. Hubungan antara $\bar{\sigma}_k$ dan λ tidak dinyatakan oleh sebuah rumus, akan tetapi oleh sebuah grafik.

Pada lembaran normal N 793 terdapat enam garis : tiga buah untuk Bd. 37 dan tiga buah lagi untuk Bd. 52. Ketiga garis untuk Bd. 37 memenuhi kepada tegangan tekan yang diizinkan ($\lambda \leqq 30$) dari 1.200, 1.400 dan 1.600 kg/cm^2; yang untuk Bd. 52 adalah selaras dengan tegang tekan yang diizinkan ($\lambda \leqq 30$) dari 1.800, 2.100 dan 2.400 kg/cm. Ini kesemuanya adalah selaras dengan tegangan yang diizinkan, sebagaimana tertulis dalam lembaran normal N 791.

Pada contoh kita, kita batasi sampai garis Bd. 37, yang termasuk pada tegangan-tegangan tekan yang diizinkan ($\lambda \leqq 30$) dari 1.200 kg/cm^2. Karena itu sebuah ikhtisar lembaran normal N 739, kita gambarkan dalam gambar 129.

Garis yang menyatakan hubungan antara $\bar{\sigma}_k$ dan λ, terdiri atas tiga bagian :

1. bagian untuk $0 \leqq \lambda \leqq 30$;
2. bagian untuk $30 \leqq \lambda \leqq 89{,}74$;
3. bagian untuk $89{,}74 \leqq \lambda$

Dengan ini terdapatlah tiga daerah yang selaras; daerah tekanan, daerah dari K.P.N.B., daerah EULER.

Peraturan-peraturan baru Komisi Normalisasi menyimpang dari cara perhitungan dahulu; tekanan VON TETMAYER - EULER berhubung dengan perluasan daerah tekanan dan perubahan dalam daerah VON TETMAYER.

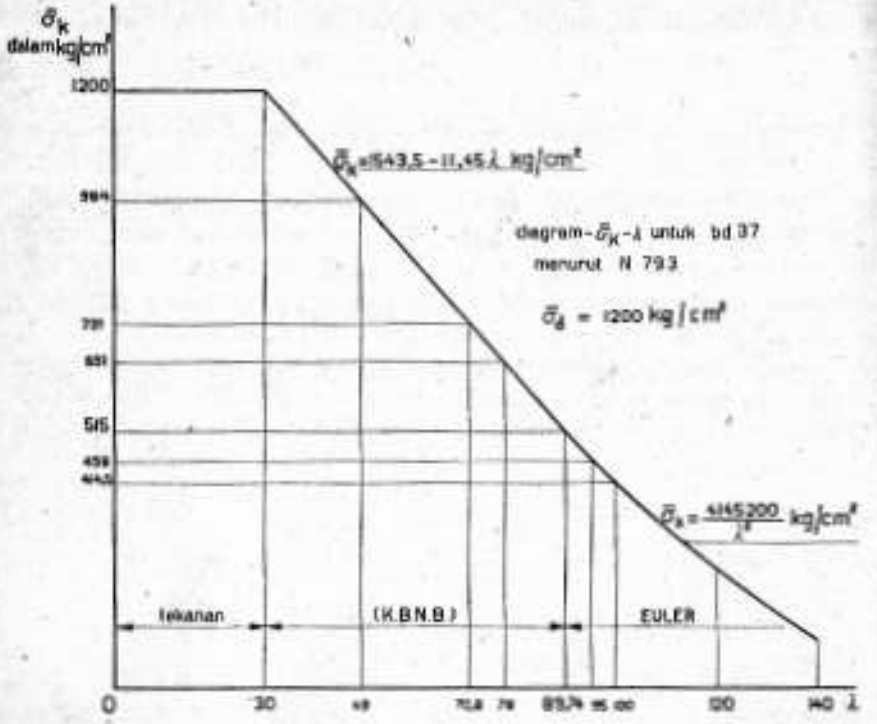
Yang pertama adalah diperluas dari $0 \leqq \lambda \leqq 10$ hingga $0 \leqq \lambda \leqq 30$ yang kedua menjadi kecil, sedangkan dipakai hubungan yang lebih logis antara daerah dengan daerah tekanan dan daerah EULER. Dalam gambar 129, $\bar{\sigma}_k$ dapat kita nyatakan dengan mudah sebagai fungsi dari λ dan mengganti grafik dengan rumus-rumus. Dalam daerah yang ditentukan oleh $0 \leqq \lambda \leqq 30$, maka $\bar{\sigma}_k$ adalah sama besarnya dengan $\bar{\sigma}_d$.

Untuk $30 \leqq \lambda \leqq 89,74$, $\bar{\sigma}_k$ adalah sebuah fungsi linier dari λ.

Jadi kita dapat menuliskan :

$$\bar{\sigma}_k = a + b\lambda$$

Di sini a dan b adalah konstante[3], yang tergantung pada arah dan tempat garis lurus. Pada $\lambda = 30$ termasuk tegangan tekuk $\bar{\sigma}_k$ yang



Gamb. 149

diizinkan dari 1.200 kg/cm², dan pada $\lambda = 89{,}74$, adalah $\bar{\sigma}_k = 515$ kg/cm².

Jika harga-harga ini, kita ganti dalam $\bar{\sigma}_k = a + b\lambda$, maka kita mendapat berturut-turut :

$$1.200 = a + 30b \text{ dan } 515 = a + 89{,}74\ b.$$

Dari dua persamaan ini, kita dapat menentukan a dan b.

Dengan mengurangkan kedua persamaan ini satu sama lain, maka didapat :

$1.200 - 515 = (30 - 89{,}74)\ b$ atau $b = \frac{685}{-59{,}74} \sim -11{,}45$ kg/cm².

Dengan $1.200 = a + 30\ b$ selanjutnya kita mendapat :
$a = 1.200 - 30\ b = 1.200 - 30. - 11{,}45 = 1.200 + 30.11{,}45 = 1.543{,}5$ kg/cm².

Jadi persamaan garis lurus, yang menyatakan hubungan antara $\bar{\sigma}_k$ dan λ, untuk harga dari λ, yang letaknya antara 30 dan 89,74, adalah :

$$\bar{\sigma}_k = 1.543{,}5 - 11{,}45\ \lambda \text{ kg/cm}^2.$$

Rumus Euler berlaku untuk $\lambda \geqq 89{,}74$.

Persamaan garis yang menyatakan hubungan antara $\bar{\sigma}_k$ dan λ untuk harga-harga dari λ yang lebih besar daripada 89,74, adalah :

$$\bar{\sigma}_k = \frac{\pi^2 EI}{\nu L^2 F} = \frac{\pi^2 E}{5\lambda^2} = \frac{20\,726\,000}{5\lambda^2} = \frac{4\,145\,200}{\lambda^2} \text{ kg/cm}^2.$$

Untuk menentukan harga-harga dari $\bar{\sigma}_k$ yang termasuk pada harga-harga λ yang diketahui, dapat juga kita mempergunakan daftar di bawah ini.

Harga-harga untuk $\bar{\sigma}_k$ dalam kg/cm² menurut N 793 untuk Bd 37, termasuk pada $\sigma_d = 1.200$ kg/cm².

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	1200	1189	1177	1166	1154	1143	1131	1120	1108	1097
40	1086	1074	1063	1051	1040	1028	1017	1005	994	982
50	971	960	948	937	925	914	902	891	879	868
60	857	845	834	822	811	799	788	776	765	753
70	742	731	719	708	696	685	673	662	651	639
80	628	616	605	593	582	570	559	547	536	525
90	512	501	490	479	469	459	450	441	432	423
100	415	406	398	391	383	376	369	362	355	349
110	343	336	330	325	319	313	308	302	298	293
120	288	283	279	274	270	265	261	257	253	249
130	245	241	238	234	230	227	224	220	218	215
140	211	208	205	202	199	196	194	192	189	186

§ 101 Contoh-contoh

Perhitungan-perhitungan atas tekukan dapat kita lakukan dengan rumus

$$P = \bar{\sigma}_k\ .F.$$

Di sini P adalah beban tekan yang diizinkan; $\bar{\sigma}_k$ adalah tegangan tekuk yang diizinkan (tergantung pada kelangsingan λ batang) dan F adalah luas penampang normal batang. Rumus ini dapat kita pakai dengan tiga cara.

1. Jika panjang profil diketahui, dan F juga diketahui maka λ dapat dihitung. Menurut diagram $\bar{\sigma}_k$-λ, maka $\bar{\sigma}_k$ ditentukan sebagai fungsi λ dan kita dapat menghitung gaya tekan P yang diizinkan dari $P = \bar{\sigma}_k . F$.

2. Jika diketahui P, profil dan panjangnya, maka kita dapat memeriksa apakah tegangan tekan $\frac{P}{F}$ itu tinggal tetap di bawah tegangan tekuk $\bar{\sigma}_k$ yang diizinkan ($\bar{\sigma}_k$ adalah tegangan, yang menurut lembaran normal termasuk pada harga λ dihitung dari keterangan-keterangan yang diberikan).

3. Jika diketahui P dan panjangnya, maka dengan pertolongan lembaran normal kita dapat menentukan profil yang dibutuhkan. Ini hanya dapat kita lakukan dengan mencoba-coba, karena harga $\bar{\sigma}_k$ adalah tergantung pada harga λ yang belum ditetapkan (ditetapkan oleh harga i yang belum diketahui). Perhitungannya dilakukan sebagai berikut: Pertama-tama kita mengadakan taksiran dengan pertolongan rumus EULER: $I = 2{,}42\ PL^2$ dari momen kelembaman minimal. Dengan harga I ini, kita memilih sebuah profil sementara. Gaya tekan P yang diizinkan untuk profil ini kita hitung menurut 1); jika harga yang telah dihitung itu, adalah lebih besar daripada harga yang diberikan, maka kita dapat memakai profil yang sementara tadi; jika harga yang dihitung, adalah lebih kecil daripada harga yang diberikan, maka kita harus memilih profil yang lebih berat. Ini kita lakukan berturut-turut, sehingga kita mendapatkan profil yang tepat.

Untuk menghindarkan hal mencoba-coba ini, maka kita harus mempergunakan nomogram-nomogram, lihat § 107.

Adakalanya kita akan dapat memperoleh profil sementara ini dengan cepat, karena mempergunakan cara mendekati, yang terdapat dalam tambahan.

Soal 87. Sebuah kolom profil DIN 30, mendapat beban tekan karena gaya P, di mana garis kerjanya adalah berimpitan dengan sumbu batang. Panjangnya kolom adalah 6 m. Hitunglah harga P yang terbesar, yang dapat diizinkan.

Perhitungan atas tekanan dilakukan menurut lembaran normal N 793.

Cara menghitung. Menurut daftar-daftar, maka jari-jari kelembaman yang terkecil $i_y = 7{,}7$ cm dan $F = 154$ cm². Jadi kelangsingannya $\lambda = \frac{600}{77} \sim 78$. Dalam diagram $\bar{\sigma}_k$-λ, lihat gambar 129, sekarang kita mencari titik garis $\bar{\sigma}_k$-λ, yang mempunyai 78 sebagai absis. Ordinat titik ini, kita peroleh dengan cara mengukur, ini merupakan tegangan (tekuk) tekan yang diizinkan.

$\bar{\sigma}_k$ di sini, adalah kira-kira 651 kg/cm² (lihat juga daftar di halaman 259).

Dengan $\bar{\sigma}_k = \frac{P}{F}$ kita dapat dengan mudah:

$$P = \frac{651.154}{100} \sim 100 \text{ t.}$$

Soal 88. Sebuah kolom dengan profil DIN 20, panjang 4,85 m, mendapat beban tekan sentris sebesar P.

Hitunglah gaya tekan yang diizinkan.

Cara menghitung. Menurut daftar-daftar $i_y = 5{,}1$ cm dan $F = 83$ cm². Dari ini terdapatlah $\lambda = \frac{485}{5{,}1} \sim 95$. Menurut diagram $\bar{\sigma}_k$-λ dari gambar 129, maka harga yang bersangkutan dari $\bar{\sigma}_k \sim 459$ kg/cm². Jadi di sini P adalah $= \frac{495.83}{1.000} \sim 38$ ton.

Catatan. Jika kelangsingan adalah lebih besar daripada 89,74, maka kita berada di daerah EULER; jadi dapat juga kita menghitung dengan:

$$I = 2{,}42\ PL^2.$$

Jika P sudah terhitung maka terdapatlah:

$$P = \frac{I}{2{,}42\ L^2}.$$

Dalam soal ini, I adalah momen kelembaman yang terkecil dan $= 2.140$ cm⁴ dan

$$L = 4{,}85 \text{ m. } P \text{ karena itu } = \frac{2.140}{2{,}42.4{,}85^2} \sim 38 \text{ t.}$$

Soal 89. Sebuah kolom dengan panjang 6 m, harus dapat menahan gaya tekan sentris sebesar 50 ton.

Kolom ini terdiri atas dua buah profil.

Momen kelembaman (I_y) penampang normal kolom ini, terhadap sumbu bebas bahan, adalah 10% lebih besar daripada momen kelembaman terhadap sumbu bahan (I_x) [1].

Tentukanlah nomor profilnya menurut N 793, pula jaraknya ($2a$) antara titikberat-titikberat kedua profil itu dan jarak (l_1) antara kopeling-kopeling.

Cara menghitung. Dengan perhitungan sederhana atas tekanan, kita mendapat luas F penampang normal dengan rumus $\sigma = \frac{P}{F}$, karena tegangan normal yang diizinkan diketahui atau dapat juga diumpamakan. Pada perhitungan atas tekukan baik F maupun σ ($\bar{\sigma}_k$) tidak diketahui dan tergantung pada nomor profil, yang harus kita tentukan. Pemilihan sementara ini, dapat kita lakukan lagi dengan pertolongan EULER. $I = 2{,}42\ PL^2 = 2{,}42.50.6^2 \sim 4.350\ \text{cm}^4$.

Jadi, untuk satu profil, $I_x = \frac{1}{2}.4350 = 2.175\ \text{cm}^4$.

Sekarang kita mencoba profil [-22. Untuk sebuah penampang yang tersusun dari 2 profil [22, $F = 2.37{,}4 = 74{,}8\ \text{cm}^2$. $I = 2.2690\ \text{cm}^4$ $i = 8{,}48$ cm. Pada ini termasuk $\lambda = \frac{600}{8{,}48} \sim 70{,}8$ atau $\lambda \sim 71$. Menurut diagram $\bar{\sigma}_k$-λ , maka tegangan (tekuk) yang diizinkan adalah $\bar{\sigma}_k \sim 731\ \text{kg/cm}^2$. Dengan rumus $P = \bar{\sigma}_k F$ dapat kita sekarang menghitung lagi gaya mana yang diizinkan bekerja pada batang sementara yang kita pilih.

$$P = \frac{731.748}{1.000} \sim 54{,}5 \text{ ton.}$$

Jadi profil yang kita pilih, agaknya mencukupi juga.

Kita dapat juga menyelidiki lagi, apakah profil yang lebih kecil itu adalah cukup atau tidak. Jika kita menghitung lagi untuk profil [20 maka terdapatlah, bahwa ini adalah terlalu kecil. Jadi kita harus memakai dua buah profil [22.

Sekarang kita tinggal menentukan jarak ($2a$) antara titikberat-titikberat kedua profil itu dan jarak l_1 antara kopeling-kopeling. Pertama-

[1] Jika I_y 10% lebih daripada I_x maka berdasarkan pengalaman bolehlah ditentukan bahwa keamanan terhadap tekukan dalam arah sumbu X sama seperti dalam arah sumbu Y.

tama kita menentukan $2a$. Jarak ini ditentukan oleh momen kelembaman (I_y) terhadap sumbu bebas bahan; menurut soalnya, ini harus 10% lebih besar dari momen kelembaman (I_x) terhadap sumbu bahan.

Sekarang mencukupi untuk mengambil $I_y = 1{,}1$ kali momen kelembaman yang kita *hitung;* tetapi adalah lebih baik, untuk mengambil $I_y = 1{,}1.5380 = 5.918\ \text{cm}^4$, karena dalam hal ini, pada arah sumbu bahan kolom mempunyai perlawanan terhadap tekukan yang sama seperti pada arah sumbu bebas bahan; lagi pula kita dapat memperbesar bebannya.

Jika untuk satu profil, kita umpamakan, $I_y = 197\ \text{cm}^4$ $F = 37{,}4\ \text{cm}^2$, maka dengan mudah kita mendapat:

$5918 = 2\,(197 + a^2.37{,}4)$, atau : $a^2 \sim 74\ \text{cm}^2$ dan $a \sim 8{,}6$ cm.

Kita mengambil $2a = 172$ mm. Selanjutnya kita menentukan besarnya $l_1.l_1$ tergantung pada kelangsingan (λ_1) satu batang, dan ini, menurut gambar 129, tergantung lagi pada tegangan $\bar{\sigma}_k = \frac{P_1}{F_1}$, yang bekerja pada satu batang. $F_1 = 37{,}4\ \text{cm}^2$. Kita harus pertama-tama menentukan P_1. Menurut N 793 sebuah kolom harus dapat menahan gaya P_1; gaya ini dapat kita hitung dari rumus, tertulis di bawah (diuraikan dari rumus KROHN) [1]

$$P_1 = \frac{140}{280 - \lambda} P.$$

λ merupakan kelangsingan kolom seluruhnya terhadap sumbu bebas bahan. Untuk profil yang *dipilih,* $I_y = 2\,(197 + 8{,}6^2.37{,}4) \sim 5.918\ \text{cm}^4$.

$$i = \sqrt{\frac{5918}{2.37{,}4}} \sim 8{,}9 \text{ cm. } \lambda = \frac{600}{8{,}9} \sim 68.$$

P adalah gaya tekan seluruhnya dalam ton. Kita menganggap cukup menghitung dengan $P = 50$ ton; kita dapat juga bekerja dengan gaya $P = 54{,}5$ ton, yang menurut perhitungan tertulis di atas dapat ditahan oleh kolom. Dengan alasan seperti di atas maka kita mengambil $P = 54{,}5$ ton, dan kita mendapat:

$$P_1 = \frac{140}{280 - 68} \cdot 54{,}5 \sim 36 \text{ ton.}$$

[1] Rumus ini adalah aturan konstruksi; penjabarannya tidak kita selidiki.

Dari diagram $\bar{\sigma}_k$-λ dan dengan $\bar{\sigma}_k = \frac{P_1}{F_1} = \frac{36.000}{37,4} \sim 963$ kg/cm²: kita mendapat: $\lambda_1 \sim 51$.

Menurut daftar, $i_1 = i_{min} = i_y = 2,26$ cm, sehingga l_1 terdapat dari $\lambda_1 = \frac{l_1}{i_1}$, atau $l_1 = \lambda_1 i_1 = 51.2,26 \sim 115$ cm. Dengan ini termasuk: $\frac{600}{115} \sim 5,2$ medan. Jumlah ini dapat kita ambil 7, karena menurut N 793 kita membutuhkan jumlah medan yang ganjil. Jarak antara kopeling-kopeling adalah $\frac{600}{7} \sim 86$ cm.

§ 102 Rumus-rumus untuk perhitungan pada tekukan

Sebagaimana halnya dengan garis yang kita bicarakan untuk Bd 37 pada tegangan tekan yang diizinkan sebesar 1.200 kg/cm², maka garis-garis lainnyapun dari lembaran-lembaran normal dapat kita gantikan dengan rumus-rumus. Uraian tentang ini adalah selaras dengan apa yang tertulis dalam § 100, di sini kita hanya menyatakan hasil-hasilnya saja. (Lihat daftar dihalaman 267).

§ 103 Soal-soal

266. Sebuah kolom dengan profil DIN 16, panjangnya 4 cm. Tentukanlah gaya tekan sentris menurut N 793:

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm² (Bd. 37);

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.400 kg/cm² (Bd. 37);

c. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.800 kg/cm² (Bd. 52);

d. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm² (Bd. 52).

267. Sebuah kolom dengan profil DIN 18, mendapat beban tekan sentris oleh gaya sebesar 45 ton. Tentukanlah panjang yang sebesar-besarnya, yang diperbolehkan untuk kolom itu menurut N 793. $\bar{\sigma}_k$ = 1.200 kg/cm².

268. Sebuah kolom dengan profil DIN, panjangnya 3,25 m, mendapat beban tekan sentris sebesar 51 ton. Tentukanlah nomor profil menurut N 793. $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm².

Bahan	Daerah tekanan $\lambda \leqq 30$ [1] $\bar{\sigma}_k$ dalam kg/cm²	Daerah KPNB $\bar{\sigma}_k$ dalam kg/cm²	Batas EULER-KPNB λ	Daerah EULER $\bar{\sigma}_k$ dlm kg/cm²
Bd 37	1200	$1543,5 - 11,45\lambda$	89,74	$\frac{20\,726\,000}{5.\lambda^2}$
	1400	$1781 - 12,71\lambda$	93,41	$\frac{20\,726\,000}{4.\lambda^2}$
	1600	$2036 - 14,52\lambda$	93,41	$\frac{20\,726\,000}{3,5.\lambda^2}$
Bd 52	1800	$2515 - 23,84\lambda$	70,31	$\frac{20\,726\,000}{5.\lambda^2}$
	2100	$2887 - 26,23\lambda$	73,38	$\frac{20\,726\,000}{4.\lambda^2}$
	2400	$3299 - 29,97\lambda$	73,38	$\frac{20\,726\,000}{3,5.\lambda^2}$
Kayu $v = 5$	60	$65 - 0,45\lambda$	96,48	$\frac{1\,000\,000}{5\lambda^2}$
	80	$87 - 0,70\lambda$	83,05	
	100	$110 - 0,99\lambda$	73,88	
Kayu $v = 8$	60	$66 - 0,58\lambda$	75,49	$\frac{1\,000\,000}{8\lambda^2}$
	80	$89 - 0,92\lambda$	64,85	
	100	$113 - 1,31\lambda$	57,88	

269. Sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi mempunyai profil ⌋⌊ 120.120.11, panjangnya 3 m, mendapat beban tekan sentris karena gaya P. Tentukanlah harga yang tertinggi, yang diizinkan untuk batang tadi menurut N 793.

$\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm².

270. Sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi mempunyai profil ⌋⌊ 110.110.10 dan mendapat beban tekan sentris karena gaya 30 t. Tentukan panjang yang sebesar-besarnya yang diizinkan untuk batang menurut N 793.

$\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm².

271. Sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi mempunyai panjang tekuk 2,8 m dan mempunyai beban tekan sentris sebesar 12 ton. Ten-

[1] Untuk kayu $\lambda \leqq 10$.

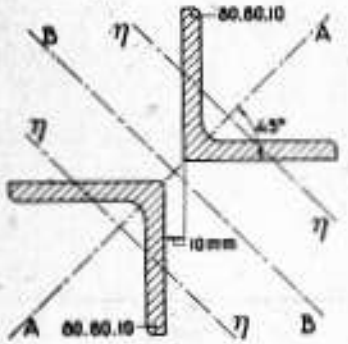
tukanlah nomor profil menurut N 793 ($\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm²) pada bentuk-bentuk profil sebagai berikut :

a. ⊓ (baja siku-siku sama sisi);

b. ⊥ (baja siku-siku sama sisi);

c. ⊓ (baja siku-siku tidak sama sisi);

d. ⊓ (baja siku-siku tidak sama sisi, pelat bagan 12 mm).



Gamb. 130

272. Sebuah batang pekerjaan konstruksi, panjangnya 3 m, mempunyai penampang seperti dalam gambar 130, mendapat beban tekuk dengan keamanan 5 ganda.

Tentukanlah *a* : momen-momen kelembaman penampang batang terhadap sumbu-sumbu AA dan BB;

b. gaya tekan yang diizinkan.

Selanjutnya diketahui juga untuk satu profil itu F = 15,1 cm²; I_A = 139 cm⁴; I_η = 35,9 cm⁴.

Jarak antara titik berat sampai sisi punggung profil = 2,34 cm. Untuk $\lambda \geq 90$, kita mempergunakan rumus tekuk EULER; untuk $\lambda < 90$ berlaku rumus; $\bar{\sigma}_k$ = 1.543,5 — 11,45 kg/cm². E = 2.100.000 kg/cm².

273. Sebuah batang pekerjaan konstruksi mendapat beban tekan sentris oleh gaya sebesar 14 ton dan panjangnya adalah 2,75 m. Batang terdiri atas dua baja siku-siku tidak samasisi (sisi-sisi panjang berdekatan satu sama lain dengan jarak 12 mm). Tentukanlah nomor profil menurut N 793 :

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.400 kg/cm²;

c. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.600 kg/cm².

274. Sebuah batang las-lasan berbentuk sarung, disusun dari dua buah profil [(□), panjangnya 6 m, dan mendapat beban tekan sentris, sebesar 30 ton.

Tentukanlah nomor profil menurut N 793 untuk Bd. 52 :

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.800 kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 2.100 kg/cm²;

c. jika $\bar{\sigma}_d$ = 2.400 kg/cm².

275. Sebuah batang las-lasan berbentuk sarung dari dua buah baja siku-siku sama sisi 40.40.4 (⊏⊐) mendapat beban tekan sentris sebesar 2.500 kg. Berapakah panjang yang terbesar batang ini menurut N 793 ?

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.400 kg/cm²;

c. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.600 kg/cm².

276. Sebuah batang las-lasan berbentuk sarung (L = 2 m) dari dua buah baja siku-siku sama sisi (⊏⊐), mendapat beban tekan sentris sebesar 5.000 kg. Tentukanlah nomor profil yang dibutuhkan menurut N 793.

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.400 kg/cm²;

c. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.600 kg/cm².

277. Sebuah kolom baja terdiri atas dua buah [-20, yang letaknya pada jarak 10 cm satu sama lain, dan yang disambungkan satu sama lain pada jarak-jarak 2 m. Hitunglah besarnya beban tekuk :

a. untuk panjang seluruhnya dari 7 m;

b. untuk panjang seluruhnya dari 10 m.

$$P_1 = \frac{140}{280 - \lambda} P.$$

278. Sebuah kolom kayu dengan penampang segiempat, panjangnya 2,5 m, mendapat beban sebesar 10 ton.

Berapakah besarnya sisi, jika dalam daerah EULER dikehendaki keamanan 8 ganda ?

Untuk $\lambda < 75$ berlaku : $\bar{\sigma}_k = 66 - 0{,}58\ \lambda$ kg/cm²; untuk harga-harga λ yang lebih besar berlaku rumus dari EULER. $E = 10^3$ kg/cm². $\bar{\sigma}_d$ = 60 kg/cm².

279. Sebuah kolom dengan dua buah profil I-20 dan dua buah pelat pinggir 280 × 10 mm (jarak antara profil² I dari inti keinti 170 mm), mendapat beban tekan sentris sebesar gaya 100 ton. Hitunglah panjang yang terbesar yang diizinkan menurut N 793 :

a. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.200 kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d$ = 1.400 kg/cm².

280. Sebuah kolom, dari dua profil I (jarak titiktengah-titiktengah 180 mm) mendapat beban tekan sentris sebesar 100 ton.

Tentukanlah nomor profil menurut N 793 :

a. jika $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm² dan $L = 7$ m;

b. jika $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm² dan $L = 8$ m.

281. Sebuah kolom dari dua buah profil [($I_y = 1{,}1\ I_x$), panjang 5 m, mendapat beban tekan sentris karena gaya 32,5 ton. Tentukanlah nomor profil dan jarak antara kopeling-kopeling menurut N 793 :

a. jika $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm² (Bd 37);

b. jika $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm² (Bd 37);

c. jika $\bar{\sigma}_d = 1.800$ kg/cm² (Bd 52);

d. jika $\bar{\sigma}_d = 2.100$ kg/cm² (Bd 52).

N.B. $P_1 = \dfrac{140\,P}{280 - \lambda}$.

282. Sebuah kolom dari 2 profil I-30 dan dua buah pelat sisi dari 380 × 10 mm (jarak antara titiktengah-titiktengah 250 mm), panjangnya 6 m. Hitunglah gaya tekan yang diizinkan menurut N 793 :

a. jika $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm²;

b. jika $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm².

283. Sebuah kolom terdiri atas dua buah [-22, dengan flens-flensnya dipasangkan ke luar, yang disambungkan dengan kampuh melintang. Jarak antara punggung-punggung kedua buah profil itu adalah 15 cm.

Ditanyakan :

a. Berapa besarkah beban yang diizinkan pada kolom ini, jika panjangnya kolom adalah 6 m. (Pemasangan ujung-ujung diumpamakan secara engsel) ?

b. Pada jarak-jarak berapakah harus kita pasang kampuh melintang ?

N.B. Perhitungan-perhitungan menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

§ 104 Cara-ω , lihat N 1008

Perhitungan atas tekukan, menurut rumus :

$$P = \bar{\sigma}_k . F, \qquad (47)$$

adalah sama dengan perhitungan atas tekanan, di mana tegangan tekan yang diizinkan, berhubung dengan bahaya tekukan, kita perkecil.

Dapat juga kita perhatikan bahaya tekukan, dengan jalan memasukkan gaya tekan khayal $\omega_k P$, yang kita uraikan dari P, dengan jalan memperkalikan dengan harga ω_k yang kita pilih.

Dalam hal ini, rumus untuk perhitungan atas tekukan, menjadi :

$$\omega_k . P = \bar{\sigma}_k . F.$$

Rumus dapat kita kembalikan kepada yang lampau, karena :

$$P = \frac{\bar{\sigma}_d}{\omega_k} . F,$$

sehingga

$$\bar{\sigma}_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\omega_k}.$$

Dari ini, dapatlah terlihat, bahwa

$$\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\bar{\sigma}_k}. \qquad (48)$$

Karena $\bar{\sigma}_k \leqq \sigma_d$, maka $\omega_k \leqq 1$. ω_k tergantung pada kelangsingan λ dari batang, seperti juga halnya dengan $\bar{\sigma}_k$.

Cara ω ini, mempunyai kesulitan-kesulitan yang sama seperti cara perhitungan menurut EULER-VON TETMAJER atau seperti cara perhitungan dengan diagram $\bar{\sigma}_k$-λ dan untuk perhitungan atas tekukan, adalah sedikit lebih sulit daripada menurut diagram $\bar{\sigma}_k$-λ .

Tetapi kita seringkali juga mempergunakan cara ω ini pada perhitungan atas tekukan dengan pelengkungan; karena itu kita akan menjelaskan lebih lanjut lagi dengan jalan mengambil contoh. Untuk ini kita pergunakan peraturan-peraturan N 1008, lihat daftar-daftar di bawah ini dan gambar pada halaman 278.

$\omega_k = \dfrac{\text{tegangan tarik yang diizinkan}}{\text{tegangan tekan yang diizinkan}}$ menurut N 1008.

$\bar{\sigma}_d = 2100$ kg/cm² KOEFISIEN-KOEFISIEN TEKUK (ω_k) untuk Bd L. 52

λ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
0	1	1	1	1.00	1.13	1.29	1.51	1.81	2.27	2.87	3.55	4.29	5.11	6.00	6.95	7.98	9.08	10.25	11.48	12.80	14.16
1	1	1	1	1.01	1.14	1.31	1.53	1.85	2.33	2.94	3.62	4.37	5.19	6.09	7.05	8.08	9.19	10.37	11.61	12.93	
2	1	1	1	1.02	1.16	1.33	1.56	1.89	2.38	3.00	3.69	4.45	5.28	6.18	7.14	8.19	9.31	10.48	11.74	13.07	
3	1	1	1	1.03	1.17	1.35	1.59	1.93	2.44	3.07	3.76	4.53	5.37	6.27	7.24	8.30	9.42	10.60	11.87	13.21	
4	1	1	1	1.06	1.19	1.37	1.61	1.97	2.50	3.13	3.84	4.61	5.45	6.37	7.35	8.40	9.54	10.73	12.00	13.35	
5	1	1	1	1.05	1.20	1.39	1.64	2.02	2.56	3.20	3.91	4.69	5.54	6.46	7.45	8.51	9.65	10.86	12.13	13.49	
6	1	1	1	1.07	1.22	1.41	1.68	2.06	2.62	3.27	3.98	4.77	5.63	6.56	7.56	8.63	9.77	10.98	12.27	13.62	
7	1	1	1	1.09	1.24	1.44	1.71	2.11	2.68	3.34	4.06	4.85	5.72	6.66	7.66	8.74	9.89	11.11	12.40	13.76	
8	1	1	1	1.10	1.25	1.46	1.74	2.16	2.75	3.41	4.14	4.94	5.81	6.75	7.77	8.85	10.01	11.23	12.53	13.90	
9	1	1	1	1.11	1.27	1.48	1.78	2.21	2.81	3.48	4.21	5.02	5.90	6.85	7.87	8.96	10.13	11.36	12.67	14.04	

$\bar{\sigma}_d = 1400$ kg/cm² KOEFISIEN-KOEFISIEN TEKUK (ω_k) untuk Bd 37

λ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
0	1	1	1	1.00	1.09	1.20	1.33	1.49	1.70	1.98	2.36	2.86	3.41	4.00	4.64	5.32	6.05	6.83	7.66	8.53	9.45
1	1	1	1	1.01	1.10	1.21	1.34	1.51	1.73	2.02	2.41	2.91	3.46	4.06	4.70	5.39	6.13	6.91	7.74	8.62	
2	1	1	1	1.02	1.11	1.22	1.36	1.53	1.75	2.05	2.46	2.97	3.52	4.12	4.76	5.46	6.20	6.99	7.83	8.71	
3	1	1	1	1.03	1.12	1.23	1.37	1.55	1.78	2.08	2.51	3.02	3.58	4.18	4.83	5.53	6.28	7.07	7.92	8.81	
4	1	1	1	1.03	1.13	1.25	1.39	1.57	1.80	2.12	2.56	3.07	3.64	4.24	4.90	5.60	6.36	7.15	8.00	8.90	
5	1	1	1	1.04	1.14	1.26	1.41	1.59	1.83	2.15	2.61	3.13	3.69	4.31	4.97	5.68	6.44	7.24	8.09	8.99	
6	1	1	1	1.05	1.15	1.27	1.42	1.61	1.86	2.19	2.66	3.18	3.75	4.37	5.04	5.75	6.51	7.32	8.18	9.08	
7	1	1	1	1.06	1.16	1.29	1.44	1.63	1.89	2.23	2.71	3.24	3.81	4.44	5.11	5.82	6.59	7.40	8.27	9.17	
8	1	1	1	1.07	1.17	1.30	1.46	1.66	1.92	2.28	2.76	3.29	3.87	4.50	5.18	5.90	6.67	7.49	8.36	9.27	
9	1	1	1	1.08	1.19	1.31	1.47	1.68	1.95	2.32	2.81	3.35	3.93	4.57	5.25	5.97	6.75	7.57	8.45	9.36	

Soal 90. Sebuah kolom dengan profil I-28, panjangnya 4 m, mendapat beban tekan sentris karena gaya P. Hitunglah P menurut N 1008. Bahan adalah Bd 37.

Cara menghitung. Menurut $\omega_k.P = \bar{\sigma}_d.F$ adalah :

$$P = \frac{1.400.F}{\omega_k}.$$

Untuk profil yang diberikan : $F = 61{,}1$ cm² $i_{min} = i_y = 2.45$ cm. Dengan $L = 4$ m $= 400$ cm, terdapatlah $\lambda = \frac{400}{2{,}45} \sim 163$.

Menurut tabel-tabel ω_k-λ maka $\omega_k = 6{,}28$.

Jika ini diganti dalam rumus untuk P, maka terdapatlah :

$$P = \frac{1400.61{,}5}{6{,}28}.\frac{1}{1.000} \sim 13{,}6 \text{ t.}$$

Soal 91. Sebuah kolom dengan profil I-30, mendapat beban tekan sentris karena gaya 18 ton. Hitunglah panjang yang terbesar untuk kolom ini, menurut N 1008.
Bahan adalah Bd 37.

Cara menghitung. Rumusnya adalah

$$\omega_k.P = \bar{\sigma}_d.F.$$

$P = 18.000$ kg; $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm; $F = 69{,}1$ cm²; $i = 2{,}56$ cm.
Ternyatalah sekarang bahwa :

$$\omega_k = \frac{1400.69{,}1}{18.000} = \sim 5{,}38.$$

Menurut daftar ω_k-λ, maka harga bersangkutan $\lambda \sim 151$. Dengan $\lambda = \frac{L}{i}$ terdapatlah $L = \lambda . i = 151.2{,}56 \sim 386$ cm.

Soal 92. Sebuah batang pekerjaan konstruksi, panjangnya 2,8 m dan mendapat beban tekan sentris karena gaya 32,5 ton. Batang itu terdiri atas dua baja siku-siku sama sisi dari Bd 37 (⌟⌞). Tentukanlah nomor profil menurut N 1008.

Cara menghitung. Rumusnya adalah :

$$\omega_k.P = \bar{\sigma}_d.F.$$

Di sini $P = 32.500$ kg; $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm². F tidak diketahui. Karena profil dan juga jari-jari kelembaman yang terkecil, tidak diketahui, maka $\lambda = \frac{L}{i}$ dan ω_k pun tidak diketahui. Karena itu, kita mengadakan penaksiran profil dengan pertolongan rumus EULER $I \sim 1{,}69\ PL^2$ (lihat halaman 248). Dengan ini terdapatlah :

$$I = 1{,}69.32{,}5.2{,}8^2 \sim 430 \text{ cm}^4.$$

Untuk sementara kita memilih ⌝⌜ 100.100.14 dengan

$$I = 2.235 = 470 \text{ cm}^4 \text{ dan } i_{min} = i = i_x = 3 \text{ cm}.$$

Kemudian kita periksa profil ini.

$\lambda = \frac{L}{i} = \frac{280}{3} \sim 93$; menurut tabel ω_k-λ, maka $\omega_k = 2{,}08$. Menurut tabel-tabel profil, $F = 2.26{,}2 = 52{,}4$ cm². Pada profil yang kita pilih, dapat kita berikan beban tekan sentris :

$$P = \frac{1{,}400.52{,}4}{2{,}08} \sim 35{,}2 \text{ t} \sim 32{,}5 \text{ ton}.$$

Jadi kita boleh memakai profil tadi.

§ 105 Cara ω berhubung dengan Lembaran Normal N 793

Cara ω ini, dapat kita pakai juga dengan pertolongan Lembaran Normal N 793; kita ketahui, bahwa $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\sigma_k}$. Jika $\bar{\sigma}_d$ dan kelang-

singan kita ketahui, maka $\bar{\sigma}_k$ dapat kita ambil dari Lembaran Normal dan kemudian kita menghitung ω^x. Jalan ini adalah agak repot, kecuali jika menghitung atas tekukan dengan pelengkungan, lihat bagian C dari pelajaran-pelajaran ini.

Kadang-kadang dapat kita perpendek perhitungan itu, dengan jalan mempergunakan daftar di bawah ini.

Harga-harga untuk ω_k, menurut N 793 untuk Bd. 37, bersangkutan dengan $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,061	1,072	1,083	1,094
40	1,106	1,118	1,130	1,142	1,154	1,167	1,180	1,194	1,208	1,322
50	1,236	1,251	1,266	1,282	1,298	1,314	1,331	1,348	1,365	1,383
60	1,402	1,421	1,441	1,461	1,481	1,503	1,525	1,547	1,570	1,594
70	1,619	1,645	1,671	1,698	1,726	1,755	1,785	1,816	1,848	1,881
80	1,916	1,951	1,988	2,027	2,067	2,109	2,152	2,197	2,244	2,293
90	2,345	2,397	2,450	2,504	2,558	2,613	2,670	2,724	2,780	2,837
100	2,895	2,953	3,012	3,071	3,131	3,192	3,253	3,315	3,377	3,439
110	3,503	3,567	3,631	3,696	3,762	3,828	3,895	3,463	4,031	4,099
120	4,169	4,238	4,309	4,380	4,451	4,523	4,596	4,669	4,743	4,817
130	4,892	4,968	5,044	5,121	5,198	5,276	5,354	5,433	5,513	5,593
140	5,674	5,755	5,837	5,920	6,003	6,086	6,171	6,256	6,341	6,427

§ 106 Soal-soal

284. Sebuah batang suatu pekerjaan konstruksi dengan profil ⌐ ⌐ 120.120.11 panjangnya 3 m, dan mendapat beban tekan sentris karena gaya P. Tentukanlah harga terbesar, yang diperbolehkan untuk P, menurut cara ω :

a. menurut N 1008.
b. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm²;
c. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

285. Sebuah batang dari suatu pekerjaan konstruksi, dengan profil ⌐ ⌐ 110.110.10 mendapat beban tekan sentris, karena gaya 32 ton. Tentukanlah panjang yang terbesar, yang diizinkan untuk batang itu, menurut cara ω :

a. menurut N 1008.
b. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm²;
c. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

286. Sebuah batang dari suatu pekerjaan konstruksi, terdiri atas dua buah baja siku-siku sama sisi (⌐ ⌐), mempunyai panjang tekuk 3 m, mendapat beban tekan sentris, sebesar 16 ton.
Tentukanlah nomor profil, menurut cara ω :

a. menurut N 1008.
b. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm²;
c. menurut N 793, $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm².

PELAJARAN KE 20 *Nomogram-nomogram untuk perhitungan pada tekukan*

§ 107 Rencana suatu nomogram ikatan

Jika kita seringkali harus mengerjakan perhitungan-perhitungan atas tekukan untuk sebuah batang atau sebuah kolom, yang mempunyai *bentuk* profil tertentu, maka adalah baik, jika kita menggambar sebuah nomogram. Pada gambar 131, kita gambarkan sebuah nomogram ikatan untuk menentukan nomor profil kolom-kolom, yang terdiri atas dua buah profil [. Profil-profil ini kita tempatkan demikian rupa, sehingga keamanan terhadap tekukan pada arah sumbu X adalah sama dengan yang pada arah sumbu Y [1]).

Nomogram tersebut, kita rencanakan dengan petunjuk dari diagram $\bar{\sigma}_k$-λ dari gambar 129. Untuk ini, dalam daftar-daftar profil, untuk suatu nomor profil tertentu, kita cari luas F penampang normal dan jari-jari kelembaman i yang terpilih. Kemudian pada berbagai-bagai panjang L [2]) dari kolom, kita menghitung kelangsingannya dan dengan pertolongan diagram $\bar{\sigma}_k$-λ itu kita tentukan harga yang bersangkutan dari $\bar{\sigma}_k$. Kemudian kita hitung gaya tekan sentris P yang diizinkan dengan rumus :

$$P = \bar{\sigma}_k F.$$

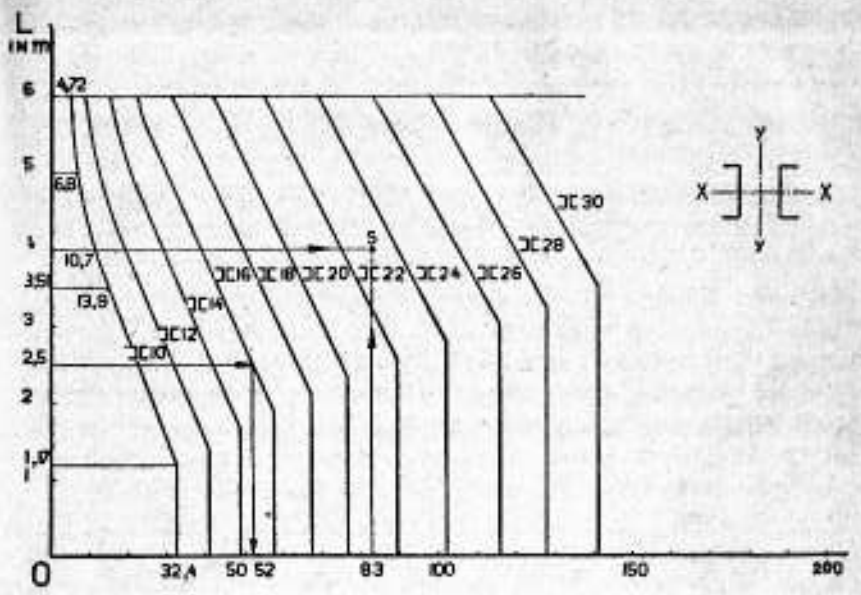
Harga-harga L dan P yang bersangkutan satu sama lain kita gambarkan dalam diagram-P-L. Jadi untuk nomor-nomor profil 10—12—14—16—18—20—22—24—26—28—30, kita peroleh sebelas buah garis, yang dengan sumbu P dan L, kesemuanya merupakan nomogram ikatan.

Sebelum kita menguraikan tentang hal pemakaian nomogram ini dengan beberapa contoh-contoh, maka kita akan membicarakan dahulu tentang konstruksi dari garis-garis itu.

Nomogram untuk perhitungan kolom-kolom atas tekukan yang terdiri atas dua buah profil [. $I_y = 1{,}1\ I_x$.

[1]) Jarak antara profil-profil dipilih demikian sehingga $I_y = 1{,}1\ I_x$.

[2]) Panjang dalam m dilukiskan dengan L, panjang dalam cm dengan l.



Gamb. 131

Menurut N 793, maka perhitungan atas tekanan ($\bar{\sigma}_k = \sigma_d = 1.200$ kg/cm²) kita izinkan, jika $\lambda \leqq 30$. Dengan $\lambda = \frac{l}{i}$ terdapatlah, bahwa kita dapat menghitungnya atas tekanan, jika $l \leqq 30i$.

Untuk dua buah profil [10, maka jari-jari kelembaman yang terpilih, adalah 3,91 cm; jadi kita dapat menghitung atas tekanan, jika untuk profil ini, $l \leqq 30.3{,}91 = 117{,}3$ cm. Kolom-kolom dengan profil-profil [10, yang panjangnya adalah lebih kecil dari, atau sama dengan 1,17 m, dapat menahan gaya

$$P = \bar{\sigma}_d F = \frac{1200.27}{1.000} = 1{,}2.27 = 32{,}4 \text{ ton.}$$

Menurut diagram $\bar{\sigma}_k$-λ, $\bar{\sigma}_k$ adalah fungsi linier dari λ, untuk harga-harga dari λ antara 30 dan 89,74.

Pada halaman 260 telah kita dapati $\bar{\sigma}_k = 1.543{,}5 - 11{,}45\lambda$ kg/cm². Jika harga ini diganti dalam rumus $P = \bar{\sigma}_k . F$, maka kita mendapat :

$$P = (1.543{,}5 - 11{,}45\lambda)\ F = \left(1.543{,}5 - 11{,}45\ \frac{l}{i}\right) F \text{ kg.}$$

Pada nomor profil tertentu, F dan i mempunyai harga tertentu, sehingga P adalah hanya fungsi dari l saja. Karena P adalah fungsi *linier* dari l, maka garis pada diagram P-L, yang terletak dalam daerah, yang bersangkutan dengan harga-harga λ antara 30 dan 89,74, adalah merupakan garis lurus.

Titik-titik akhir garis-garis lurus, termasuk pada panjang-panjang kolom, $30\,i = 30.2{,}91 \sim 117$ cm dan $89{,}74\,i = 89{,}74.3{,}91 \sim 351$ cm. Untuk $\lambda > 89{,}74\,i$, kita hitung P lagi dengan rumus $P = \bar{\sigma}_k F$. Lihat daftar-daftar di bawah ini, garis untuk nomor profil 10 digambar dengan pertolongan harga-harga tabel, terkecuali harga-harga $P = 26$ ton dan $P = 17{,}8$ ton, yang untuk itu tidak diperlukan. Dengan cara demikian, dapatlah kita membuat daftar-daftar untuk nomor-nomor profil lainnya dan menggambar garis-garis yang bersangkutan dengan itu. Daftar-daftar di bawah ini, adalah ikhtisar perhitungan harga-harga bersangkutan satu sama lain dari P dan L untuk nomor profil 10.

Nomor profil 10. $F = 2.13{,}5 = 27$ cm². $i = \sqrt{\frac{2I_x}{2F}} = 3{,}91$ cm.

Panjang kolom L dlm m	λ	$\bar{\sigma}_k$ dlm kg/cm²	$P = \frac{\bar{\sigma}_k F}{1.000}$ t.	Keterangan-keterangan.
1	$\frac{100}{3{,}91} \sim 25{,}6$	1.200	1,2.27 $\sim$ 32,4	
1,17	$\frac{117}{3{,}91} \sim 30$	1.200	1,2.27 $\sim$ 32,4	
2	$\frac{200}{3{,}91} \sim 51{,}2$	960	0,96.27 $\sim$ 26	Pada waktu menggambar, kedua harga ini tidak usah dipakai.
3	$\frac{300}{3{,}91} \sim 77$	662	0,662.27 $\sim$ 17,8	
3,51	$\frac{351}{3{,}91} \sim 89{,}74$	515	0,515.27 $\sim$ 13,9	
4	$\frac{400}{3{,}91} \sim 102$	398	0,398.27 $\sim$ 10,7	
5	$\frac{500}{3{,}91} \sim 128$	253	0,253.27 $\sim$ 6,8	
6	$\frac{600}{3{,}91} \sim 154$	174	0,174.27 $\sim$ 4,7	

§ 108 Contoh-contoh

Soal 93. Sebuah kolom terdiri atas dua buah profil [16 ($I_y = 1{,}1 I_x$). Panjangnya adalah 2,5 m. Tentukanlah gaya tekanan sentris, yang dapat diizinkan pada kolom ini.

Cara menghitung. Melalui „titik 2,5" dari sumbu L, kita tarik garis lurus sejajar dengan sumbu P. Melalui titik potong garis lurus ini dengan garis untuk [-16, kita tarik garis lurus lagi, sejajar dengan sumbu L. Titik potong dengan sumbu P, memberikan gaya P, yang diizinkan. $P \sim 52$ t.

Soal 94. Kita harus menyusun sebuah kolom sepanjang 4 m terdiri atas dua buah profil [($I_y = 1{,}1 I_x$); kolom itu harus dapat menahan gaya tekan sentris P sebesar 83 ton. Tentukanlah nomor profil.

Cara menghitung. Melalui „titik 4" dari sumbu L dan „titik 83" dari sumbu P, kita tarik garis-garis, yang berturut-turut sejajar dengan sumbu P dan sumbu L. Titik potong S, terletak antara garis-garis untuk nomor-nomor profil 22 dan 24. Jadi kita harus memakai profil 24.

Catatan. Apa yang kita bicarakan itu, dapat pula kita lakukan dengan bentuk-bentuk profil lainnya dengan cara yang demikian.

§ 109 Soal-soal

287. Menurut Lembaran Normal N 793, batang-batang baja harus kita hitung atas tekukan menurut rumus $P = \bar{\sigma}_k . F$. Di sini P adalah gaya tekan sentris yang diizinkan, F adalah luas penampang normal dan $\bar{\sigma}_k$ adalah tegangan tekan yang diizinkan. $\bar{\sigma}_k$ adalah tergantung pada kelangsingan λ dari batang. Jika $\lambda \leqq 30$, maka $\bar{\sigma}_k = 1.200$ kg/cm²; jika $30 \leqq \lambda \leqq 89{,}74$, maka $\bar{\sigma}_k = 1.543{,}5 - 11{,}45\,\lambda$ kg/cm²; jika $\lambda \leqq 89{,}74$ maka $\bar{\sigma}_k = \frac{4.145.200}{\lambda^2}$ kg/cm².

Gambarkanlah sebuah monogram ikatan untuk perhitungan batang-batang dengan profil I, pada dua sumbu yang tegak lurus satu sama lain. Ukurkan pada sumbu yang pertama, panjang L batang-batang dalam m; ambillah L antara 2 m dan 4,5 m. Ukurkan pada sumbu yang kedua, besarnya gaya P dalam ton. Gambarkanlah garis-garis untuk profil-profil I-20, I-22, I-24, 1-26 dan I-28.

Harga-harga momen kelembaman I_y dan luas F yang dibutuhkan, terdapat dalam daftar di bawah ini :

Profil	I-20	I-22	I-24	I-26	I-28
I_y dlm cm^4	117	162	221	288	364
F dlm cm^2	33,3	39,6	46,1	53,4	61,1

Skala-skala harus dipilih sendiri oleh pengikut ujian.

Perhitungan-perhitungan gambar disampaikan pada sehelai kertas tersendiri.

Pemakaian mistar hitung diperkenankan.

N.B. $\lambda = \frac{L}{i}$; $i = \sqrt{\frac{I_y}{F}}$.

Gambarkanlah sebuah nomogram ikatan untuk perhitungan tekukan dalam hal-hal sebagai berikut menurut N 793 pada $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm^2.

288. Untuk profil-profil : I-14 ÷ 28 dan $L = 1{,}5$ m ÷ 5 m.

289. Untuk profil-profil : I-30 ÷ 60 dan $L = 1{,}5$ m ÷ 7 m.

290. Untuk profil-profil : DIN-22 ÷ 40 dan $L = 2{,}5$ m ÷ 8,5 m.

291. Untuk profil-profil : ⊏‖⊏ 50.65.5 ÷ 75.130.12 dan L = 1 m ÷ 4 m.

§ 110 Ringkasan tentang hal yang terpenting mengenai tekukan

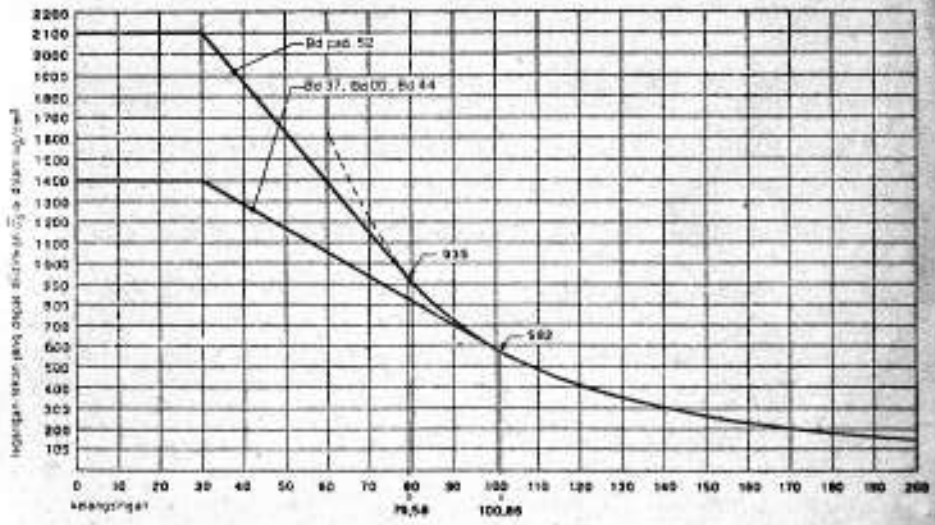
Kita harus dapat membeda-bedakan antara perhitungan-perhitungan atas tekukan dalam ilmu bangunan mesin-mesin dan perhitungan-perhitungan tekukan, yang dipakai dalam konstruksi baja. Mengenai soal normalisasi dalam konstruksi baja kita sudah lebih jauh lagi dalam perhitungan-perhitungan tekuk jika dibandingkan dengan dalam ilmu bangunan mesin-mesin.

Dalam konstruksi baja, perhitungan-perhitungan menurut EULER - VON TETMAJER (jika perlu OSTENVELD) diganti dengan peraturan-peraturan Komisi Normalisasi dan V.O.S.B. Peraturan-peraturan Komisi Normalisasi telah ditetapkan dalam lembaran normal N 793, dan dari V.O.S.B. dalam Lembaran Normal N 1008. Menurut N 793, selamanya kita harus menghitung dengan $P = \bar{\sigma}_k . F$, di mana $\bar{\sigma}_k$ adalah tegangan tekan yang diizinkan, yang harus kita ambil dengan sesuai, berhubung dengan bahaya tekukan. Ini kita lakukan, dengan jalan mempergunakan grafik-grafik $\bar{\sigma}_k$-λ dari N 793. Pada Bd : 37, kita mempunyai tiga buah garis, berturut-turut termasuk pada tegangan-tegangan tekan yang diizinkan 1.200; 1.400 dan 1.600 kg/cm^2.

Begitu pula untuk Bd. 52, garis-garis yang terdapat pada 1.800, 2.100 dan 2.400 kg/cm^2.

Dalam menghitung jembatan-jembatan baja, kita bekerja menurut sebuah garis $\bar{\sigma}_k$-λ, lihat N 1008 dan gambar 132. Pula kita bekerja dengan $F = \frac{\omega_k P}{\bar{\sigma}_d}$, di mana $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\bar{\sigma}_d}$ adalah tergantung pada λ. Dalam ilmu bangunan mesin-mesin, kita menghitung dengan EULER atau dengan VON TETMAJER.

Diagram $\bar{\sigma}_k$-λ menurut N 1008 dan N 1055 (diagram $\bar{\sigma}_d$-λ).



Gamb. 132

TAMBAHAN

Cara menentukan sementara profil untuk batang-batang pendek dengan bentuk tekuk, menurut sebuah pasal dari P. Bustraan dalam STAAL, tahun ke 6, no. 2 (Feb. 1940).

Kita mulai dengan suatu ragam pada grafik tegangan-tegangan tekuk yang diizinkan menurut N 793. Selaras dengan „Vorschriften der Deutschen Reichsbahn Gesellschaft" (V.D.R.), yang dahulu, maka garis $\bar{\sigma}_k$-λ, yang termasuk pada $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm^2, untuk $0 < \lambda < \pm 80$, kita ganti dengan para bola $\bar{\sigma}_k = 1.200 - 0{,}085\ \lambda^2$. Karena itu, maka pada harga-harga dari $\lambda < 80$ untuk $\bar{\sigma}_d$, terdapatlah perbedaan-perbedaan yang kecil terhadap harga-harga dari diagram menurut N 793, tetapi kita sanggup menyusun rumus kira-kira untuk menentukan

profil untuk batang-batang pendek dengan beban tekukan, yang agaknya memenuhi syarat juga.

Dari $\sigma_k = 1.200 - 0{,}085\,\lambda^2$ terdapatlah : $P = \sigma_k F = (1.200 - 0{,}085\,\lambda^2)\,F$, atau $P = 1.200\,F - 0{,}085\,\lambda^2 F$ dan $F = \frac{P}{1.200} + \frac{0{,}085}{1.200}\,\lambda^2 F$.

Dengan $\lambda = \frac{l}{i}$ dan $i = \sqrt{\frac{I}{F}}$ terdapatlah :

$F = \frac{P}{1.200} + \frac{0{,}085}{1.200}\,\frac{l^2}{i^2}\,F = \frac{P}{1.200} + \frac{0{,}085}{1.200}\,\frac{l^2}{I}\,F^2$. $\frac{F^2}{I}$ adalah sebuah kebesaran profil, yang walaupun tidak konstan, tetapi letaknya antara batas-batas yang tidak terlalu besar. Untuk berbagai-bagai bentuk-bentuk profil untuk $\frac{F^2}{I}$ dapat kita mengambil suatu harga, dengan mana kita dapat memperoleh rumus-rumus hampiran sebagai berikut. Dalam rumus-rumus ini, kita menghitung P dalam ton, $\bar{\sigma}_d$ dalam t/cm², l dalam m, jadi F kita dapatkan dalam cm². Jadi ternyatalah, bahwa rumus-rumus hampiran itu memenuhi syarat, baik pada penentuan profil sementara dengan $\bar{\sigma}_d = 1.200$ kg/cm², maupun untuk penentuan dengan $\bar{\sigma}_d = 1.400$ kg/cm².

A. Kolom-kolom tunggal

Untuk profil-profil-DIN : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 2l^2$.

Untuk profil-profil-DIR : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 3{,}2\,l^2$;

Untuk profil-profil-DIL : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 1{,}75\,l^2$;

Untuk profil-profil-DIE : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 1{,}75\,l^2$.

B. Kolom-kolom yang tersusun, di mana $I_y > I_x$. Untuk profil I I, untuk] [dan untuk [ ] : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 0{,}75\,l^2$.

C. Batang-batang pekerjaan vak tersusun dengan pelat pertemuan dengan tebal normal.

Untuk baja siku-siku sama sisi, untuk baja siku-siku tidak sama sisi dengan kaki yang tipis pada pelat pertemuan, jadi untuk ⌟⌞ dan ⌝⌜ : $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 3l^2$.

Untuk baja siku-siku sama sisi dengan penempatan bersilang dan untuk baja siku-siku tidak sama sisi dengan kaki yang lebar pada pelat pertemuan, jadi untuk ⌟⌜ dan untuk ⌟|⌞ :

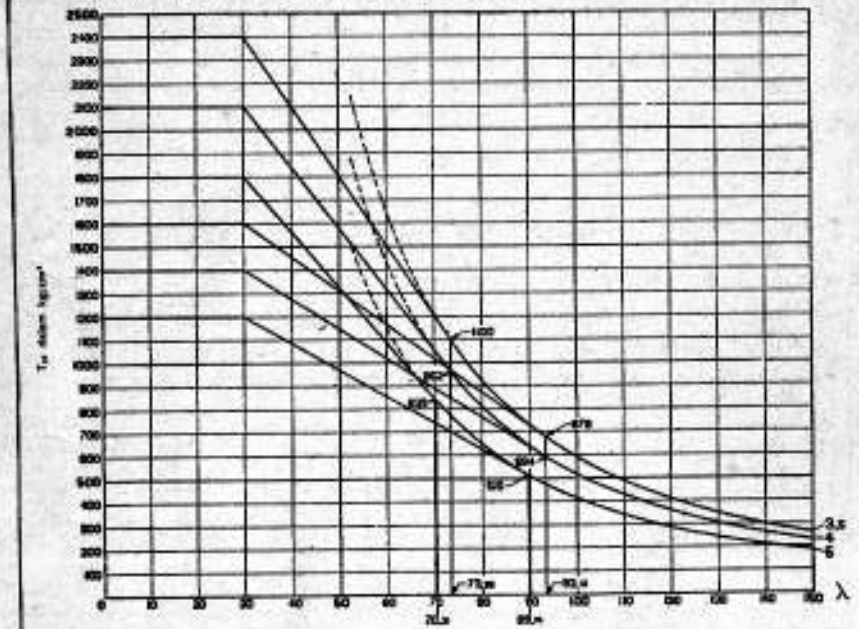
$$F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 2l^2.$$

Untuk profil [berganda, jadi untuk] [: $F = \frac{P}{\bar{\sigma}_d} + 4l^2$. .

Karena hamparan dalam harga-harga untuk $\frac{F^2}{I}$ untuk baja siku-siku adalah agak besar juga, maka dengan rumus-rumus hampiran yang diberikan itu, untuk macam profil, ini kita tidak selamanya akan dapat mencapai hasil-hasil yang langsung untuk macam-macam profil lainnya, maka hasil-hasilnya adalah agak lebih memuaskan.

BATANG-BATANG BAJA TUNGGAL

Tegangan tekan yang diizinkan (T_{tek}) di dalam batang-batang baja tunggal dibebani secara pemusatan, dalam mana kelangsingan (λ) tidak lebih besar dari pada 30, adalah sama dengan tegangan tekan yang diizinkan menurut N 791. Di dalam batang-batang (T_{tek}) harus dihitung menurut rumus Euler ($T_{tek} = \frac{\pi^2 \times 2\,100\,000}{\lambda^2} = \frac{20\,726\,000}{\lambda^2}$) berturut-turut dengan pengaman berganda 5, 4 dan 3,5 yaitu di dalam hal-hal, bilamana perhitungan-perhitungan menurut N 791 pada pemakaian baja, yang memenuhi syarat-syarat pemeriksaan untuk Bal. 37 menurut N 702, berturut-turut mengizinkan tegangan tarik dari 1.200, 1.400 dan 1.600 kg/cm² dan dari baja paduan Bal. Pad. 52 berturut-turut 1.800, 2.100 dan 2.400 kg/cm². Untuk batang-batang yang kelangsingannya terletak di antara itu, maka perhitungan yang mengenai tegangan tekan yang diizinkan dan kelangsingan adalah berjalan menurut suatu garis lurus, yang menyinggung pada garis lengkung dari Euler, lihatlah grafik di bawah ini. Selanjut panjang tekuk dibatasi di sini panjang sistim.



BATANG-BATANG BAJA BERSUSUN

Pada waktu menetapkan jarak-jarak dari rangkaian dari sepanjang batang-batang yang disusun dua bagian dan dibebani secara pemusatan, kita harus mengambil suatu gaya yang timbul di dalam salah satu batang-batang tersusun, yang dihitung menurut rumus:

$$P_1 = \frac{\frac{1}{100}\lambda}{200 - \lambda} P$$

Di dalam rumus ini berarti:

P = jumlah gaya dalam ton

P_1 = gaya di dalam salah satu batang tersusun dalam ton

λ = kelangsingan dari batang (panjang tekuk, dibagi oleh jari-jari lembam terhadap sumbu bebas bahan).

Pada konstruksi-konstruksi yang penting dapat dilakukan, bahwa ukuran-ukuran dan penyambungan-penyambungan dari hubungan-hubungan harus dihitung. Kedua-dua pertiga bagian dari batang tersusun harus selalu disengkalkan langsung di sebelah, atau apabila konstruksi-konstruksi ikatan dipergunakan, maka jumlahnya harus sedemikian besar, hingga batang dapat dibagi dalam sejumlah bagian yang genap.

Pelat-pelat rangkai harus dipasang sekurang-kurangnya dengan dua paku keling (pantek) pada tiap-tiap bagian.

PERHATIAN

Pada pembebanan pemusatan, dan lengkungan serentak kita harus memperhatikan kedua-dua pengaruh itu.

Untuk tegangan-tegangan lihatlah N 791.

Untuk peraturan-peraturan lainnya untuk konstruksi-konstruksi baja lihatlah N 795.

LEMBAR INI SUPAYA DIPAKAI BERSAMA-SAMA DENGAN: N 790, N 792, N 795, N 791, N 793, N 794 DAN N 795.

DASAR-DASAR TEKNIK UNTUK PERATURAN-PERATURAN BANGUNAN
TEKUK PADA BATANG-BATANG BAJA

N 793
I.I.D. : 69

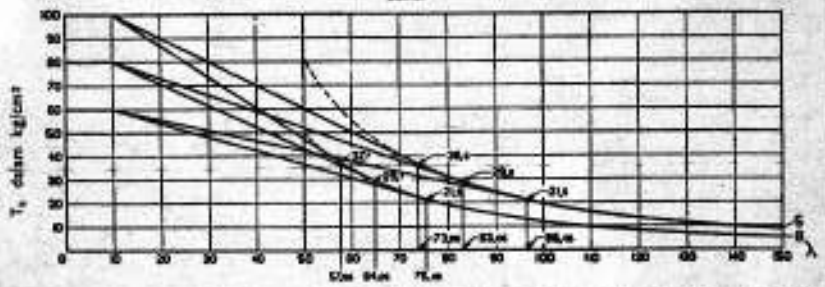
BATANG-BATANG KAYU TUNGGAL

Tegangan tekan yang diperkenankan ($T_{t,k}$) dalam batang-batang kayu dibebani secara yang tunggal, dengan kelangsingannya (λ) tidak besar dari 10, adalah sama dengan tegangan tekan yang diizinkan menurut N 791. Tegangan tekan yang diizinkan dalam batang-batang dengan kelangsingan yang besar, haruslah dihitung menurut rumus Euler $\left(T_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{1\,000\,000}{\lambda^2}\right)$ dengan kemasan lipat delapan dan pada konstruksi-konstruksi kayu berdasarkan dasar-dasar pengetahuan (bangunan kerja kejuruan dan konstruksi-konstruksi dinding penuh) pada mana penghitungan tetap, konstruksi dibuat dan pelaksanaan pada diperhatikan penyusutan (penyortiran) kekerasan dan kualitet serta kadar kembah tidak lebih tinggi dari kelas 3 menurut K.V.H. 1927 (terbitan 1952), menurut rumus Euler dengan kemasan lipat lima.

Untuk batang-batang dan kelangsingan yang terletak di antaranya perhitungan antara tegangan tekan yang diizinkan dan kelangsingan berjalan menurut suatu garis lurus, yang menyentuh garis lengkung Euler, lihat grafik di bawah ini.

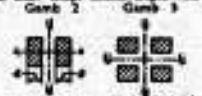
Selebu panjang tekuk diambil panjang sistim.

Gamb. 1



1) E adalah berlaku untuk berbagai-bagai macam kayu, akan tetapi selaku angka rata-rata yang dibuatkan dapat dipertahankan untuk $\pi^2 E$ 1.000.000 dengan pendekatan yang cukup.

Gamb. 2 Gamb. 3



BATANG-BATANG KAYU TERSUSUN

Terhadap sumbu bahan (sumbu-X) dihitungkan batang-batang kayu yang dibebani serentak, tersusun seperti yang tunggal. Selebu tebal berlaku jumlah tebal dari batang-batang yang tersusun.

Terhadap sumbu bebas bahan (sumbu-Y) dengan momen kelembaman tersebut I_1 diperhitungkan selaku momen kelembaman yang bekerja I_m dan momen kelembaman I_2 dari penampang yang disesuaikan bersama sampai satu sekurunnya, ditambah dengan $\frac{1}{4}(I_1 - I_2)$, jadi:

$$I_m = I_2 + \frac{I_1 - I_2}{4}$$

Selebu panjang tekuk dari batang-batang yang tersusun maka jarak dari baut-baut sekurang-kurangnya benda-benda penghubung yang terletak paling berdekatan haruslah dihitung.

Batang-batang yang tersusun tak perlu lagi diperiksa pada tekuknya, kelangsingan dari batang-batang tersebut adalah sekurang-kurangnya 40 atau panjang tekuk sekurang-kurangnya 12 × tebalnya. Benda-benda penghubung harus dihubungkan pada lebar kayu $\leq$ 14 cm dengan sekurang-kurangnya dua buah baut sebaris, sedangkan pada lebar-lebar kayu $>$ 14 cm baut-baut sebaris yang disempelkan satu di bawah yang lain haruslah diletakkan sama sebab.

PERHATIAN

Pada pembebanan sentris dan lengkungan bersamaan maka pengaruh keduanya harus diperhatikan, yang mana pula harus diletakkan pada pembebanan gaya yang lebih atau kurang eksentris selaku akibat dari pembentukan sifat bahan yang dipertahankan.

Untuk tegangan-tegangan lihat N 791

PARALEL LEMBARAN INI DENGAN N 788, N 789, N 790, N 791, N 792, N 793 DAN N 795.

DASAR-DASAR TEKNIK UNTUK PERATURAN-PERATURAN BANGUNAN
TEKUKAN PADA BATANG-BATANG KAYU

N 794
I.I.D. : 69

IKHTISAR DARI RUMUS-RUMUS YANG TERPENTING.

Rumus	Nomor rumus
$\sigma = \frac{P}{F}$	1
$\Delta l = C\frac{Pl}{F}$	2
$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$	3
$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$	4
$l = 10\sqrt{\frac{4}{\pi}F} = 11{,}3\sqrt{F}$	5a
$l = 5{,}65\sqrt{F}$	5b
regang $= \frac{l'-l}{l} . 100\%$	6
kontraksi $= \frac{F-F'}{l} . 100\%$	7
$\bar{\sigma}_t = \frac{P}{F}$	8a
$\bar{\sigma}_d = \frac{P}{F}$	8b
$\varepsilon = C\sigma^n$	9
$\sigma = E\lambda(t_1 - t)$	10
$\sigma_1 = \frac{\forall P}{\forall F_1 + F_2}$	11
$\sigma_2 = \frac{P}{\forall_1 F + F_2}$	12
$\tau = \frac{P}{F}$	13
$\bar{\tau}_p = \frac{P}{F}$	14
$\sigma_\alpha = \frac{P\cos^2\alpha}{F}$	15
$\tau_\alpha = \frac{P\sin 2\alpha}{2F}$	16

Rumus	Nomor rumus
$\gamma = \frac{\tau}{G}$	17
$G = \frac{E}{2(\mu+1)}$	18
$\tau_D = \frac{D}{\Sigma al}$	19
$P = 2.\ \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D$	20a
$P = \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D$	20b
$P = d\,\delta\,\bar{\sigma}_s$	21
$M = \sigma W$	22
$I = \Sigma y^2 . \Delta F$	23
$I = \frac{1}{3} bh^3$	24
$I = \frac{1}{12} bh^3$	25
$I_x = I_1 + 2a \Sigma y . \Delta F + a^2 F$	26a
$I_x = I_1 + a^2 F$	26b
$I = I_s + a^2 F$	27
$I_s = \frac{1}{36} bh^3$	28
$I_s = \frac{1}{4} bh^3$	29
$I_p = \Sigma \varrho^2 . \Delta F$	30
$I_p = I_x + I_y$	31
$I_p = \frac{1}{32} \pi d^4$	32
$I = \frac{1}{64} \pi d^4$	33
$I_{x_s} = \frac{\pi}{4} ba^3$	34
$I = \frac{R^4}{72\pi}(9\pi^2 - 64)$	35a
$I \sim 0{,}11\, R^4$	35b

Rumus	Nomor rumus
$\bar{\sigma}_b = \frac{M}{W}$	
$M_w = \tau W_w$	
$M_w = \bar{\tau}_w W_w$	39a
$W_w = \frac{\pi}{16} d^3$	39b
$M_w \sim 0{,}2 \bar{\tau}_w d^3$	
$W_w = \frac{(\pi D^4 - d^4)}{16\, D}$	
$M_w = \bar{\tau}_w \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16\, D}$	
$M_w = 71.620 \frac{N}{n}$	40
$\varphi = \frac{\tau l}{Gr}$	41a
$\varphi = \frac{M_w l}{G I_p}$ rad	41b
$\varphi = \frac{180\, M_w l}{\pi G I_p}$ derajat	41c
$\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{32\, M_w l}{\pi d_s G}$ derajat	42a
$\pi = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{32\, M_w l}{\pi(D_s - d_s) G}$ derajat	42b
$P = \frac{\pi^3 E I}{\nu L^3}$	43
$\lambda \geqq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$	44

$I = \beta PL^3$

Untuk Bd. 37 menurut N 793 maka untuk :

$\nu = 3{,}5 \quad \beta = 1{,}69$

$\nu = 4 \quad \beta = 1{,}93$

$\nu = 5 \quad \beta = 2{,}42$

$\bar{\sigma}_b = a + b\lambda$ 46

Untuk Bd 37 maka $a = 3.100$ kg/cm² dan $b = -11{,}4$ kg/cm².